



圣才考研网

www.100exam.com

✓ 扫一扫 送本书 **手机版**

✓ 摇一摇 找学友互动学习

✓ 播一播 看名师直播答疑



考研专业课辅导系列·管理类联考

# 管理类联考综合能力考试 过关宝典——数学分册

主编：圣才考研网

www.100exam.com

买一  
送五



220元大礼包

- 送1 视频课程（5小时，价值100元）
- 送2 3D电子书（价值20元）
- 送3 3D题库【考研真题+章节题库+模拟试题】（价值30元）
- 送4 手机版【电子书/题库】（价值50元）
- 送5 圣才学习卡（价值20元）

详情登录：圣才考研网（www.100exam.com）首页的【购书大礼包】，刮开本书所贴防伪标的密码享受购书大礼包增值服务。

特别提醒：本书提供名师考前直播答疑，手机电脑均可观看，**扫一扫本书**右上角二维码下载电子书学习。

本书提供  
名师考前  
直播答疑



中国石化出版社

HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM

教·育·出·版·中·心

考研专业课辅导系列·管理类联考

# 管理类联考综合能力考试 过关宝典

——数学分册

主编：圣才考研网

[www.100exam.com](http://www.100exam.com)

中国石化出版社

## 内 容 提 要

本书是全国硕士研究生招生考试“管理类联考综合能力”考试科目数学部分的学习辅导书。本书遵循最新大纲的内容要求,分为算术、代数、几何、数据分析4章,每章内容包含4大板块:考情分析总览各题型的考试要求;学习目标归纳重点学习任务;考点精讲全面细致分析主要知识点;过关练习强化逻辑训练,并提供最新真题答案及详解,以巩固和强化本章的知识内容。

圣才考研网(www.100exam.com)提供考研管理类联考网授精讲班【教材精讲+考研真题串讲】、3D电子书、3D题库(详细介绍参见本书书前彩页)。购书享受大礼包增值服务【100元视频课程+20元3D电子书+30元3D题库+50元手机版电子书/题库+20元圣才学习卡】。扫一扫本书封面的二维码,可免费下载本书手机版;摇一摇本书手机版,可找到所有学习本书的学友,交友学习两不误。本书提供名师考前直播答疑,手机电脑均可观看,直播答疑在考前推出(具体时间见网站公告)。

### 图书在版编目(CIP)数据

管理类联考综合能力考试过关宝典·数学分册/  
圣才考研网主编. —北京:中国石化出版社,2016.1  
考研专业课辅导系列·管理类联考  
ISBN 978-7-5114-3806-5

I. ①管… II. ①圣… III. ①高等数学-研究生-人  
学考试-自学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第007721号

未经本社书面授权,本书任何部分不得被复制、抄袭,或者  
以任何形式或任何方式传播。版权所有,侵权必究。

#### 中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街58号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

http://www.sinopec-press.com

E-mail:press@sinopec.com

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

全国各地新华书店经销

\*

787×1092毫米16开本12印张4彩页300千字

2016年2月第1版 2016年2月第1次印刷

定价:26.00元

# 《考研专业课辅导系列》

## 编 委 会

主编：圣才考研网(www.100exam.com)

编委：王泽人 蒋珊珊 邱亚辉 倪彦辉 赵芳微  
段瑞权 段辛云 娄旭海 王 巍 肖 萌  
涂幸运 张宝霞 黄前海 李昌付 万军辉

# 序 言

为了帮助考生顺利通过全国研究生招生考试“管理类联考综合能力”考试科目，我们根据最新考试大纲和相关考试教材编写了2017年考研管理类联考辅导系列：

1. 《管理类联考综合能力考试历年真题及详解》
2. 《管理类联考综合能力考试过关宝典——数学分册》
3. 《管理类联考综合能力考试过关宝典——逻辑分册》
4. 《管理类联考综合能力考试过关宝典——写作分册》

