创新型人才培养“十二五”规划教材

信号与系统分析

（第2版）

◆ 赵泓扬　主编
◆ 赵晓群　主审

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY　http://www.phei.com.cn

创新型人才培养“十二五”规划教材

信号与系统分析

（第2版）

主　编　赵泓扬

副主编　张美凤　何　松

　　　　毛建军　陈　磊

主　审　赵晓群

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

信号与系统课程是通信、信息、电子工程类和自控类专业的一门重要的专业基础课程。本书全面系统地论述了信号与系统分析的基本理论、基本分析方法及其应用。全书内容包括：信号与系统的基本知识、连续时间系统的时域分析、离散时间系统的时域分析、傅里叶变换及系统的频域分析、离散时间信号的傅里叶变换、拉普拉斯变换及系统的 s 域分析、Z 变换及离散系统的 z 域分析、系统的状态变量分析、MATLAB 在信号与系统中的应用。

本书在内容上重点突出，详略得当，着重于信号与系统分析，突出基础性、系统性、实用性和先进性，并注重理论与实践结合，以及知识运用能力与创新意识的培养。本书的内容适用做不同学时的教学课程，可根据不同学时和教学要求灵活组合授课内容。

本书可以作为通信与电子信息类专业、自控与计算机专业等信号与系统课程的教材，也可以作为从事相关领域工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/赵泓扬主编. —2 版 . —北京：电子工业出版社，2014.6
创新型人才培养“十二五”规划教材
ISBN 978-7-121-22878-0

Ⅰ. ①信…　Ⅱ. ①赵…　Ⅲ. ① 信号分析—高等学校—教材　② 信号系统—系统分析—高等学校—教材
Ⅳ. ① TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 066370 号

策划编辑：柴　燕
责任编辑：柴　燕
印　　刷：北京京科印刷有限公司
装　　订：北京京科印刷有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：787×1092　1/16　印张：19.5　字数：500 千字
印　　次：2014 年 6 月第 1 次印刷
印　　数：3 000 册　　定价：45.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010)88258888。

第二版前言

21 世纪是信息化时代，有关信息的基本理论和相关技术是科学工作者和工程技术人员不可缺少的必备知识。信号与系统课程作为一门理论基础课程，广泛应用于通信、信息、电子工程、自控和计算机等专业。

本书将连续系统与离散系统并列进行了研究，先讨论连续，再讨论离散，并按照时域分析、变换域分析和状态变量分析的次序来划分章节，强调连续系统与离散系统的共性，也突出了它们各自的特点。在内容上，本书重点突出，详略得当，着重于信号分析和系统分析，突出基础性、系统性、实用性。本书适用于不同学时的教学课程，教师可根据不同学时和教学要求，灵活组合授课内容。

本书共分 9 章。第 1 章主要介绍信号与系统的基本概念、描述及分析等；第 2 章、第 3 章分别介绍连续系统和离散系统的时域分析；第 4 章介绍连续信号的傅里叶变换及系统的频域分析；第 5 章介绍离散信号的傅里叶变换；第 6 章介绍连续信号的拉普拉斯变换及连续系统的 s 域分析；第 7 章介绍离散信号的 Z 变换及离散系统的 z 域分析；第 8 章介绍系统的状态变量分析；第 9 章介绍如何用 MATLAB 软件来分析信号与系统。

本书每章课后配有一定数量的习题，习题分为两种层次，一是基本练习题，主要考查学生对基本知识点的掌握；另一种是复习提高题，针对学有余力的学生，并在书后给出了参考答案。本书选用的习题不仅强调公式的应用和解题技巧，也突出工程性和综合性，意在提高学生分析问题和解决问题的能力。

为便于学习本门课程，作者又编写了《信号与系统学习指导与习题详解》一书，已由电子工业出版社出版，ISBN：978-7-121-22879-7。该书对自学、复习及考研都有很大益处。

本书由赵泓扬主编及统稿，其中第 1、4、7、8 章由赵泓扬编写，第 2、3 章由何松编写，第 5 章由毛建军编写，第 6 章由陈磊编写，第 9 章由张美凤编写。赵晓群教授审阅了书稿。电子工业出版社的柴燕编辑为本书的再版做了大量的工作，谨致以衷心的感谢。

