

中興經營管理叢書

新版 作業研究與計量管理

Bierman, Bonini, Hausman, 原著

· 葉 能 哲 校訂

孫自韻 林栢梧 林國順

陳擇賢 樓鈞穗 李忠義 史汗明

合 譯

中興經營管理叢書

新版 作業研究與計量管理

Bierman, Bonini, Hausman, 原著

葉 能 哲 校訂

孫自韻 林栢梧 林國順

陳擇賢 樓鈞穗 李忠義 史汗明 合 譯

中興管理顧問公司
發 行

版權所有
翻印必究

中華民國六十四年十月初版
中華民國六十八年十二月新版六版

中興經營管理叢書

新版 作業研究與計量管理

高級精裝本實價新台幣二百五十元

Bierman, Bonini, Hausman 原著

葉能哲 校訂

孫自韻 林栢梧 林國順 史汗明 合譯
陳擇賢 樓鈞穗 李忠義

發行者 中興管理顧問公司

臺北市民生東路六十六號 新力大樓五樓

電話：五六一六三五六・五六一六三五七

印刷者 昇印刷有限公司

臺北市敦化南路362巷69弄17號

電話：七七一三三八三
七八一八二一三

S25/8 (中 1-18/53)
新版作業研究與計量管理
T000330

序 言

“作業研究與計量管理”(Quantitative Analysis for Business Decisions)的第五版與前版大不相同。其中我們新增了一章來專門討論 **Integr. Programming and branch and bound Procedures**，有關線性規劃問題的公式列法也單獨列為一章；本版將等候線與模擬兩個專題分開敘述（原先合併為一章），並在模擬該章中加入風險分析。關於存貨控制的內容已予以簡化，效用理論與競賽理論的範圍也作變更，動態規劃一章則加以擴充。而前版有關用柏努力(Bernoulli)過程討論最佳抽樣的兩章，以及討論線性代數及線性規則的附錄則都予以刪除，此外，我們還加了許多新的習題。

我們所作的這些改變乃在與第一版序言中所標榜的目標配合，那就是：我們一直希望本書的內容能為那些沒有很深數學基礎的讀者所接受。

對本書有貢獻的人士之名單不斷增加，我們特別謝謝那些指出本書前版許多錯誤、並為本版提出改進意見的使用者，此外，要向落磯加州大學的 Mildred Massey 及 Santa Clara 大學的 Zeb Vanceura 兩位教授致謝，他們的詳細訂正為本版提供了莫大助益。

雖然 Lawrence Fouraker 與 Robert Jaedicke 不再屬於本書的作者，他們的許多觀念與文句仍為本書所引用，謹此致謝。

1977年1月

Harold Bierman, Jr.

Charles P. Bonini

Warren H. Hausman

40-1348

目 次

前 言	
第 一 章	計量分析簡介..... 1
第 二 章	機 率..... 15
第 三 章	條件與期望價值..... 51
第 四 章	決策理論..... 81
第 五 章	決策與機率修正..... 97
第 六 章	決策理論和古典統計學..... 115
第 七 章	常態機率分配與情報價值..... 129
第 八 章	常態機率之校正..... 153
第 九 章	常態機率之決策..... 167
第 十 章	效用之決策..... 183
第十一章	競賽理論..... 207
第十二章	線性規劃導論..... 231
第十三章	線性規劃：單純法..... 269
第十四章	線性規劃：對偶問題與靈敏分析..... 307
第十五章	線性規劃：運輸問題..... 341
第十六章	整數規劃及分支界限法求解程序..... 369
第十七章	庫存控制及不確定性：不再訂購..... 407
第十八章	再訂購且需求確定之庫存控制..... 423
第十九章	再訂購及需求不確定之庫存模式..... 439
第 二 十 章	等候線列隊理論..... 453
第 廿 一 章	模擬法..... 477
第 廿 二 章	計劃評核術..... 499
第 廿 三 章	馬可夫過程..... 525
第 廿 四 章	動態規劃..... 555
TABLE	 595