本书是全国硕士研究生招生考试“管理类联考综合能力”考试科目数学部分的学习辅导书。本书遵循最新大纲的内容要求，分为算术、代数、几何、数据分析4章，每章内容包含4大板块：考情分析总览各题型的考试要求；学习目标归纳重点学习任务；考点精讲全面细致分析主要知识点；过关练习强化逻辑训练，并提供最新真题答案及详解，以巩固和强化本章的知识内容。

购买本书享受大礼包增值服务，登录圣才考研网([www.100exam.com](http://www.100exam.com))，刮开所购图书封面防伪标的密码，即可享受大礼包增值服务：①视频课程(5小时，价值100元)；②本书3D电子书(价值20元)；③3D题库【考研真题+章节题库+模拟试题】(价值30元)；④手机版【电子书/题库】(价值50元)；⑤圣才学习卡(价值20元)，可在圣才学习网旗下所有网站进行消费。扫一扫本书封面的二维码，可免费下载本书手机版；摇一摇本书手机版，可找到所有学习本书的学友，交友学习两不误；本书提供名师考前直播答疑，手机电脑均可观看，直播答疑在考前推出(具体时间见网站公告)。

圣才考研网([www.100exam.com](http://www.100exam.com))是圣才学习网旗下的考研考博专业网站，提供全国所有院校各个专业的考研考博辅导班【师兄师姐一对一辅导(网授)、网授精讲班等】、考研3D电子书、考研题库(参考教材章节题库、模拟试题等)、全套资料(历年真题及答案、笔记讲义等)、考研教辅图书等。

考研辅导：[www.100exam.com](http://www.100exam.com)(圣才考研网)

资格考试：[www.100xuexi.com](http://www.100xuexi.com)(圣才学习网)

圣才学习网编辑部

# 目 录

第一章 算 术 .....	( 1 )
考情分析 .....	( 1 )
学习目标 .....	( 1 )
考点精讲 .....	( 1 )
过关练习 .....	( 11 )
第二章 代 数 .....	( 22 )
考情分析 .....	( 22 )
学习目标 .....	( 22 )
考点精讲 .....	( 22 )
过关练习 .....	( 60 )
第三章 几 何 .....	( 102 )
考情分析 .....	( 102 )
学习目标 .....	( 102 )
考点精讲 .....	( 102 )
过关练习 .....	( 125 )
第四章 数据分析 .....	( 145 )
考情分析 .....	( 145 )
学习目标 .....	( 145 )
考点精讲 .....	( 145 )
过关练习 .....	( 160 )

# 第一章 算 术



## 考情分析

算术部分的知识是学习数学的基础，这部分内容的考查重点是百分数、比与比例、绝对值。一般会考查3~9道题目，命题点主要集中在对概念的理解上，结合实际应用问题考查考生的理解和运算能力。看似简单，但每年都有不少考生在简单题目上失分，所以，简单内容也要认真复习。



## 学习目标

- ①理解整数、百分数、比与比例、绝对值等概念的含义；
- ②理清各概念之间的联系与区别；
- ③重点掌握概念之间的综合应用。



## 考点精讲

### 考点一 整数

#### 1. 整数及其运算

##### (1) 概念

##### ① 整数

整数包括任意自然数(如1, 2, 3, 4, 5)以及它们的负数和0。整数的全体构成整数集，整数集是一个数环。在整数系中，零和正整数统称为自然数。 $-1, -2, -3, \dots, -n, \dots$ ( $n$ 为非零自然数)为负整数。正整数、零与负整数构成整数系。

【例】 $\frac{n}{14}$ 是一个整数。( ) [2008年GRK真题]

(1)  $n$ 是一个整数，且 $\frac{3n}{14}$ 也是一个整数

(2)  $n$ 是一个整数，且 $\frac{n}{7}$ 也是一个整数

- A. 条件(1)充分，但是(2)不充分。
- B. 条件(2)充分，但是(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独不充分，但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分，条件(2)也充分。

