高中入学考试
数学试题选

[日本]旺文社 编

魏 群 刘远图 译

人民教育出版社

高中入学考试
数学试题选

〔日本〕旺文社编

魏　群　刘远图译

人民教育出版社

1978·北京

高中入学考试
数学试题选

〔日本〕旺文社编
魏群　刘远图译

*

人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
辽宁朝阳六六七厂印装

*

开本787×1092 1/32　印张 $4\frac{1}{16}$　字数 90,000
1978年12月第1版　1980年4月第2次印刷
印数200,001——1,000,000
书号 7012·029　定价 0.29元

出版说明

本书是根据日本旺文社编的《一九七七年度全国高校入试问题正解》（一九七七年四月初版）一书中的"数学编"译出的。原书"数学编"一共汇集了一九七七年度的九十八份高等学校的入学试题。

日本的学制是：小学六年，中学三年，高等学校三年，大学四年。原书汇集的入学试题，是学生读完九年中小学之后，报考高等学校时的入学试题。

本书摘译了原书"数学编"的三十五份入学试题。书中校名或地名下面的"时间"，是指考试时间；试题下面的"解答"，是旺文社根据命题单位提供的资料写的；"解法"，是对于未公开的解答，旺文社编辑部写的。书末附有"日本中学数学课本目录"、"一九七七年度日本全国高等学校数学入学试题内容统计表"、"一九七六年度和一九七七年度日本全国高等学校数学入学试题内容对比统计图"三份参考资料。

本书对于研究日本中学数学改革、对中学生数学质量的要求以及命题原则等，有一定参考价值。

本书可供中等学校师生、师范院校数学系师生以及中学数学教学研究人员阅读参考。

人民教育出版社

一九七八年十月

目　录

东京学艺大学附属高等学校

〔时间：英语、日语和数学三科共90分钟〕

第 一 次

写出适合下面空格里的数.

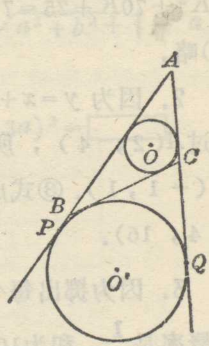
1. a,b 都是正整数. a除以 7 余 2，b 除以 7 余 5. 这时：

（1）b^2 除以 7，余 $\boxed{}$.

（2）$2a>3b$ 时，$2a-3b$除以 7，余 $\boxed{}$.

2. 有三个函数：$y=ax^2$……①，$y=x+2$……②，$y=3x+b$……③，①和②的图象的交点是 A、B，①和③的图象的交点是 B、C. A 的坐标是 $(2,b)$ 时，点 B 的坐标是 $\boxed{}$，点 C 的坐标是 $\boxed{}$.

3. 在一个正方体的六个面上，分别写着数字：3，3，9，9，27，27. 把这个正方体掷四回，得出的面上的点子数的和为 108 的概率是 $\boxed{}$，和为36的概率是 $\boxed{}$.

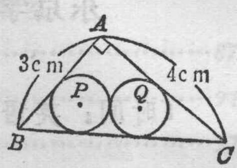


4. 设△ABC的内心为 O，与 BC 边相切，与 AB 边、AC边的延长线分别相切于 P、Q点的圆的圆心为O'.

(1) $\angle APQ=70°$时，$\angle BOC=$ $\boxed{\qquad 度}$.

(2) $BC=7cm, CA=5cm, AB=8cm$时, $AP=$ $\boxed{\qquad cm}$.

5．如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，$AB=3cm$，$AC=4cm$，等圆P、Q相互外切，并且分别与$\triangle ABC$的二边相切．这时：



(1) 从顶点A引至底边BC的垂线的长（高）是 $\boxed{\qquad cm}$.

(2) 等圆的半径是 $\boxed{\qquad cm}$.