第一章 計量分析簡介

這是一本討論企業決策的書。所謂企業決策乃是當管理當局遭遇問題時，從許多可能的行動或答案中選擇其中一個的過程。由於未來總有一些不定性存在，我們無法確定所選擇之決定的後果。一般而言，在企業中，決策的過程與解決問題的行為在本質上是相同的。

企業決策

企業中的管理者希望選擇最能達到組織目標的行動方案，但在判定各個不同的可能決策的效果時，我們必須找一個量測的單位。在決策中最常用的單位是金錢，但在以後諸章中，我們將會發現許多決策中，在判斷各不同方案的相對優點時，金錢並不是最恰當的衡量單位。

企業的經營者所面臨的決策情況有許多種不同的型態，就本書而言，可作以下分類：

- A 確定決策（所有事實皆已確知）；與不確定決策——將發生的事件不能確知，但能就可能的結果預定發生機率（在此情況下，此過程即所謂統計性（stochastic）過程）
- B 單一期間決策；或在好幾個時期中發生的一連串決策（即所謂動態（dynamic）決策問題）。
- C 對手為自然現象（鑽一口油井）的決策；與對手係有思考力（因競爭者的行動而擬定廣告預算）的決策。

茲將各型決策情況中都常見的一般決策過程舉列如下：

1. 設立標準。例如，在一個簡單的情況中，可選擇能使預期利潤為最大的標準；在一個包含好幾種可能設備的資本預算決策中，則

2. 作業研究與計量管理

可選擇有最大淨現值 (net present value) 的設備。

2. 選擇供考慮的一組行動方案 (alternatives)。
3. 決定引用的模式以及該過程中之參數 (parameter) 的值。例如，決定費用總額模式的代數式就可能為：

$$\text{費用總額} = a + b \times \text{銷售量}$$

其中 a 、 b 為參數，在用模式之前，需先決定此二數的值。

4. 選定最能符合第1項標準的方案。

實 例

我們能够將單價\$50的產品售予政府1,000單位，且工廠正好有額外的產能，問此訂單應否接受？

1. 我們的決策標準是利潤最大化。
2. 供選擇的方案是(a)接受訂單或(b)拒絕訂單。而按照我們的利潤標準，如果訂單能使利潤增加，則接受之，否則拒絕。
3. 我們須要知道生產此1,000單位所多增加的費用 (incremental expenses)。有關費用的模式為：

$$E = a + 1,000b$$

設需要購入的特殊模具費用為\$5,000 (即 $a = \$5,000$)，生產每單位的變動成本為 \$30 ($b = \$30$)，則滿足此訂單的有關費用總額為\$35,000 (即 $\$5,000 + \$30,000$)。

4. 將此增加的費用，\$35,000，與所多增加的收益，\$50,000，相比，則我們應接受此訂單。因為“接受”比“拒絕”多得利潤\$15,000。

在上例中，我們引用了基本的知識與簡單的計算技巧；然而在討論更複雜的問題時，則尚須用到其他的計量分析工具，諸如微積分、機率學、統計學、及規劃技巧 (包括線性規劃、非線性規劃、整數規劃及動態規劃) 等。

我們先討論一些設立模式的觀念。

抽取要因

現實的世界複雜異常，各情況中有數不清的事實；尤有進者，每一個潛在的行動都係由一連串的原因引發，且就邏輯而言，其中的交互作用亦永無止境。

就以建屋來說，為收集下列資料所花的時間就將永無盡頭，其中包括：建築物的準確座落位置與各項物理性質，各可能地點的詳盡天候狀況以及對建築成本的影響，資金的來源及其成本，更重要的，決策者可能須要分別詳細考慮資金在本期及未來期間的各種可能用途。但是，如果決策者想要將所有事實的資料都收集完盡才採取行動的話，他將永無開始行動之日，因為人的腦力無法將一個實際問題的各個方面皆考慮淨盡；要下決定，就得將問題的某些性質略去，只將對解決問題最重要的因素抽出，換句話說，抽取要因是解決問題的第一個，也是必要的步驟。