限于编者水平，书中定有不少疏漏和差错，敬请读者批评指正。

编者
2014 年 5 月

目　　录

第 1 章　信号与系统的基本知识 …… 1
1.1　引言 …… 1
1.2　信号的基本知识 …… 2
1.2.1　信号的定义 …… 2
1.2.2　信号的分类 …… 2
1.3　常用基本信号 …… 5
1.3.1　常用连续时间信号 …… 5
1.3.2　常用离散时间信号 …… 14
1.4　信号的运算与波形变换 …… 17
1.5　信号的时域分解 …… 22
1.6　卷积 …… 25
1.6.1　卷积积分 …… 25
1.6.2　卷积和 …… 31
1.7　系统的基本知识 …… 35
1.7.1　系统的定义 …… 35
1.7.2　系统的分类 …… 35
1.7.3　系统的连接 …… 36
1.7.4　系统的描述 …… 37
1.8　系统的特性 …… 39
1.9　LTI 系统的分析方法 …… 42
习题 …… 43
第 2 章　连续时间系统的时域分析 …… 48
2.1　引言 …… 48
2.2　微分方程的经典解法 …… 48
2.3　0_- 与 0_+ 状态的转换 …… 51
2.4　零输入响应与零状态响应 …… 53
2.4.1　零输入响应 …… 53
2.4.2　零状态响应 …… 54
2.4.3　全响应 …… 55
2.5　单位冲激响应与单位阶跃响应 …… 56
2.5.1　定义 …… 56
2.5.2　冲激响应的求解 …… 56

2.5.3 阶跃响应的求解 …… 58
2.5.4 由冲激响应求零状态响应 …… 59
2.5.5 复合系统的冲激响应 …… 59
2.6 连续时间系统的模拟 …… 60
习题 …… 62
第3章 离散时间系统的时域分析 …… 66
3.1 引言 …… 66
3.2 差分与差分方程 …… 66
3.3 差分方程的经典解法 …… 67
3.4 零输入响应与零状态响应 …… 70
3.4.1 零输入响应 …… 71
3.4.2 零状态响应 …… 71
3.4.3 全响应 …… 72
3.5 单位序列响应与单位阶跃响应 …… 73
3.5.1 单位序列响应 …… 73
3.5.2 单位阶跃响应 …… 74
3.5.3 由单位序列响应求零状态响应 …… 75
3.5.4 复合系统的单位序列响应 …… 75
3.6 离散时间系统的模拟 …… 76
习题 …… 78
第4章 傅里叶变换及系统的频域分析 …… 81
4.1 引言 …… 81
4.2 信号的正交分解 …… 81
4.2.1 信号的分解 …… 81
4.2.2 正交函数与正交函数集 …… 82
4.2.3 将信号分解为正交函数 …… 83
4.3 周期信号的傅里叶级数表示 …… 84
4.3.1 傅里叶级数的三角形式 …… 85
4.3.2 傅立叶级数的指数形式 …… 86
4.3.3 傅里叶级数的收敛性与吉伯斯现象 …… 87
4.3.4 波形对称与谐波特性 …… 89
4.4 典型周期信号的傅里叶级数 …… 91
4.4.1 周期矩形脉冲信号 …… 91
4.4.2 周期三角脉冲信号 …… 93
4.4.3 周期半波余弦信号 …… 94
4.4.4 周期全波余弦信号 …… 94
4.5 非周期信号的傅里叶变换 …… 95
4.6 常用信号的傅里叶变换 …… 97
4.7 傅里叶变换的性质 …… 102

