

塑性理论基础

(第二版)

L. M. 卡恰诺夫 著

周承侗 译

高等教育出版社

塑性理论基础

(第二版)

L. M. 卡恰诺夫 著

周承倜 译

杜庆华 校

高等教育出版社

本书根据 L. M. 卡恰诺夫著“塑性理论基础”1971年第二版(英文版)译出。原书第一版(1956年)经苏联高等教育部审定为综合大学的教学参考书,原高等教育出版社于1959年出版了该版的中译本,译者为周承侗、唐照千。第二版为劳威利尔和柯依脱所主编的“应用数学与力学”丛书第十二卷。第二版较之第一版有重大修改,反映了塑性力学的近代发展。

本书主要研究金属材料在常温下的塑性变形,叙述了塑性基本理论,讨论了塑性理论中的几个实用问题:弯曲,扭转,平面应力,平面应变,轴对称问题,安定性理论,塑性动力学问题以及复杂介质,粘塑性问题等。这些对于研究机器和结构的强度问题是很有用的。本书可作为高等学校有关专业的教学参考书,也可供结构强度设计工程师和科学研究人员参考之用。

本书译稿由郑州工学院寿楠椿同志对照原文进行了校订、加工。

本书原由人民教育出版社出版。1983年3月9日,上级同意恢复“高等教育出版社”,本书今后改用高等教育出版社名义继续印行。

塑性理论基础

(第二版)

L. M. 卡恰诺夫 著

周承侗 译

杜庆华 校

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张15.75 字数 370,000

1959年6月第1版 1982年5月第2版

1987年7月第7次印刷

印数 18,301—20,300

书号 15010·0408 定价 3.60 元

译者序

卡恰诺夫著“塑性理论基础”一书的第一版(俄文版)于1956年在莫斯科由苏联国立技术理论书籍出版社出版。该书经苏联高等教育部审定作为综合大学教学参考书。中译本于1959年由原高等教育出版社出版。中译本出版后曾为国内许多理工科高等院校有关专业采用为“塑性力学”课程的教材。

“塑性理论基础”第二版(英文版)于1971年在英国伦敦出版。该书由著名的数学力学家劳威利尔(H. A. Lauwerier)教授和柯依脱(W. T. Koiter)教授收编入他们所主编的近代“应用数学与力学”丛书,成为该丛书的第十二卷^①。作者对第二版进行了重大的改写,主要目的是为了能在该书中反映塑性力学的近代发展情况。例如,对于讨论塑性基本理论的第二章进行了根本性的改写,使读者对于两种基本的塑性理论——流动理论和形变理论——有更加深刻的理解,同时也补充了卓勒克尔假设(Drucker's Postulate)以及证明了屈服面的外凸性和相伴定律等,文中说理清晰,概念明确。第八章的极值原理和能量方法也是写得很成功的一章,该章的叙述深入浅出,定义确切。对于平面应力问题(第六章)和轴对称问题(第七章)的内容进行了扩充。对于平面应变问题(第五章)也进行了修改,增加了用复变函数方法解圆孔弹塑性问题的内容。书中新增加了一章与近代的弹塑性断裂力学有关的“安定性理论”(第九章)。此章虽然篇幅不多,但是对于安定性问题的基

① North-Holland Series in “Applied Mathematics and Mechanics”, vol. 12, editors: H. A. Lauwerier and W. T. Koiter, North-Holland Publishing Company (NHPC), Amsterdam, London, 1971.