E. 条件(1)和(2)单独不充分, 条件(1)和(2)联合起来也不充分。

【答案】A

【解析】条件(1),  $\frac{3n}{14}$ 是一个整数, 因为3不是14的约数, 所以 $n$ 是14的倍数, 则 $\frac{n}{14}$ 是一个整数, 充分; 条件(2), 举反例, 设 $n=7$ , 则 $\frac{n}{14}$ 不是一个整数, 不充分。

## ②整除

设 $a, b$ 是任意两个整数, 其中 $b \neq 0$ , 如果存在一个整数 $q$ , 使得等式 $a = bq$ 成立, 则称 $b$ 整除 $a$ 或 $a$ 可以被 $b$ 整除, 此时,  $b$ 称为 $a$ 的因数,  $a$ 称为 $b$ 的倍数。如果这样的整数不存在, 则称 $b$ 不能整除 $a$ 。

### (2)整数的运算

#### ①加、减运算

加法交换律:  $a + b = b + a$ ;

加法结合律:  $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

#### ②乘法运算

乘法交换律:  $a \times b = b \times a$ ;

乘法结合律:  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ;

乘法分配律:  $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

#### ③除法计算

从被除数的首位起, 先看除数有几位, 再用除数试除被除数的前几位, 如果它比除数小, 再多试除一位数; 除到被除数的哪一位, 就在那一位上面写上商; 每次除后余下的数必须比除数小。

### (3)整除判定基本法则

#### ①能被2、4、8、5、25、125整除的数的数字特性。

a. 能被2(或5)整除的数, 末一位数字能被2(或5)整除;

b. 能被4(或25)整除的数, 末两位数字能被4(或25)整除;

c. 能被8(或125)整除的数, 末三位数字能被8(或125)整除;

d. 一个数被2(或5)除得的余数, 就是其末一位数字被2(或5)除得的余数;

e. 一个数被4(或25)除得的余数, 就是其末两位数字被4(或25)除得的余数;

f. 一个数被8(或125)除得的余数, 就是其末三位数字被8(或125)除得的余数。

#### ②能被3、9整除的数的数字特性。

a. 能被3(或9)整除的数, 各位数字和能被3(或9)整除;

b. 一个数被3(或9)除得的余数, 就是其各位相加后被3(或9)除得的余数。

【例】从1到100的整数中任取一个数, 则该数能被5或7整除的概率为( )。

A. 0.02

B. 0.14

C. 0.2

D. 0.32

E. 0.34

【答案】D

【解析】1~100中尾数为5和0的数都可以被5整除, 个数为20个; 1~100中能被7整除的数有14个, 其中35、70同时能被5和7整除; 所以, 1~100中能被5或7整除的



数有  $20 + 14 - 2 = 32$ 。则从  $1 \sim 100$  中任取一数能被 5 或 7 整除的概率为  $32 \div 100 = 0.32$ 。

## 2. 奇数、偶数

### (1) 奇数和偶数的概念

不能被 2 整除的整数称为奇数，如 1、3、5、7、9、……

能被 2 整除的整数称为偶数，正的偶数又称双数。

所有整数不是奇数（正的奇数又称单数），就是偶数。当  $n$  是整数时，偶数可表示为  $2n$ ；奇数则可表示为  $2n \pm 1$ 。

### (2) 奇数和偶数的性质

① 奇数  $\pm$  奇数 = 偶数；

② 偶数  $\pm$  偶数 = 偶数；

③ 偶数  $\pm$  奇数 = 奇数；

④ 奇数  $\pm$  偶数 = 奇数；

⑤ 奇数  $\times$  奇数 = 奇数；

⑥ 偶数  $\times$  整数 = 偶数；

⑦ 任意多个偶数的和或差都是偶数；

⑧ 单数个奇数的和是奇数，双数个奇数的和是偶数；

⑨ 除 2 外所有的正偶数均为合数；

⑩ 若干个整数的连乘积，如果其中有一个偶数，乘积必然是偶数，eg.  $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ ,  $4 \times 7 \times 9 = 252$ ；