4.8 周期信号的傅里叶变换 …… 111
4.8.1 正、余弦信号的傅里叶变换 …… 112
4.8.2 单位冲激序列 $\delta_T(t)$的傅里叶变换 …… 112
4.8.3 一般周期信号的傅里叶变换 …… 113
4.8.4 傅里叶级数与傅里叶变换之间的关系 …… 115
4.9* 功率谱与能量谱 …… 116
4.9.1 能量谱 …… 116
4.9.2 功率谱 …… 117
4.10 LTI 连续时间系统的频域分析 …… 118
4.10.1 频率响应 …… 118
4.10.2 LTI 连续时间系统频率响应的计算 …… 120
4.11 信号的传输与滤波 …… 122
4.11.1 无失真传输 …… 122
4.11.2 信号的滤波与理想滤波器 …… 124
4.12 抽样定理 …… 127
4.12.1 有关定义 …… 128
4.12.2 抽样信号的频谱 …… 128
4.12.3 时域抽样定理 …… 130
4.12.4 频域抽样定理 …… 131
4.13* 希尔伯特变换 …… 132
习题 …… 134
第5章 离散时间信号的傅里叶变换 …… 140
5.1 引言 …… 140
5.2 周期序列的离散傅里叶级数 …… 140
5.3 非周期序列的离散时间傅里叶变换及其性质 …… 143
5.3.1 离散时间傅里叶变换 …… 143
5.3.2 常用信号的离散时间傅里叶变换 …… 144
5.3.3 离散时间傅里叶变换的性质 …… 147
5.4 周期序列的离散时间傅里叶变换 …… 149
5.5 离散傅里叶变换及其性质 …… 150
5.5.1 离散傅里叶变换(DFT) …… 151
5.5.2 离散傅里叶变换的性质 …… 151
5.6 LTI 离散时间系统的频域分析 …… 154
习题 …… 155
第6章 拉普拉斯变换及连续系统的 s 域分析 …… 157
6.1 引言 …… 157
6.2 拉普拉斯变换 …… 158
6.2.1 拉普拉斯变换的定义 …… 158
6.2.2 拉普拉斯变换的收敛域 …… 159

6.2.3 拉普拉斯变换的零、极点表示 …… 161
6.2.4 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系 …… 161
6.2.5 常用信号的拉普拉斯变换 …… 162
6.3 拉普拉斯变换的性质 …… 163
6.4 拉普拉斯反变换 …… 169
6.4.1 部分分式展开法 …… 169
6.4.2 留数定理法 …… 172
6.5 系统的 s 域分析 …… 173
6.5.1 用拉普拉斯变换法解微分方程 …… 173
6.5.2 用拉普拉斯变换法分析电路 …… 174
6.5.3 系统的 s 域框图 …… 176
6.6 系统函数 …… 177
6.6.1 系统函数的定义 …… 177
6.6.2 系统函数的表示法 …… 179
6.6.3 系统函数与时域响应 …… 180
6.6.4 系统函数与频率响应 …… 181
6.7 连续系统的稳定性及其判定 …… 183
6.8 信号流图 …… 185
6.8.1 信号流图中的常用术语 …… 185
6.8.2 信号流图的性质 …… 186
6.8.3 信号流图的化简 …… 186
6.8.4 梅森(Mason)公式 …… 188
习题 …… 189
第7章 Z 变换及离散系统的 z 域分析 …… 195
7.1 引言 …… 195
7.2 Z 变换 …… 195
7.2.1 Z 变换的定义 …… 195
7.2.2 Z 变换的收敛域 …… 196
7.2.3 Z 变换的几何表示——零、极点图 …… 198
7.2.4 常用序列的 Z 变换 …… 199
7.3 Z 变换的性质 …… 199
7.4 Z 反变换 …… 204
7.4.1 幂级数展开法(长除法) …… 205
7.4.2 部分分式展开法 …… 205
7.4.3 留数定理法 …… 208
7.5 z 域分析 …… 210
7.5.1 用 Z 变换法解差分方程 …… 210
7.5.2 系统的 z 域框图 …… 211
7.6 系统函数 …… 212