〔解答〕 1．(1) 4　(2) 3

2．$(-1, 1)$，$(4, 16)$

3．$\frac{1}{81}$，$\frac{5}{81}$

4．(1)110　(2) 10

5．(1) $\frac{12}{5}$　(2) $\frac{5}{7}$

〔解法〕1．(1) 设 $b=7K+5$，则 $b^2=(7K+5)^2=49K^2+70K+25=7(7K^2+10K+3)+4$，所以$b^2$除以7余4．(2)略．

2．因为 $y=x+2$ 通过 $A(2, b)$，所以 $b=4$，$y=ax^2$ 通过$A(2, 4)$，所以 $a=1$，因此，①，②的另一交点是$B(-1, 1)$．③式成为$y=3x+4$，①式成为$y=x^2$，因此有$C(4, 16)$．

3．因为掷出每个面的概率是$\frac{1}{6}$，所以掷出3，9，27的概率是$\frac{1}{3}$．和为108的数，需要4回都掷出27，所以概率是

$\left(\frac{1}{3}\right)^4$. 又，和为36的时候，需要4回都掷出9，或者1回掷出27，3回掷出3，所以概率是$\left(\frac{1}{3}\right)^4+4\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{5}{81}$.

4. (1) $\angle A=180°-\angle APQ-\angle AQP=40°$, $\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\angle A$ (2) $AP=AQ=\frac{1}{2}(AB+BC+CA)$.

5. (1) 设高为AH，则$AH\cdot BC=AB\cdot AC$ (2) 设连结P、Q的直线与AB，AC的交点分别为S，T，设等圆的半径为$x$cm，因为$PS=\frac{5}{4}x$，$QT=\frac{5}{3}x$，根据$\frac{12}{5}:BC=\left(\frac{12}{5}-x\right):ST$，可得$\frac{12}{5}:5=\frac{12}{5}-x:\frac{59}{12}x$.

第二次

〔时间：50分钟〕

1. 填入适合下面空格里的数或式子.

(1) $(1-\sqrt{2})^2+\sqrt{8}=\boxed{}$

(2) $a=5$，$b=-2\sqrt{6}$时，$\sqrt{a^2+b^2}+|-a|$的值是$\boxed{}$.

(3) $\frac{1}{2}a^2b^3\div\left(-\frac{1}{4}a^3b\right)\times(-3a)^2=\boxed{}$

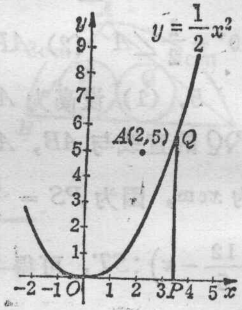
(4) 解方程组

$$\begin{cases}x+2y-z=1\\2x+3y+6z=3\\-\frac{1}{3}x+y+5z=1\end{cases}$$

得$x=\boxed{\qquad}$，$y=\boxed{\qquad}$，$z=\boxed{\qquad}$.

(5) 关于x的二次方程 $2x^2-ax-a^2=0$ 的一个解是-1时，a的值是$\boxed{\qquad}$.

2．在坐标平面上，有函数$y=\frac{1}{2}x^2$的图象，点A（2，5），以及从原点出发、在x轴上、沿正的方向、以每秒$\frac{1}{2}$cm的速度运动的点P.设过P作x轴的垂线与函数$y=\frac{1}{2}x^2$的图象的交点为Q，试答下列各问．假设坐标轴的1个刻度是1 cm。



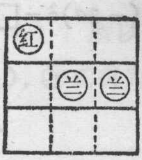
(1) 求从原点出发，2秒钟后Q点的坐标．

(2) 求从原点出发，2秒钟后$\triangle QOA$的面积．

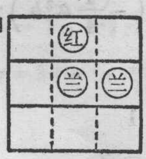
(3) 设从原点出发，t秒钟后$\triangle QOA$的面积为t，试用最简单的式子来表示．设$6\leqslant t\leqslant 8$．