本原理作了比较全面的简要的叙述,基本概念讲得很清楚,为读者进一步进行这一方面的研究工作提供了基础。对于内容较艰难的一些课题,例如,对于弹塑性稳定性理论(第十章)和塑性动力学问题(第十一章),作了适当的精简,但又保持了基本概念和重点。最后一章“复杂介质”的内容取材恰当。综观全书,与第一版相比较,无论是在材料的组织体系,学术水平以及内容质量方面都有了很大的提高。作为“塑性力学”课程的教科书,它是一本写得很成功的教材。本书既可作为有关专业的大学教本,也可以作为研究生的主要参考教材。相信这本教材对于提高我国“塑性力学”课程的教学质量将会是有裨益的。

第二版序

本书系根据作者在列宁格勒大学数学力学系讲授的塑性力学讲义编写而成。

作者并不希望在本书内把所有的塑性理论问题全部包括进去。本书主要考虑金属在常温下的塑性变形，这对于研究机器和结构的强度问题是有用的。书中的重点放在扼要地阐明塑性理论的基本方程式及其最完善的解法上；同时也讨论了那些能够表明塑性状态的特征和所包含的力学问题的多样性的课题。

作者对第二版已进行了重大的改写，它反映了塑性理论在近几年的进展中的重要发展。因此，对于屈服面及其相应的屈服定律给予了更多的注意，并且对于平面应力问题和轴对称问题的各章进行了扩充。有关解的极值原理和能量方法的章节进行了彻底改写。还增加了新的一章：安定性理论，这一理论对于联系变载荷对于破坏起源的作用方面具有很大的意义。在最近十年中，刚-塑性体模型在动力学问题中取得了显著的进展；所以在第十一章中又增加了某些内容。

为了使本教程不致于由于一些不必要的细节而形成篇幅过大，所以在第二版中略去了那些比较困难的问题，而且对于平衡稳定性和复杂塑性介质两章进行了简缩。

本书的读者应通晓材料力学和弹性理论的基础知识。为了便于研读本书起见，在第一遍阅读本书时可以不看那些较艰深的部分，这些部分是用小号字印的或者注有星号。

所附的文献目录是不全面的。为了帮助读者能在塑性理论的浩繁文献中进行查阅起见，本书将一些书刊和评论文章的题目列

成专门的书目,从中可以查阅到一些补充的文献。

作者对于指出第一版中缺点的读者们表示感谢,并向 A. A. 伐库兰柯, A. I. 库滋涅佐夫, V. I 罗勃勃留姆和 G. S. 沙比罗等致以谢意,他们对于手稿提出了宝贵的意见。A. I. 库滋涅佐夫还阅读了本书中的证明,对此提出了一些重要的修正意见,作者向他表示衷心的感谢。

L. M. 卡恰诺夫

基本符号

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}; \sigma_{ij}$	应力张量的分量
$s_x, s_y, s_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}; \epsilon_{ij}$	应力偏量的分量
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{xz}; \epsilon_{ij}$	应变张量的分量
$e_x, e_y, e_z, \frac{1}{2}\gamma_{xy}, \frac{1}{2}\gamma_{yz}, \frac{1}{2}\gamma_{xz}; e_{ij}$	应变偏量的分量
$\dot{\xi}_x, \dot{\xi}_y, \dot{\xi}_z, \frac{1}{2}\dot{\eta}_{xy}, \frac{1}{2}\dot{\eta}_{yz}, \frac{1}{2}\dot{\eta}_{xz}; \dot{\xi}_{ij}$	应变率张量的分量
$u_x, u_y, u_z; u_i$	位移分量
$v_x, v_y, v_z; v_i$	速度分量
δ_{ij}	克罗内克尔符号
T, Γ, H	分别为剪应力强度, 剪应变强度 和剪应变率强度
σ_s, τ_s	分别为拉伸和纯剪屈服极限