7.6.1 系统函数的定义 …… 212
7.6.2 系统函数与时域响应 …… 213
7.6.3 系统函数与频率响应 …… 214
7.7 离散系统的稳定性及其判定 …… 216
7.8 傅里叶变换、拉普拉斯变换与 Z 变换的关系 …… 218
习题 …… 221
第 8 章 系统的状态变量分析 …… 226
8.1 引言 …… 226
8.2 状态变量与状态方程 …… 227
8.2.1 状态与状态变量 …… 227
8.2.2 状态方程与输出方程 …… 228
8.3 状态方程的建立 …… 231
8.3.1 连续时间系统状态方程的建立 …… 231
8.3.2 离散时间系统状态方程的建立 …… 235
8.4 状态方程的时域解法 …… 238
8.4.1 连续系统状态方程的时域解法 …… 238
8.4.2 离散系统状态方程的时域解法 …… 241
8.5 状态方程的变换域解法 …… 244
8.5.1 用拉普拉斯变换法求解连续系统的状态方程 …… 244
8.5.2 用 Z 变换法求解离散系统的状态方程 …… 246
8.6 由状态方程判断系统的稳定性 …… 248
8.6.1 系统函数矩阵 $H(s)$ 与连续系统的稳定性 …… 248
8.6.2 系统函数矩阵 $H(z)$ 与离散系统的稳定性 …… 249
8.7 系统的可控性和可观性 …… 250
8.7.1 状态矢量的线性变换 …… 250
8.7.2 系统的可控制性 …… 251
8.7.3 系统的可观测性 …… 252
习题 …… 253
第 9 章 MATLAB 在信号与系统中的应用 …… 257
9.1 引言 …… 257
9.2 信号的产生与运算 …… 257
9.2.1 常用信号的 MATLAB 表示 …… 257
9.2.2 用 MATLAB 实现信号的基本运算 …… 262
9.3 LTI 连续时间系统的时域分析 …… 266
9.4 LTI 离散时间系统的时域分析 …… 269
9.5 连续信号的频谱分析及连续系统的频域分析 …… 271
9.6 LTI 连续时间系统的 s 域分析 …… 274
9.7 LTI 离散时间系统的 z 域分析 …… 276
9.8 系统的状态变量分析 …… 279

附录…………………………………………………………………… 282
附录 A　常用数学表 ………………………………………………… 282
附录 B　常用连续信号的卷积积分……………………………………… 283
附录 C　常用信号的卷积和 …………………………………………… 283
附录 D　常用周期信号的傅里叶系数表 ……………………………… 284
附录 E　常用信号的傅里叶变换表……………………………………… 285
附录 F　奇异信号的频谱 ……………………………………………… 286
附录 G　常用右边序列的 Z 变换表 ………………………………… 287
附录 H　常用左边序列的 Z 变换表 ………………………………… 288
习题答案………………………………………………………………… 289
参考文献………………………………………………………………… 301

第1章　信号与系统的基本知识

本章要点

- 信号的分类
- 信号的基本运算与波形变换
- 常用的连续信号和离散信号
- 冲激函数和阶跃函数的定义、性质
- 卷积的定义、图解
- 系统的基本概念、描述方法
- 系统特性分析

1.1　引　　言

信号与系统的概念已经深入到人们生活的各个方面，其理论和分析方法也几乎渗透到各个科学领域中。例如，在通信、图像处理、雷达、自动控制、集成电路、生物医学、遥测遥感及声学、地震学等领域和学科中，它都有广泛应用。

信号来源于拉丁文“signum”一词，它有多种表现形式。上课的铃声、火车的汽笛声等是声信号；古代传送的烽火、十字路口的交通红绿灯等是光信号；无线广播和电视发射的信号属于电磁波信号。此外，交警指挥的手势、军舰使用的旗语、计算机屏幕上的图形文字等都是信号。

系统(system)就是由若干个相互联系、相互作用的实物按照一定的规律组合而成的具有某种特定功能的整体。在日常生活中，人们常用的手机、计算机、电视、自动取款机、公交车的刷卡机等工具和设备都可以看成一个系统，它们传送的语音、数据、文字、图像等都可以看成信号。

信号与系统有着十分密切的联系。在系统中，信号按照一定的规律变化，系统在输入信号的驱动下对它进行处理并产生输出信号。常称输入信号为激励，称输出信号为响应，如图1-1所示。例如，在电路(电路本身是一个系统)中，随时间变化的电流或电压是信号，电路对输入信号的响应是输出信号；超市收银员使用的扫描仪也是一个系统，该系统通过红外光扫描商品的条形码得到商品的价格；一台照相机也是一个系统，该系统接收来自不同光源和物体反射回来的光信号而产生一幅照片。

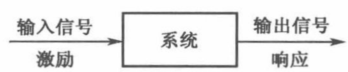

图1-1　信号与系统

本书主要讨论信号与系统的基本理论和基本分析方法，研究信号经过系统传输或处理的一般规律，为进一步研究通信理论、控制理论、信号处理和信号检测等学科奠定必要的基础。

1.2 信号的基本知识

1.2.1 信号的定义

广义地说，信号就是随时间和空间变化的某种物理量。例如，在通信工程中，一般将语言、文字、图像、数据等统称为消息。在消息中包含着一定的信息，信息是不能直接传送的，必须借助于一定形式的信号（声信号、光信号、电信号等）才能进行传送和各种处理。因此，信号是消息的载体，而消息则是信号的内容。