設立模式

當決策者由實際情況中抽選出緊要的因素或變數之後，他按照某種邏輯將它們組合，然後形成此問題的一個藍圖或模式。所謂模式乃是實際問題的一個簡化的表達方式，它的理想是要從複雜紛亂的實際現象中，提煉出一些能表達實況的重要特性的有關變數；設模式對實際問題表達的可信程度相同，則模式愈簡單，對決策者也愈好。簡單模式的優點如下：

1. 節省時間與腦力。
2. 易為決策者所瞭解。
3. 當需要時，此模式可迅速而有效地予以修正。

決策者的目的不是設立一個在各方面皆與實況極端相符的模式，因為如此將耗時費日，超出人們所能勝任範圍；真正的目的乃是求出能將結果合理地預測、並能達成有效行動的最簡單的模式。

解 答

一旦模式設立完竣，藉著邏輯分析可由模式導出某些結論，於是決策者可由這些結論作為行動或解答的基礎。如果由抽取出的變數所導出結論的邏輯為正確，且有關的變數均被抽取出來，則由模式所求出的解答將亦為實際問題的有效解答。譬如在上例中，決策者可能決定以8%利率來計算公司之資金每年的機會成本，則他只須計算現金流量的現值即能下達是否營造此大樓的決策，且不須過於詳盡地考慮有關的投資方案。

誤 差

決策時發生的誤差有兩種可能來源。第一種是由前提至得出答案結論的推理過程中發生邏輯錯誤，例如公司也許能以8%的成本獲得資金，但管理當局可能決定不去獲得新的資本。有關以利率來表示機會成本的前提是正確的，但若認為此一折扣率可應用於所有的投資，則此結論顯為錯誤。

第二，決策者在建立模式時，可能選取了錯誤的變數或是變數不足。決策者也許考慮了金錢的時間價值，但却忽略了風險的因素。發生此類錯誤的可能性並無法完全免除，除非在模式中能包含所有的可信的適當變數，但如此將阻止決策的行動。抽取要因的行為一定會對現實構成或多或少的妨碍，但它又是解決問題的必要條件，這就是決策可能發生誤差的一個主要原因。

模式設立的技巧

模式表示的方式很多，例如整個重複問題的決策過程可能是在決策者的腦中發生，它也許是一種非正式、極為直覺的方式。例如每天我們的走路、吃食、開門等行動就不需有關問題的正式模式來指示。如果問題較不常見或較複雜，則須花較多的時間來思考，於是我們可能直接由問題中選取重要的因素然後加以檢驗。

描述所選出變數的適當技巧大多賴於變數的性質。如果變數能量度某種形式，特別是如果它們可以計量方式表達，則此模式應選擇數學的表達方式。因為第一，數學先天上具有一種紀律，能使步驟井然有序。故使用者必須先確定那些是選出的變數，以及在它們中有那些關係存在，比方說，在數學模式中要作隱含的假設，就比在文字模式中要難得多。第二，在確定變數間的關係以及由指定的前提導出邏輯結論上，數學是一種有力的技巧。因著數學，使得處理那些需要極端複雜模式的問題成為可能，並於計量分析用得上的場合中，便利了決策的過程。

若干年前（自二次大戰起），利用計量方法解決了不少的企業問題，於是演成了一般性的通則，即所謂的作業研究（operations research）。當然，以計量方法來解決企業問題遠在“作業研究”這個名詞出現之前即已開始，會計實務即為一例；然而計量分析在企業公司作業的許多其他領域中也開始應用，且在某些情況中，並成為解決某些企業決策問題的最有效方法。因此，今天的企業人士在這些計量技巧與模式上的知識有必要和對會計報表方面知識知道得一樣得多。