⑪ 偶数的平方被 4 整除，奇数的平方被 8 除余 1，即任何平方数被 4 除的余数只有可能是 0 或 1。

**【例 1】**在年底的献爱心活动中，某单位共有 100 人参加捐款。经统计，捐款总额是 19000 元，个人捐款数额有 100 元，500 元和 2000 元三种。该单位捐款 500 元的人数为（ ）。[2011 年真题]

A. 13 名

B. 18 名

C. 25 名

D. 30 名

E. 38 名

**【答案】**A

**【解析】**设捐款 100、500、2000 的人数分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，由已知条件得：

$$\begin{cases} 100x + 500y + 2000z = 19000 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

由此可得  $\begin{cases} x + 5y + 20z = 190 \\ 4y + 19z = 90 \end{cases}$  且  $x$ 、 $y$ 、 $z$  都是非负整数，由  $4y + 19z = 90$  可得， $z$  为小于 5

的偶数，则  $z$  只能取 2 或 4。若  $z = 4$ ，则由  $4y + 19z = 90$  可得  $y$  不是整数。因此，将  $z = 2$  代入原方程组，解得  $y = 13$ ， $x = 85$ 。因此，捐 500 元的有 13 名。

**【例 2】**利用长度为  $a$  和  $b$  的两种管材能连接成长度为 37 的管道（单位：米）。（ ）[2016 年真题]

(1)  $a = 3$ ,  $b = 5$

(2)  $a = 4$ ,  $b = 6$

- A. 条件(1)充分, 但是(2)不充分。
- B. 条件(2)充分, 但是(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独不充分, 但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分, 条件(2)也充分。
- E. 条件(1)和(2)单独不充分, 条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】A**

**【解析】**设长度为  $a$  和  $b$  的两种管材根数分别为  $x, y$ , 则  $x, y$  均为非负整数。

条件(1): 当  $a=3, b=5$  时, 方程  $3x+5y=37$  有非负整数解  $x=9, y=2$ , 故条件(1)充分;

条件(2): 当  $a=4, b=6$  时, 根据奇偶性可知, 方程  $4x+6y=37$  没有非负整数解, 故条件(2)不充分。

**【例3】**已知  $m, n$  是正整数, 则  $m$  是偶数。( ) [2012年真题]

- (1)  $3m+2n$  是偶数
- (2)  $3m^2+2n^2$  是偶数

- A. 条件(1)充分, 但是(2)不充分。
- B. 条件(2)充分, 但是(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独不充分, 但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分, 条件(2)也充分。
- E. 条件(1)和(2)单独不充分, 条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】D**

**【解析】**条件(1): 已知  $n$  是正整数,  $2n$  是偶数, 要使  $3m+2n$  是偶数, 则  $3m$  也必须是偶数, 由于3是奇数, 要使  $3m$  是偶数, 则  $m$  必须是偶数, 因此条件(1)充分;

条件(2):  $2n^2$  是偶数, 要使  $3m^2+2n^2$  是偶数, 则  $3m^2$  也必须是偶数, 由于3是奇数, 要使  $3m^2$  是偶数, 则  $m^2$  必须是偶数, 又已知  $m$  是正整数, 所以  $m$  是偶数, 因此条件(2)充分。