在数学上，信号可以表示为一个或多个独立变量的函数。例如，一个语音信号可以表示为声压 x 随时间 t 变化的函数，记为 $x(t)$；静止的黑白图像信号可以表示为亮度（或称灰度）f 随二维空间坐标 x、y 变化的函数，记为 $f(x,y)$；活动的图像信号可表示为亮度 f 随二维空间坐标 x、y 和时间 t 变化的函数，记为 $f(x,y,t)$ 等。本书主要讨论目前应用广泛的电信号（一般是随时间、位置变化的电流或电压），讨论的范围也仅限于一个独立的变量（即一维信号）。为了方便，以后总以时间表示自变量（尽管在某些具体应用中，自变量不一定是时间）。

信号常可以表示为时间函数（或序列），称该函数（或序列）的图像为信号的波形。后面在讨论信号的有关问题时，“信号”和“函数（或序列）”两个词可以相互通用，不予区分。

信号的特性可以从时间特性和频率特性两方面来描述。信号的时间特性是指从时间域对信号进行的分析，如信号的波形、出现时间的先后、持续时间的长短、随时间变化的快慢和大小、重复周期的大小等。信号的频率特性是指从频率域对信号进行的分析，如任一信号都可以分解为许多不同频率（呈谐波关系）的余弦分量，而每一余弦分量则可用它的振幅和相位来表征。时域和频域是两种不同的观察和表示信号的方法。信号的时间特性和频率特性有着密切的联系，不同的时间特性将导致不同的频率特性，这种关系将在第 4 章中讨论。

1.2.2 信号的分类

信号的种类很多，从不同的角度可以有不同的分类方法。信号按照属性可分为电信号和非电信号两类；按数学的对称性，可以分为奇信号、偶信号、非对称信号。这里仅从信号的数学描述出发，介绍几种与信号的性质和特征相关的信号分类。

1. 确定信号与随机信号

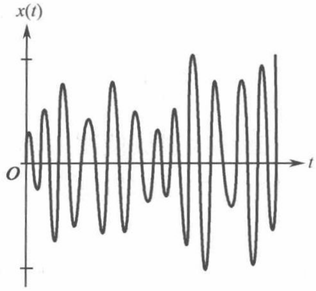

图 1-2　随机信号

若信号可以由一确定的数学表达式（时间函数式）表示，或者信号的波形是唯一确定的，则这种信号就是确定信号，如正弦信号。反之，如果信号不能用确定的图形、曲线或函数式来准确描述，其具有不可预知的不确定性，则称为随机信号或不确定信号，如图 1-2 所示。

任意给定一时刻值时，对确定信号可以唯一确定其信号的取值；而对于随机信号而言，其取值是不确定的。严格来说，在自然界中确定信号是不存在的，因为在信号传输过程中，不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，这些干扰和噪声都具有

随机性。对于随机信号，不能将其表示为确切的时间函数，要用概率、统计的观点和方法来研究它。尽管如此，研究确定信号仍是十分重要的，这是因为它是一种理想化的模型，不仅适应于工程应用，也是研究随机信号的重要基础。本书只分析确定信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

根据信号定义域取值是否连续，可将信号分为连续时间信号和离散时间信号。

连续时间信号（简称连续信号）是指在某一时间间隔内，对于任意时刻（除若干不连续点外）都可以给出确定的函数值的信号，如图 1-3 所示。在本书中，连续时间信号一般用 $f(t)$ 表示，t 为自变量。连续时间信号的幅值可以是连续的（即可以是任何实数），也可以是离散的（即只能取有限个规定的数值）。对于时间和幅值都连续的信号，又称其为模拟信号。