3．右图是表示红、兰、黄各有3个、一共9个电灯泡点灭的装置．现用这个装置，点着3个电灯泡时，试回答下列各问．要注意，颜色、位置不同时，要作为不同的点法来数．

例如：



和

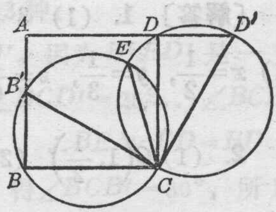


虽然都是点着1个红灯和2个兰灯，但要作为不同的点法来数．

(1) 用1个红灯泡和2个兰灯泡，有多少种点法？

(2) 3种颜色同时着，有多少种着法？

（3） 3个灯泡随便着时，求3个是同样颜色的概率．

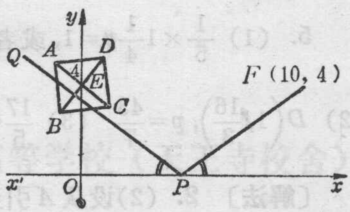


4．如图，在正方形$ABCD$的AB边上取B'点，在AD边的延长线上取D'点，使$AB'+AD'=2AB$．再以CB'、CD'为直径作二圆，设C点以外的另一交点为E，试回答下列各问．

（1）求$\angle B'CD'$的大小．并说明它的求法．

（2）$\angle DCE=20°$时，求$\angle BCB'$的大小．

（3）$CE=3$cm，$\angle DCE=15°$时，求$BE+ED$．



5．如图，有一中心为$E(0, 4)$、边长为$\frac{5\sqrt{2}}{3}$的正方形$ABCD$，和定点$F(10, 4)$．又，对于在x轴上移动的点$P(p, 0)$，作一折线FPQ，使$\angle FPx=\angle QPx'$．现在，直线BD的斜率为$\frac{4}{3}$，试回答下列各问．但，坐标轴上的1个刻度是1cm．

（1）折线FPQ的PQ部分，把正方形$ABCD$的面积二等分时，求直线PQ的方程．

（2）求D点的坐标，求折线FPQ的PQ部分通过D点时，p的值．

（3）求折线FPQ的PQ部分与正方形$ABCD$的周相交时，p的值的范围．

〔解答〕 **1.** (1) 3 (2) 12 (3) $-18ab^2$

(4) $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{3}$, $z=\frac{1}{6}$, (5) 2, -1

2. (1) $Q\left(1,\frac{1}{2}\right)$ (2) 2cm^2 (3) $-\frac{1}{8}t^2+\frac{5}{4}t\,(\text{cm}^2)$

3. (1) 9 种 (2) 27 种 (3) $\frac{1}{28}$

4. (1) $90°$, (说明) $AB'+AD'=2AB$, 所以, $AB'+DD'=AB$, $\therefore$ $BB'=DD'$. 据此可得 $\triangle BB'C\cong\triangle DD'C$, $\therefore\angle BCB'=\angle DCD'$, $\therefore\angle B'CD'=\angle BCD=90°$

(2) $25°$ (3) $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

5. (1) $\frac{1}{5}\times1\frac{1}{4}y=1$, 或者$y=-\frac{4}{5}x+4$

(2) $D\left(1,\frac{16}{3}\right)$, $p=\frac{43}{7}$ (3) $\frac{17}{5}\leqslant p\leqslant\frac{43}{7}$

〔解法〕 **2.** (2)设从A引至x轴的垂线, 与x轴的交点为B. $\triangle QOA$的面积等于$\triangle AOB$的面积加上梯形$AQPB$的面积, 减去$\triangle QOP$. (3)因为$6\leqslant t\leqslant8$, 所以, 从A引向x轴的垂线的垂足B, 在O与P之间, 因此, 在$\triangle AOB$的面积上加上梯形$ABPQ$的面积, 再减去$\triangle OPQ$的面积, 就能得到$\triangle QOA$的面积.

3. (1) 红灯 1 个的着法有 3 种, 对于其中每一种, 蓝灯 2 个的着法有 3 种, $3\times3=9$ (种) (2) 因为红灯有 3 种, 蓝灯有 3 种, 黄灯有 3 种, $3^3=27$(种) (3) 各种情况的总数, 是从 9 种东西中取 3 种的组合, 即$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$,

其中，得出3个都是同色的机会是3种.