目 录

译者序.....	1
第二版序.....	3
基本符号.....	5
绪论.....	1
第一章 连续体力学的基本概念.....	5
§ 1. 应力.....	5
§ 2. 应变.....	17
§ 3. 应变率.....	22
§ 4. 运动微分方程式。边界条件和初始条件.....	26
§ 5. 物体的力学本构方程式.....	28
习题.....	30
第二章 塑性状态方程式.....	31
§ 6. 固体的力学性质.....	31
§ 7. 关于在复杂应力状态下塑性变形的实验研究。简单加载和 复杂加载.....	36
§ 8. 屈服准则。屈服面和屈服曲线.....	38
§ 9. 最大剪应力不变条件(屈瑞斯伽-圣维南准则).....	40
§ 10. 剪应力强度不变条件(米赛斯准则).....	42
§ 11. 强化条件。加载曲面.....	43
§ 12. 各向同性强化条件.....	45
§ 13. 塑性流动理论.....	48
§ 14. 塑性形变理论.....	54
§ 15. 流动理论和形变理论之间的联系.....	62
§ 16. 在完全塑性情况中的推广。相伴流动定律.....	72
§ 17. 推广。一种强化介质的情况.....	79
§ 18. 卓勒克尔假说。加载曲面的外凸性。相伴流动定律的证明.....	89

§ 19. 热塑性理论的方程式	93
习题	97
第三章 弹塑性平衡方程式。最简单问题	98
§ 20. 塑性平衡的方程组	98
§ 21. 弹性区和塑性区之间分界面的连续性条件	101
§ 22. 残余应力和残余应变	102
§ 23. 刚-塑性物体	104
§ 24. 梁的弹-塑性弯曲	107
§ 25. 在压力作用下的空心球体	112
§ 26. 在压力作用下的圆柱形管	120
习题	125
第四章 扭转	126
§ 27. 等直杆件的扭转。基本方程式	126
§ 28. 塑性扭转	130
§ 29. 弹-塑性扭转	135
§ 30. 强化杆件的扭转	140
习题	144
第五章 平面变形	146
§ 31. 基本方程式	146
§ 32. 滑移线及其性质	151
§ 33. 线性化。简单应力状态	160
§ 34. 轴对称场	166
§ 35. 应力的边界条件	168
§ 36. 基本边值问题	170
§ 37. 解的数值方法	175
§ 38. 速度场的确定	179
§ 39. 应力间断线和速度间断线	185
§ 40. 速度场的非唯一性。准则选择。完全解	190
§ 41. 为切口所削弱的板条的拉伸	195
§ 42. 为切口所削弱的板条的弯曲	201
§ 43. 短悬臂梁的弯曲	210
§ 44. 矩形颈	215

§ 45. 平头冲模的压入	220
§ 46. 楔受单边压力加载	222
§ 47. 刚性板之间的压缩层	226
§ 48. 具有圆孔的平面的弹-塑性拉伸	236
§ 49. 定常塑性流动。板条的拉制	243
§ 50. 具有几何相似性的非定常塑性流动。楔的切入	249
§ 51. 协调的应力场和速度场的构造	256
习题	259
第六章 平面应力	261
§ 52. 平面应力的方程式	261
§ 53. 用米赛斯屈服准则的解。不连续解	266
§ 54. 用屈瑞斯伽-圣维南屈服条件的解。不连续解	282
§ 55. 具有圆孔的薄片在均匀内压力作用下的弹-塑性平衡	289
§ 56. 为切口所削弱的板条受拉伸	292
§ 57. 具有单边切口的板条受弯曲	296
习题	298
第七章 轴对称变形	299
§ 58. 用米赛斯屈服准则的轴对称变形方程式	299
§ 59. 用屈瑞斯伽-圣维南屈服准则的轴对称变形方程式	303
§ 60. 受拉伸(压缩)作用的薄塑性层中的应力	311
§ 61. 在拉伸试件的缩颈处的应力分布	319
§ 62. 圆板的塑性弯曲	321
习题	331
第八章 极值原理和能量方法	332
§ 63. 极值原理	332
§ 64. 刚-塑性体的极值原理	333
§ 65. 极限载荷系数的定理	344
§ 66. 用能量方法确定极限载荷	351
§ 67. 形变理论中的最小能量原理	365
§ 68. 里兹法。例题: 弹-塑性扭转	378
§ 69. 塑性流动理论中的极值原理	385