有些需注意之點：企業的經營者不應變為計量模式的俘虜，以致毫無考慮地將其結論用於企業決策。由於抽取要因的過程，從模式推導的結論常含有某種程度的誤差，但是要知道何時誤差會變得太大以致結論需先修正才能用作解答，則全賴判斷。作業研究有助於企業判斷，但不能取代判斷。在企業問題中引用計量分析時，適當的建設性的懷疑就和在任何其他的決策過程中一樣地需要，此外，有許多企業問題並不能以簡單而合適的計量方法來表達，這時就須要用定性（qualitative）的模式與解答了。

在這些條件的限制之內應用時，計量分析可成為管理決策的一項極為有用的技術，它使得通常那些有經驗的管理者所倚賴直覺才能解決的問題，有時變得十分容易。

決策與機率

企業決策有兩種在基本上不同的方式——確定之情況以及更常見的不確定情況。在確定情況下進行決策的計量分析通常是在某些限制條件（如產能）下使某目標（如利潤或產量）為最大化的型式出現。

在前面的例子中，我們比較了在1,000單位的售量下，“接受訂單”與“拒絕訂單”的兩個方案，此為一在確定情況下的決策。當比較以上二案後，由於接受訂單的利潤比後者多了\$15,000，故選擇該方案。

然而，如果將上題的情況稍作改變，產品每單位可售價格\$50，則生產X單位的費用，如前所述，為：

$$\begin{aligned} E &= a + bX \\ &= 5,000 + 30X \end{aligned}$$

但是銷售的確實數量無法肯定，它可能為100單位、250單位，或是1,000單位，我們無法確定實際的售量為何，因此，我們的方案是(1)將產品推出市場，無論是賠是賺都接受之，或(2)拒絕此計劃，維持不賺不賠的狀態。設在得知確實需求數量之前，\$5,000的固定成本已經發生，但實際的產量可於需求量確知後再行決定（即無存貨的問題）。

設決定將此產品推出市場，則各不同售量下的損益如表 1-1 所示：

表 1-1

銷 售 狀 況	結 果
售量(單位)	利 潤
100	-\$3,000
250	0
1,000	15,000

即使我們明白地列出這些方案及其結果，此決策仍不明顯，因為

最佳的方案在於知道不同銷售量的“可能性”為何。如果我們能確定售量為1,000單位，則可推出此產品；如果確知售量僅為100單位，則應拒絕此一計劃，以避免\$3,000的損失；如果售量為250單位，則兩者結果相同。

當現實的真正情況無法瞭解時，決策者就只有在不完全的情報下行動，在這方面有許多可能的決策過程，本書中並將陸續就其中較有趣的技巧予以討論。然而我們得先介紹期望值決策規則，這是一個對企業決策極為有用的完整技術。首先，決策者對每一可行的可能行動（或決定）作下列的計算：

1. 將實況中可能在本期（或數個期間）發生的可能結果列出。
2. 訂出各可能實況的機率權數(probability weight)，此機率可能是主觀權數(subjective weights)，但可能的話，亦應將客觀資料列入考慮。（註1）
3. 計算採取某行動後各實況的結果，在某些情形中，這些結果都以金錢的大小表示，但更普遍的是採用效用(utility)來量度，因為後者考慮了心理上對金錢得失的反應。
4. 將各實況在某一行動下的機率與其結果相乘，再將各情況求出的乘積相加，此和即為該行動的期望值(expected value)。

對每一個可能採取的行動，都須經過上列的計算，則期望值最高者即為期望值解答；循此標準，即可採行該結果。雖然 Bayes 決策規則也能和採用主觀機率一樣地來用客觀機率，但在政府或企業決策中，通常都無法得出客觀機率。