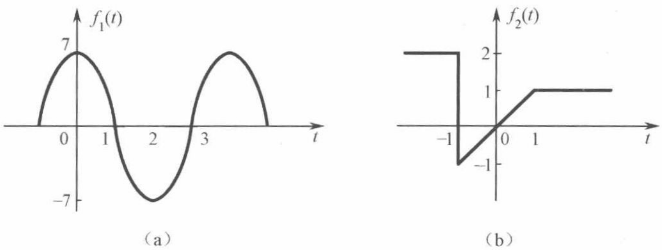

图 1-3　连续时间信号

离散时间信号（简称离散信号）是指仅在某些不连续的瞬间有定义，在其他时间没有定义的信号，如图 1-4 所示。在本书中，离散时间信号一般用 $f(k)$ 表示，k 为自变量。离散时间间隔一般都是均匀的，也可以是不均匀的。本书只讨论离散时间间隔均匀且离散时刻为整数的情况（即 $k=0, \pm1, \pm2 \cdots$），这样的离散时间信号也叫做序列。离散时间信号可以通过对连续时间信号采样（抽样）而得到。

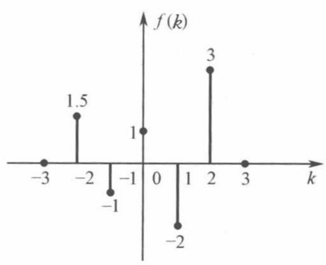

图 1-4　离散时间信号

如果离散时间信号的幅值是连续的，即幅值可以取任何实数，则称为抽样信号；如果离散时间信号的幅值只能取某些规定的数值，则称为数字信号。

序列 $f(k)$ 的表达式可以写成闭合形式，也可以逐个列出 $f(k)$ 的值。通常把对应某序号 m 的序列值叫做第 m 个样点的“样值”。图 1-4 中的信号可以表示为

$$f(k)=\begin{cases} 0, & k\leqslant -3 \\ 1.5, & k=-2 \\ -1, & k=-1 \\ 1, & k=0 \\ -2, & k=1 \\ 3, & k=2 \\ 0, & k\geqslant 3 \end{cases}$$

为简便起见，信号 $f(k)$也可表示为

$$f(k)=\{0,\quad 1.5,\quad -1,\quad \underset{\substack{\uparrow\\ k=0}}{1},\quad -2,\quad 3,\quad 0\}$$

3. 周期信号与非周期信号

在确定信号中根据信号是否具有周期性可以分为周期信号和非周期信号。

所谓周期信号就是指在($-\infty<t<\infty$)区间，每隔一定时间，按相同规律重复变化的信号，如图 1-5 所示。

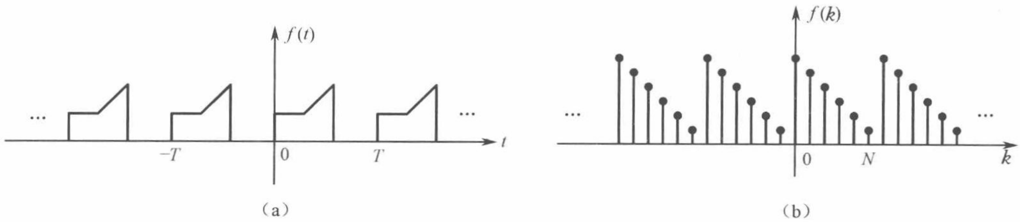

图 1-5 周期信号

连续周期信号可以表示为

$$f(t)=f(t+mT),m=0,\pm1,\pm2\cdots \tag{1-1}$$

离散周期信号可以表示为

$$f(k)=f(k+mN),m=0,\pm1,\pm2\cdots \tag{1-2}$$

满足上述两关系式的最小 T(或 N)值叫做信号的周期。只要给出周期信号在任意周期内的函数式(或波形)，便可确定它在任意时刻的值。

非周期信号在时间上不具有周而复始变化的特性，并且不具有周期 T(或者认为周期 T 是趋于无限大的情况)。真正的周期信号实际上是不存在的，实际中所谓的周期信号只是指在相当长的时间内按照某一规律重复变化的信号。

注意：①两个连续的周期信号之和不一定是周期信号，只有当这两个连续信号的周期 T_1 与 T_2 之比为有理数时，其和信号才是周期信号，周期 T 为 T_1、T_2 的最小公倍数；②两个离散的周期序列之和一定是周期序列，其周期 N 等于两个序列周期的最小公倍数。