4.（2）连结E和B'，E和D'，因为$B'ED'$是一直线，$\angle ECD' = \angle ED'C = 45°$，$\therefore \angle DCD' = 25°$，$\therefore \angle BCB' = 25°$.（3）$E$在对角线$BD$上. $\therefore BE + ED = BD = \sqrt{2}BC$，因为从$\angle DCE = 15°$，得$\angle BCB' = 30°$，所以$BC = \frac{\sqrt{3}}{2}B'C$，$B'C = \sqrt{2}CE$.

5.（2）从DE的长为$\frac{5}{3}$，DE的斜率为$\frac{4}{3}$，所以，$D\left(1, 4+\frac{4}{3}\right)$，直线$FP$可以通过二点（10，4），$\left(1, -\frac{16}{3}\right)$来求.

大阪教育大学附属高等学校（天王寺校舍）

〔时间：50分钟〕

1．填好下列各空格.

（1）$1\frac{2}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \div \frac{1}{3} - 2^2 \times \left(-\frac{1}{7}\right) = \boxed{}$

（2）设$\sqrt{3} = 1.732$，$\sqrt{30} = 5.477$，$\sqrt{2.7} = \boxed{}$

（3）把$6(x-16)^2 + 5(x-16) - 6$分解因式，得$\boxed{}$.

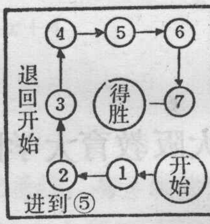
（4）按商品的定价的$a\%$折扣，卖得b元时，定价是$\boxed{}$元.

(5) 函数 $y=8x^2$ 的定义域是 $-5\leqslant x\leqslant -2$ 时，反函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $\boxed{\quad}$，值域是 $\boxed{\quad}$.

2. (1) 把直线 l 向 x 轴方向平行移动 $+3$，接着再向 y 轴方向平行移动 -5 时，又和原来的直线 l 相重合. l 是怎么样的直线？

(2) 上面 (1)中的直线 l 向 x 轴，接着又向 y 轴平行移动的结果，又和原来的 l 相重合. 这时，原来直线 l 上的点 P，和移动后的点 P' 的距离是 10. 向 x 轴方向和 y 轴方向，各移动多少？

3. 象图那样，做“升官图”的游戏. 规则是下面的 (i)、(ii)、(iii).



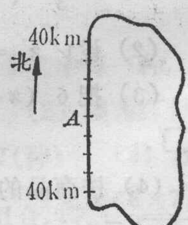
(i) 轮流掷一次骰子，按掷出的点子数前进.

(ii) “得胜”是指掷得的点子数，恰好是那个数. 例如，在⑤的时候，只有掷出点子 3，才算得胜.

(iii) 到②、③时，需按图上的规定.

A、B 二人，按以上规则，各掷 2 次，求 B 先取胜的概率.

4. 如图，在南北方向直线延伸的湖岸上，有一港口 A. 有一机艇以时速 60km 的速度，从 A 出发. 30分钟后，因发动机故障而停泊在湖里. 已知这个机艇出发后，先按直线线路前进，以后又改成正东. 但不知道最



初的航行方向，和在什么时间改变的航向．如果去救援，应该在湖面上的哪一个范围内去寻找？试用图表示出寻找范围，并且说明理由．

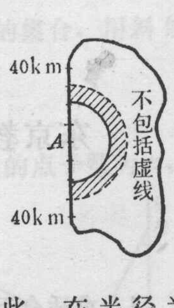
〔解答〕1.(1)$\frac{19}{21}$　(2) 1.6431　(3) $(2x-29)(3x-50)$

(4) $\frac{100b}{100-a}$元　(5) $32\leqslant x\leqslant 200$，$-5\leqslant y\leqslant -2$

2.(1) 斜率为$-\frac{5}{3}$的直线　(2) x轴方向为$\frac{15}{17}\sqrt{34}$，y轴方向为$-\frac{25}{17}\sqrt{34}$，或者x轴方向$-\frac{15}{17}\sqrt{34}$，y轴方向$\frac{25}{17}\sqrt{34}$