上述過程的步驟1與3已經完成——我們已分別列出了有關的實況（各種可能的銷售量）及其利潤，以下開始進行步驟2及4。

設我們的決策者認為在5次中，有2次的機會售量將為100單位（即

註1 某些人反對在x單位售量下有一個值為p的機率，因為試驗的次數只有一次；此外，由於缺乏客觀的證據，並不是所有的觀察者都會同意此機率為p。

8 作業研究與計量管理

該狀況的機率為 0.40)；另有 2 次的機會銷售數量為 250 單位 (機率為 0.40)；還有 1 次的機會售量為 1,000 單位 (機率為 0.20)。

根據這些機率，我們可計算銷售此產品的加權平均或期望利潤。
(見表 1-2)

表 1-2

售量(單位)	機 率 (權數)	利 潤	機率×利潤
100	0.40	-\$3,000	-\$1,200
250	0.40	0	0
1,000	0.20	15,000	3,000
	1.00	期望金錢價值 = \$1,800	

銷售此產品的期望利潤或期望金錢價值為 \$1,800，拒絕銷售的利潤則為 0。因此，利用 Bayes 決策規則，我們應該銷售此項產品（此結論假設該結果是以金錢、也同時以效用來量度）。

又，如果實際售量為 100 單位，則決策者將損失 \$3,000，但如果他對未來的售量有更準確情報的話，他也許能避免這項損失。

在某些情況中，決策者可能不立即作決策，而求獲取更多的情報，這時原先的機率（即初始機率）可能因此而修正，於是在決策過程中乃採用此一新的機率來計算，然後是獲得最後的決定或是再收取進一步的資料。

在決策過程中，個人的感覺與判斷在三方面會發生影響：第一，他們影響對各可能發生情況所訂機率的選擇，於是有主觀的估計；第二，採取某一行動所造成的各可能情況的後果，也可能因個人的感覺而有不同的量度；第三，決策標準或目標的選擇也會受到影響。因此，雖然 期望值 決策標準是一個有用的工具，無論是在學術上或企業間，對於它的優越性却沒有一致的看法；它的主要優點是幫助決策者

能按自己對各行動與情況的後果以及這些情況的可能性等的感覺來行動。

結 論

不確定情況下的決策須要決策者對未來事件的判斷與經驗，他必須知道那些結果比其他者較“可能”發生，然後再與不同決定的後果合併考慮，此過程與“計算風險”的意思相近。

我們所介紹的期望值決策過程，只是一種同時將所決定行動的經濟性結果與決策者的判斷加以考慮的邏輯方法，在不確定情況下所設計的任何合理的直覺策略，則構成了對可能後果的機率分配。

某些數學人士不同意“機率”基於主觀直覺的說法，他們認為只有重複事件的客觀機率才有意義；然而，在現實的世界中，這種客觀的機率常無法求得——而決策則須在所可能得到的最佳資料下制定，因此，即便在客觀機率闕如的情況下，本書作者認為期望值決策過程乃是企業決策中的一個合乎邏輯的步驟。

習 題

- 1-1 產品訂價是一項十分重要的企業決策，而在改變產品價格決策中，那些是不確定的因素。
- 1-2 在產品定價時考慮的“對手”之意義為何？
- 1-3 某家庭計劃前往野餐，則將自然視為對手的意義為何？用機率來描述各種不同情況的作法是否合理？
- 1-4 利潤最大化常被用來作為企業決策的主要準則，如果你是一位企業的主管，在決策時還將考慮那些其他的準則？
- 1-5 設費用總額的模式為：

$$T = a + bX$$

其中 T = 成本總額

10 作業研究與計量管理

a = 固定成本

b = 變動成本

X = 產出量

則在某一產出下，以此模式來計算成本總額是否恰當？

- 1-6 設固定成本為 \$10,000，但變動成本則呈一機率分配：由於工資契約未定，每單位的變動成本可能為 \$0.90，\$1.00 或 \$1.10，其機率分別為 0.4，0.5 及 0.1。試計算生產 5,000 單位的期望成本？
- 1-7 Jones 先生有一普通股，市價為 \$100，試述 Jones 先生的主觀感覺對此股票之持存或出售決策的影響。
- 1-8 設有一投資機會，其成本為 \$1，各不同情況下的收益為：