4. 实信号与复信号

实信号是指物理上可以实现的，取值是实数的信号。它常常为时间 t(或 k)的实函数(或序列)，如正弦函数、单边指数函数等。实信号的共轭对称信号是它本身。

复信号指取值为复数的信号。虽然实际上不会产生复信号，但为了理论分析的需要，常常引用数值为复数的复信号，最常用的是复指数信号。

连续信号的复指数信号可表示为

$$f(t)=e^{st},-\infty<t<\infty \tag{1-3}$$

式中，$s=\sigma+j\omega$，其中 σ 是 s 的实部，记作 $\mathrm{Re}[s]$；ω 是 s 的虚部，记作 $I_m[s]$。

根据欧拉公式，式(1-3)可以展开为

$$f(t)=\mathrm{e}^{st}=\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=\mathrm{e}^{\sigma t}\cos(\omega t)+\mathrm{j}\mathrm{e}^{\sigma t}\sin(\omega t) \tag{1-4}$$

式(1-4)表明一个复指数信号可以分解为实部与虚部两部分。其中，实部为余弦信号，虚部为正弦信号。指数因子的实部 σ 表征了正弦和余弦的振幅随时间变化的情况。若 $\sigma>0$，则正、余弦信号为增幅振荡；若 $\sigma<0$，则为衰减振荡。指数因子的虚部 ω 则表示正、余弦信号的角频率。利用复指数信号可以描述许多基本的信号，如直流信号($\sigma=0,\omega=0$)、指数信号($\sigma\neq0,\omega=0$)等。

复指数信号的重要特性之一就是它对时间的导数和积分仍为复指数信号。

5. 能量信号与功率信号

按照信号的能量特点，可以将信号分为能量信号和功率信号。

如果在无限大的时间间隔内，信号的能量为有限值而平均功率为零，则称此信号为能量有限信号，简称能量信号。

如果在无限大的时间间隔内，信号的平均功率为有限值而总能量为无限大，则称此信号为功率有限信号，简称功率信号。

信号 $f(t)$ 的能量(用字母 E 表示)定义为

$$E[f(t)]=\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

信号 $f(t)$ 的功率(用字母 P 表示)指的是其平均功率，定义为

$$P[f(t)]=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-6}$$

持续时间有限的非周期信号都是能量信号，而直流信号、周期信号、阶跃信号等都是功率信号，因为它们的能量为无限大。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号，但有少数信号既不是能量信号也不是功率信号，如 e^{-t}。

序列 $f(k)$ 的能量定义为

$$E[f(k)]=\lim_{N\to\infty}\sum_{k=-N}^{N}|f(k)|^2 \tag{1-7}$$

序列 $f(k)$ 的功率定义为

$$P[f(k)]=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{k=-N}^{N}|f(k)|^2 \tag{1-8}$$

1.3　常用基本信号

1.3.1　常用连续时间信号

常用连续时间信号可以归纳为两类：一类为基本信号；另一类为奇异信号。

1. 基本信号

1) 正弦函数

其表达式为

$$f(t)=A\sin(\omega t+\theta) \tag{1-9}$$

式中，A 表示幅度；ω 表示角频率；θ 表示初相位。$T=2\pi/\omega$ 为正弦函数的周期。正弦函数的波形如图 1-6 所示。正弦函数的一个重要性质是对它进行微分或积分运算后，仍为同频率的正弦函数。

2）指数函数

其表达式为

$$f(t)=A\mathrm{e}^{at} \tag{1-10}$$

式中，A、a 均为常数。

图 1-7 给出了 $a>0$、$a=0$ 和 $a<0$ 三种情况下的指数函数波形。

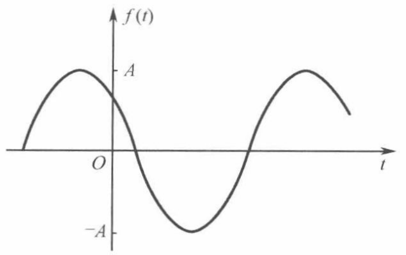

图 1-6　正弦函数

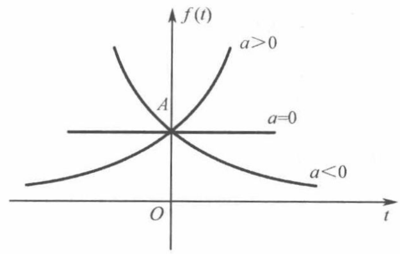

图 1-7　指数函数

3）抽样函数(取样函数)