习题	388
第九章 安定性理论	390
§ 70. 变载荷下弹-塑性体的性能	390
§ 71. 弹-塑性体的安定性定理	394
§ 72. 解的近似方法。例题	401
习题	405
第十章 弹-塑性平衡的稳定性	406
§ 73. 稳定性准则	406
§ 74. 压杆的稳定性。折减-模数和切线-模数载荷	410
§ 75. 受力偶弯曲的板条稳定性	419
§ 76. 受压平板的稳定性	423
习题	430
第十一章 动力学问题	431
§ 77. 杆中弹-塑性波的传播	431
§ 78. 刚-塑性体的动力学问题。某些能量定理	444
§ 79. 刚-塑性杆对固定障碍的纵向撞击	449
§ 80. 脉冲载荷下刚-塑性梁的弯曲	451
习题	459
第十二章 复杂介质。粘-塑性	461
§ 81. 复杂介质	461
§ 82. 粘-塑性介质	467
§ 83. 蠕变-塑性介质	471
习题	474
附录	475
参考书刊	479

绪 论

1. 塑性理论

大家都知道, 固体只是在作用载荷微小时才是弹性的。在较大作用力的影响下, 物体就发生非弹性的塑性变形。塑性性质的变化是极其广泛的, 它既与所研究的材料有关, 又与外界条件(温度, 工作过程的持续性等等)有关。因此, 延性金属(钢, 各种高强度合金等)的变形在常温条件下, 实际上与时间无关; 而当金属在高温条件下工作时(例如锅炉, 气轮机和燃气轮机零件), 就会发生随着时间而增长的塑性变形(蠕变), 粗略地说, 就是会发生与粘性流体很相似的流动。

当谈到塑性理论, 通常总理解为是一种与时间无关的塑性变形(不计热效应的塑性理论)。在本书中所考虑的塑性变形正是这种变形, 只是在本书的最后一章才讨论了粘性效应。具有时间影响的那种塑性变形是在蠕变理论、粘塑性流动理论和流变学中进行研究的。

塑性理论的目的是对于(上述意义下的)塑性变形物体内的应力和变形进行数学研究。

塑性理论是变形固体力学的一个方面, 它与弹性理论有紧密的联系; 在弹性理论中所研究的是完全弹性体中的应力和应变; 塑性理论中的许多基本概念也可以在塑性理论中找到。

塑性理论的方法是通常在变形介质力学的分析中所用的方法。首要的问题是在实验资料的基础上(如果可能的话, 也可以借用理论物理中的某些论点)来建立塑性变形的基本定律。凭借这

些具有统观现象性质的定律组成了塑性理论的基本方程式。这些方程式的解——由它可以得到在各种情况下物体的塑性变形图形——是塑性力学的另一个重要问题。

让我们来谈一谈塑性理论的某些特征。首先，理论的一大部分是放在复杂应力状态下塑性变形定律的建立问题上的（这一点是与弹性理论相反的）。这是一个困难的问题，不过也应该指出，在一定限制条件下能够令人满意地与实验数据相符合的那些定律虽然主要是为金属而建立的，但有时它们对于许多其它的材料也可能具有意义。塑性理论的基本定律的非线性以及由此而导致其基本方程式的非线性，是塑性理论的另外一个特征。对于这些方程式的解，在数学上发生很大困难；在这里，古典的数学物理方法失去效用。因此，对于一些特殊问题，去发展克服这些数学困难的各種方法的研究就显得极其重要了。在这些情况下，新的计算技术的应用就具有很重要的意义。

2. 塑性理论的应用

塑性理论在工程技术上和物理学中皆有重要的应用。

各种类型的机器和结构中的许多强度问题的解决，是以塑性理论的结论作为依据的。塑性理论发现了更充分地利用物体的强度资源的远景，并导出了按照其承载能力来计算机械零件和结构零件的先进方法。这种方法以它的简单性为特征，而且常常还可以用它作为优化结构的直接设计问题的一种方法（关于优化设计理论，参阅[73]）。