狀 況	該狀況之機率	現金收益
雨	0.2	-\$0.50
陰	0.5	1.00
晴	0.3	2.50

則此投資是否可行？依您的意見，能確定其結果嗎？

- 1-9 Crude 石油公司擬貸款開鑿油井，問能合理地確定出油的機率嗎？
- 1-10 有某家禽出口商。美國政府提供的供應美軍駐外基地的禽肉價格為每磅 \$0.31，且無滯銷之虞。另一個方案是歐洲市場，未扣關稅前的價格是每磅 \$0.50，目前美、法兩國代表正在商訂家禽的歐洲關稅水準。據此出口商的判斷，將有 4 種可能情況發生，其主觀機率為：

可能的關稅	機率
\$0.10	0.1
0.15	0.2
0.20	0.3
0.25	0.4

則其決策為何：

- 1-11 試考慮一些您熟悉的企業或個人的決策，並以下列步驟描述之：
- 可行的各種方案。
 - 用來評審各方案的準則。
 - 決策所用模式中的重要變數。您能將這些變數計量化的程度為何？
 - 您能將(c)中的變數間的關係計量化的程度為何？
- 1-12 畢業時設有兩個不同的工作機會，則影響工作決策的因素為何？假如您能“購買”各種未來事件的發生機率，且於購得此類情報後，可能仍然無法知道將會發生何種事件，則您是否願意購買？
- 1-13 許多企業人員並不瞭解本書所介紹的不確定狀況下的決策與模式的設立，然而却經常看到一個公司為其高級人員投保壽險，問此公司為何如此做？
- 1-14 紐約市已為電力短缺所苦，最近電力公司購買了一座特大的“Big Allis”號發電機，其主要的考慮是希望每單位的電力預期成本能小於用好幾部小型發電機者，試就此決策加以討論，有關的考慮有那些？
- 1-15 某一決策者正在進行某種新產品訂價，其目標是使利潤最大化。各種可能的單價由\$2至\$10不等，他採用下列的模式：

令

X = 生產(及銷售)的數量

$C(X)$ = 生產 X 單位的總成本

P = 售價

NP = 淨利潤總額(所要最大化者)

其成本關係式為： $C(X) = 800 + 1.25X$

銷售關係為： $X = -100 + \frac{200}{P}$

利潤 $NP = P \cdot X - C(X)$

12 作業研究與計量管理

- a) 試以此模式中所選的變數（漏列一個）、此模式的價格、以及其間關係的合理性來評審此模式。
- b) 試以試誤法 (trial and error) 求此模式之近似解（即：在\$2至\$10間選試幾個不同的數值，來求出可使利潤為最大的售價。

1-16 某一推銷員必須準時趕上飛機以接洽一項重要的銷售訂單，該訂單的預期利潤為\$2,000，此推銷員到機場的方式有3，各法的成本與誤時的機率估計如下：

方 式	成 本	誤時的機率
機場巴士	\$2.00	0.20
旅館專車	7.00	0.05
計程車	14.00	0.01

試計算各法的預期淨利潤（利潤減成本），那一種方法的預期淨利最大？

- 1-17 某公司需要暫時的營業場所，其可以一年\$6,000或兩年\$10,000的費用租得。設只租一年，則第二年要用時，仍須以\$6,000付租；如果連付兩年租金，則一年後不用時仍不得轉租。公司估計連用2年的機會為80%，一年後不用的機會為20%，問應承租1年或2年？為什麼？
- 1-18 一項新產品的成本每單位有0.3的機率為\$10，0.7的機率為\$25；售價則決定於世界的經濟情況，有0.6的機率為每單位\$20，0.4的機率為\$30。問應銷售此產品否？為什麼？
- 1-19 參考本章中之範例，假設由於產品規格要求嚴格，以致有40%的不良品。
- a 請問要有多少單位輸入生產過程，才能產出1,000個合格品。
 - b 產出“1,000”個合格品的總成本為多少？
 - c 應否接受此合約？為什麼？