抽样函数一般用 $\mathrm{Sa}(t)$ 表示，其表达式为

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1-11}$$

其波形如图 1-8 所示。

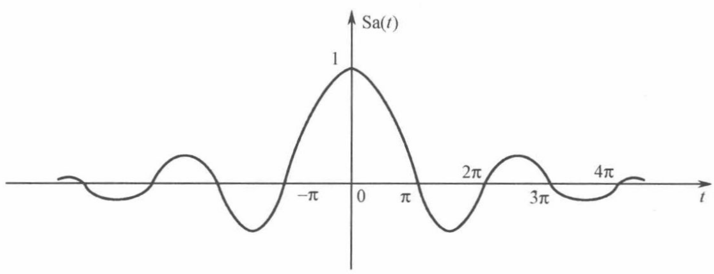

图 1-8　抽样函数

从图 1-8 可以看出，抽样函数 $\mathrm{Sa}(t)$ 是偶函数，并且在 t 的正、负两方向上的振幅都逐渐衰减，当 $t=\pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi\cdots$ 时，函数值为零。如果把以相邻两个零点为端点的区间叫做过零区间，则 $\mathrm{Sa}(t)$ 函数只有在原点附近的过零区间的宽度为 2π，其余过零区间的宽度均为 π。

抽样函数具有下列性质：

$$\begin{cases} \displaystyle\int_0^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\,\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2} \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\,\mathrm{d}t=\pi \end{cases} \tag{1-12}$$

与 $\mathrm{Sa}(t)$ 函数类似的函数叫做 sinc 函数，其定义为

$$\mathrm{sinc}(t)=\frac{\sin\pi t}{\pi t}=\mathrm{Sa}(\pi t) \tag{1-13}$$

4）高斯函数（钟形脉冲函数）

高斯函数的定义为

$$f(t)=E\mathrm{e}^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \tag{1-14}$$

其波形如图 1-9 所示。

高斯函数是单调下降的偶函数。在随机信号的分析中，高斯函数占有重要的地位，随机误差的正态概率密度分布函数即为高斯函数。

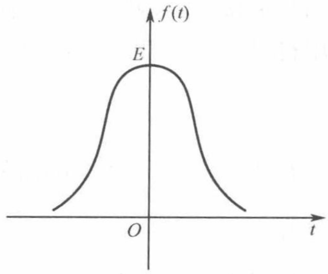

图 1-9　高斯函数

2. 奇异信号

在信号与系统的分析中，除上述几种常用的基本信号外，还有一类信号，其本身具有简单的数学形式，属于连续信号，但又有不连续点或其导数、积分有不连续点，这类信号统称为奇异信号或奇异函数。

下面介绍几种常见的奇异函数。这些典型的信号都是由实际的物理现象经过数学抽象而定义出来的。奇异信号虽然与实际信号不同，但只要把实际信号按照一定的条件理想化后，即可用这些信号来分析它们了。

1）单位斜坡函数

其数学表达式为

$$r(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t\geqslant 0\end{cases} \tag{1-15}$$

其波形如图 1-10 所示。

如果将起始点移至 t_0 处，则为

$$r(t-t_0)=\begin{cases}0, & t<t_0\\ t-t_0, & t\geqslant t_0\end{cases} \tag{1-16}$$

其波形如图 1-11 所示。

如果斜率不为 1，而是 A（A 为大于零的常数），则可以写为 $Ar(t)$。

实际中会遇到"截平"的斜坡函数，其数学表达式为

$$r_1(t)=\begin{cases}\dfrac{A}{\tau}r(t), & t<\tau\\ A, & t\geqslant\tau\end{cases} \tag{1-17}$$

其波形如图 1-12 所示。

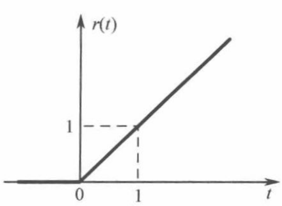

图 1-10　单位斜坡函数

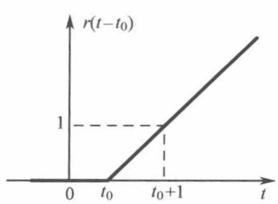

图 1-11　单位斜坡函数的移位

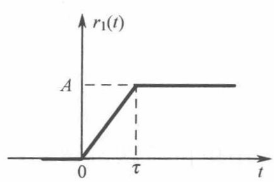

图 1-12　"截平"的斜坡函数