### 3. 质数、合数

#### (1) 质数

质数又称素数, 指在大于1的自然数中, 除了1和此整数自身外, 无法被其他自然数整除的数(也可定义为只有1和本身两个因数的数)。

2是最小的质数, 并且是惟一为偶数的质数。

**【例1】**设  $m, n$  是小于20的质数, 满足条件  $|m-n|=2$  的  $m, n$  共有( )。 [2015年真题]

- A. 2组
- B. 3组
- C. 4组
- D. 5组
- E. 6组

**【答案】C**

**【解析】**20以内的质数有2、3、5、7、11、13、17、19, 其中满足条件  $|m-n|=2$  的  $\{m, n\}$  有  $|3-5|=2, |5-7|=2, |11-13|=2, |17-19|=2$ , 所以满足要求的  $\{m, n\}$  有4组。

**【例2】**若几个质数(素数)的乘积为770,则它们的和为( )。[2014年真题]

A. 85

B. 84

C. 28

D. 26

E. 25

**【答案】**E

**【解析】**770可分解为 $770 = 7 \times 110 = 7 \times 2 \times 55 = 7 \times 2 \times 5 \times 11$ ,这几个质数的和为: $7 + 2 + 5 + 11 = 25$ 。

**【例3】** $p = mq + 1$ 为质数。( ) [2013年真题]

(1) $m$ 为正整数, $q$ 为质数;

(2) $m, q$ 均为质数。

A. 条件(1)充分,但是(2)不充分。

B. 条件(2)充分,但是(1)不充分。

C. 条件(1)和(2)单独不充分,但条件(1)和(2)联合起来充分。

D. 条件(1)充分,条件(2)也充分。

E. 条件(1)和(2)单独不充分,条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】**E

**【解析】**条件(1): $m = 2, q = 7$ 符合条件(1),但是 $p = 2 \times 7 + 1 = 15$ 不是质数,因此条件(1)不充分。

条件(2): $m = 2, q = 7$ 符合条件(2),但是 $p = 2 \times 7 + 1 = 15$ 不是质数,因此条件(2)不充分;显然,将条件(1)(2)联合起来也不充分。

(2)合数

比1大但不是素数的自然数称为合数。eg. 4、6、8、9、10、12、14。

1和0既非素数也非合数。

#### 4. 公倍数、公约数

(1)公倍数

①概念

公倍数指在两个或两个以上的自然数中,如果它们有相同的倍数,这些倍数就是它们的公倍数。这些公倍数中最小的,称为这些整数的最小公倍数。

②求两个数最小公倍数的方法

首先将两个数的质因数写出来,最小公倍数等于它们所有的质因数的乘积(如果有几个质因数相同,则比较两数中哪个数有该质因数的个数较多,乘较多的次数)。

eg. 求45和30的最小公倍数。

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

不同的质因数是2, 3, 5。3, 5是他们两者都有的质因数,由于45有两个3, 30只有一个3,所以计算最小公倍数的时候乘两个3。即45和30的最小公倍数为 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ 。

(2)公约数

①概念

如果一个整数同时是几个整数的约数,称这个整数为它们的公约数。公约数中最大的

称为最大公约数。

②求两个数最大公约数的方法

首先把两个数的质因数写出来，最大公约数等于它们所有的相同质因数的乘积。

eg. 求 45 和 30 的最大公约数。

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

相同的质因数是 3, 5。所以, 45 和 30 的最大公约数为  $3 \times 5 = 15$ 。

**【例】**某种同样的商品装成一箱，每个商品的重量都超过 1 千克，并且是 1 千克的整数倍，去掉箱子重量后净重 210 千克，拿出若干个商品后，净重 183 千克，则每个商品的重量为( ) 千克。[2010 年 GRK 真题]

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. 5

**【答案】**C

**【解析】**拿出的若干商品重量为 27，因此单个商品的重量一定是 27 的约数，选项中只有 C 项的 3 才是 27 的约数。

## 考点二 分数、小数、百分数

### 1. 分数

将单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数称为分数，表示这样的一份的数称为分数单位。分数中间的一条横线称为分数线，分数线上面的数称为分子，分数线下面的数称为分母，读作几分之几。