金属在热状态和冷状态下的塑性变形过程（例如金属的压延、拉丝、锻造、冲压、切削等等）的利用，在经济上的价值是大家都知道的；分析实现这些过程所必须的力和相应的变形的分布，构成了塑性理论中另一很重要的应用部分。

材料的强度性质的研究是以塑性理论的结论为基础的,这是因为塑性变形照例发生在破坏之前。

在撞击和脉冲载荷作用下的结构性能的分析需要发展塑性动力学理论。

近年来,塑性理论已经成功地应用于岩石压力规律性的研究中,这个研究对于采矿工业是有很大意义的。

最后,还应该提到已经在许多论文中计划将塑性理论方法应用到地球物理学和地质学问题。

3. 简略的历史资料

有关数学塑性理论方面的最早一批著作发表于上一世纪七十年代,它们是和圣维南(Saint Venant)及列维(M. Levy)的名字分不开的;圣维南研究了平面应变方程式[156, 157]^①,列维则遵循圣维南的观点列出了三维情况下的方程[129];他还提出了平面问题方程式的线性化方法[130]。

在以后的年代中,塑性理论发展得很缓慢。在本世纪的初叶,当哈尔(Haar)和冯·卡门(T. von Karman)的著作([162], 1909)以及米赛斯(R. von Mises)的著作([136], 1913)发表时,塑性理论又开始有某些进展。在哈尔和卡门的著作中曾企图从某些变分原理出发以得到塑性理论方程式。在米赛斯的著作中明确地为新的流动条件^②(剪应力强度不变的条件)下了定义。

从二十年代开始,塑性理论有了巨大的发展,这首先是在德国开始的。在汉盖(H. Hencky)[94, 96],普朗特(L. Prandtl)[144],米赛斯[136]以及其他一些作者的工作中,无论是关于塑性

① 带有方括号的数字是参考书刊的序号——译者注。

② 我们指出,在以前也曾提出过类似的条件,但是没有如此明确的形式,并且也没有和数学塑性理论的建立联系起来。

理论的基本方程式方面或是在解平面问题的方法方面，都获得了重要的成果。在这个时期内进行了关于复杂应力状态下塑性变形定律的第一批有系统的实验研究，同时这还是最初将塑性理论有成效地应用到工程技术问题中去的时期。近年来，塑性理论已经开始引起了科学家和工程师们的广泛重视；在许多国家也包括苏联，开展了巨大的理论和实验的研究工作。塑性理论与气体动力学在一起，同时成为连续体力学中发展得最为蓬勃的部分。

第一章 连续体力学的基本概念

在本章中,我们要列出应力和应变理论的基本公式;在这一工作中我们要表明这是对于塑性理论的发展最重要的知识。

§ 1. 应 力

1. 1. 应力

在连续介质中给定一点处的应力状态可由下列对称应力张量表征:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (1.1)$$

式中 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 是应力的法向分量, 而 $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ 是应力的切向分量, 它们是以 x, y, z 为坐标轴的直角坐标系中的应力分量。

具有单位法线矢量为 $\mathbf{n}$ 的一个任意取向的曲面上, 应力矢量 $\mathbf{p}$ (图 1) 可由柯西(Cauchy)公式确定:

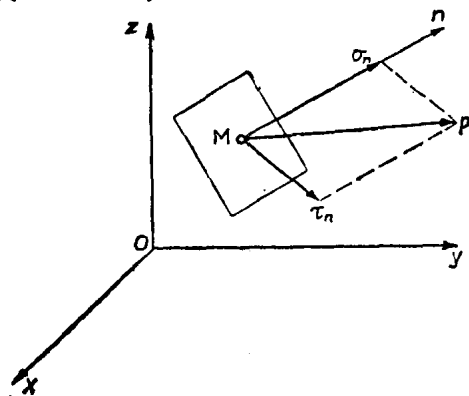


图 1