3. $\frac{8}{81}$

4.（理由）如果直线前进，会走得最远．但由于在中途向东拐，所以达不到半径为30km的圆周上．又，走得最近的，设沿岸走$x$km，往正东走$y$km，这时，离A为z km，则$z^2=x^2+y^2$；因为$x+y=30$，$\therefore z^2=x^2+(30-x)^2=2(x-15)^2+450$，$\therefore z^2\geqslant 450$，$\therefore z\geqslant 15\sqrt{2}$．因此，在半径为$15\sqrt{2}$ km的圆的外侧．



〔解法〕1.(2) 从$\sqrt{2.7}=\sqrt{0.3\times 9}$来想．(4) 设定价

为 x 元，就 x 来解 $x\left(1-\dfrac{a}{100}\right)=b$．

2．（1）把 l 上的点，向 x 轴方向移动 $+3$，向 y 轴方向移动 -5，还在 l 上，所以，斜率为 $\dfrac{-5}{+3}=-\dfrac{5}{3}$．（2）向 x 轴方向平行移动 p，向 y 轴方向平行移动 q，$\dfrac{q}{p}=-\dfrac{5}{3}$，$p^2+q^2=10^2$，把 $q=-\dfrac{5}{3}p$ 代入，$p^2+\left(-\dfrac{5}{3}p\right)^2=10^2$，$p=\pm\dfrac{30}{\sqrt{34}}$，$p=\dfrac{30}{\sqrt{34}}$时，$q=\dfrac{50}{\sqrt{34}}$．

3．因为 A 掷2回，B 掷2回，所以点子的全部出法有 $6\times6\times6\times6$ 种．其中 B 取胜，有2和3，4和4，5和3，6和2共4种点子的出法．因为 A 不得胜，从36种点子的出法中，去掉上述4种，有32种点子的出法．因此，只有 4×32 种点子的出法．所以，从 $\dfrac{4\times32}{6\times6\times6\times6}$ 来求．

东京教育大学附属驹场高等学校

〔时间：45分钟〕

1．求适合下面空格的数或式子．

（1）因式分解：$3ax^2-18ax-21a$，得 $\boxed{}$．

（2）$x=2+\sqrt{5}$时，x^2-4x+6 的值是 $\boxed{}$．

(3) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$ 是 $\boxed{①\quad\quad}x+\boxed{②\quad\quad}y=-1$ 的解.

(4) $<a, b>$是表示a, b中，不是小的数的记号. 例如，$<2,\ 3>=3$，$<5,\ 5>=5$，$<2,\ 3>x=3x$. $<x,-x>x=2x+1$的解，当$x\geqslant 0$时，$x=\boxed{①\quad\quad}$，$x<0$时，$x=\boxed{②\quad}$.

2. 设有A、B二集合，$A=\{3n+2\mid n$是自然数$\}$，$B=\{4n+1\mid n$是自然数$\}$. 试回答下列问题.

(1) 在A的元素中，有多少100以下的奇数？

(2) 求在$A\cap B$的元素中最小的元素.

(3) 求在$A\cap B$的元素中，从最小的开始，第25个元素.

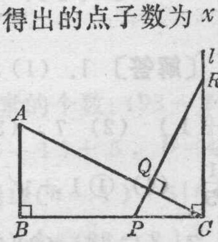
(4) 在$A\cup B$的元素中，有多少100以下的元素？

3. 回答下列问题.

(1) 解方程组$\begin{cases}x+y-7=0\\x-2y-4=0\end{cases}$

(2) 把不等式组$\begin{cases}x+y-7<0\\x-2y-4<0\end{cases}$的解的集合，用斜线在坐标平面上表示出来.

(3) 掷大小两个骰子，设大骰子得出的点子数为x，小骰子得出的点子数为y，求点(x, y)在斜线部分的概率.



4. 有如图那样$\angle B=90°$，$AB=5$cm，$BC=10$cm的直角三角形. 过顶点C引BC边的垂线l. 设P点在