**【例】**现有一批文字材料需要打印，两台新型打印机单独完成此任务分别需要 4 小时与 5 小时，两台旧型打印机单独完成任务分别需要 9 小时与 11 小时，则能在 2.5 小时内完成此任务。( ) [2011 年真题]

(1) 安排两台新型打印机同时打印

(2) 安排一台新型打印机与两台旧型打印机同时打印

A. 条件(1)充分，但是(2)不充分。

B. 条件(2)充分，但是(1)不充分。

C. 条件(1)和(2)单独不充分，但条件(1)和(2)联合起来充分。

D. 条件(1)充分，条件(2)也充分。

E. 条件(1)和(2)单独不充分，条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】**D

**【解析】**条件(1)：若安排两台新型打印机同时打印，则可在  $\frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}} = \frac{20}{9} < 2.5$  小时内完

成任务。因此，条件(1)充分。

条件(2)：安排一台单独需要 5 小时完成的新式打印机与两台旧型打印机同时打印，新

型打印机 2.5 小时内能完成  $\frac{1}{2}$  的工作量, 剩下  $\frac{1}{2}$  的工作量由两台旧型打印机完成, 因此可

在  $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{9} + \frac{1}{11}} = \frac{99}{40} < 2.5$  小时内完成。因此, 条件(2)充分。

## 2. 小数

小数是实数的一种特殊的表现形式, 所有分数都可以表示成小数, 小数中的圆点称为小数点, 它是一个小数的整数部分和小数部分的分界号。其中整数部分是零的小数称为纯小数, 整数部分不是零的小数称为带小数。

eg. 0.63 是纯小数, 1.59 是带小数。

## 3. 百分数

百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数, 也称为百分率或百分比。百分数通常不写成分数的形式, 而采用符号“%”(称为百分号)来表示。

**【例 1】**某商品的定价为 200 元, 受金融危机的影响, 连续两次降价 20% 后的售价为 ( )。[2012 年真题]

- A. 114 元                      B. 120 元                      C. 128 元                      D. 144 元  
E. 160 元

**【答案】**C

**【解析】**连续两次降价后的售价 =  $200 \times (1 - 20\%) \times (1 - 20\%) = 128$ (元)。

**【例 2】**2007 年, 某市的全年研究与试验发展(R&D)经费支出 300 亿元, 比 2006 年增长 20%, 该市的 GDP 为 10000 亿元, 比 2006 年增长 10%, 2006 年, 该市的 R&D 经费支出占当年 GDP 的 ( )。[2011 年真题]

- A. 1.75%                      B. 2%                      C. 2.5%                      D. 2.75%  
E. 3%

**【答案】**D

**【解析】**设 2006 年该市的 GDP 为  $x$  亿元, R&D 经费支出为  $y$  亿元, 则:

$$\begin{cases} 1.1x = 10000 \\ 1.2y = 300 \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1.1 \times 300}{1.2 \times 10000} = 2.75\%$$

### 考点三 比与比例

#### 1. 比

比就是由一个前项和一个后项组成的除法算式, 只不过把“ $\div$ ”改成了“ $:$ ”(比号)而已。但除法算式表示的是一种运算, 而比则表示两个数的关系。

#### 2. 比例

表示两个比相等的式子称为比例。判断两个比能不能组成比例, 要看它们的比值是不

是相等。组成比例的四个数，称为比例的项；两端的两项称为比例的外项；中间的两项称为比例的内项。在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。eg. 在  $7:9 = 21:27$  中，其中 7 与 27 称为比例的外项，9 与 21 称为比例的内项，且有： $7 \times 27 = 9 \times 21 = 189$ 。

### (1) 正比例

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果两种量中，相对应的两个数的比值(商)一定，两种量就称为正比例的量，他们的关系称为正比例的关系。如果用字母  $x$ 、 $y$  表示两种关联的量，用  $k$  表示它们的比值，成正比例关系可以表示为： $y:x=k$ ， $k$  为定值。

eg.  $y:x=8$  可以变形为： $y \div x = 8$ ， $y = 8x$ 。

### (2) 反比例

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果两种量中，相对应的两个数的积一定，这两种量就称为反比例的量，他们的关系称为反比例关系。如果用字母  $x$ 、 $y$  表示两种关联的量，用  $k$  表示它们的乘积，成反比例关系可以表示为： $x \times y = k$ ， $k$  为定值。

eg.  $xy = 2$  可以变形为： $y = \frac{2}{x}$ 。

### (3) 比例的性质

若  $a:b = c:d$  ( $b, d \neq 0$ )，则有：

①  $ad = bc$

②  $b:a = d:c$  ( $a, c \neq 0$ )

③  $a:c = b:d$ ； $c:a = d:b$

④  $(a+b):b = (c+d):d$

⑤  $a:(a+b) = c:(c+d)$  ( $a+b \neq 0, c+d \neq 0$ )

⑥  $(a-b):(a+b) = (c-d):(c+d)$  ( $a+b \neq 0, c+d \neq 0$ )

### (4) 解比例

求比例的未知项，称为解比例，解比例需要运用比例的基本性质。因为两外项的积等于两内项的积，所以我们可以把两个外项和内项互相乘起来，再来解这个方程。

eg.  $x:3 = 9:27$

解： $27x = 3 \times 9$ ， $27x = 27$ ， $x = 1$ 。

**【例 1】**某家庭在一年总支出中，子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8，文化娱乐支出与子女教育支出为 1:2。已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%，则生活资料支出占家庭总支出的( )。[2016 年真题]

A. 40%

B. 42%

C. 48%

D. 56%

E. 64%

**【答案】**D

**【解析】**由题可得，文化娱乐支出：子女教育支出：生活资料支出 = 3:6:16，所以，生活资料支出占家庭总支出的比例为： $10.5\% \times \frac{16}{3} = 56\%$ 。

**【例 2】**若实数  $a, b, c$  满足  $a:b:c = 1:2:5$ ，且  $a+b+c = 24$ ，则  $a^2 + b^2 + c^2 =$  ( )。[2015 年真题]

A. 30

B. 90

C. 120

D. 240

E. 270

【答案】E

【解析】由已知条件可设  $a=x$ ,  $b=2x$ ,  $c=5x$ , 根据  $a+b+c=24$ , 解得  $x=3$ , 所以  $a=3$ ,  $b=6$ ,  $c=15$ , 所以  $a^2+b^2+c^2=3^2+6^2+15^2=270$ 。

【例3】某人驾车从A地赶往B地, 前一半路程比计划多用时45分钟, 平均速度只有计划的80%。若后一半路程的平均速度为120km/h, 此人还能按原定时间到达B地, A、B两地相距( )。[2015年真题]

- A. 450km                      B. 480km                      C. 520km                      D. 540km  
E. 600km

【答案】D

【解析】根据题意可知, 前半段路程的计划速度与实际速度比为5:4, 则计划时间与实际时间之比为4:5。又因计划时间与实际时间相差45分钟, 则计划时间为  $45 \times 4 = 180$ (分钟)。由“原定时间到达B地”说明后半段路程少用45分钟, 即实际用时135分钟。后半段计划时间与实际时间之比为4:3, 则计划速度与实际速度之比为3:4。实际速度为120km/h, 则计划速度为90km/h。全程计划时间  $180 \times 2 = 360$ (分钟) = 6(小时), 全程 =  $6 \times 90 = 540$ (km)。

【例4】某容器中装满了浓度为90%的酒精, 倒出1升后用水将容器充满, 搅拌均匀后倒出1升, 再用水将容器注满, 已知此时的酒精浓度为40%, 则该容器的容积是( )。

[2014年真题]

- A. 2.5升                      B. 3升                      C. 3.5升                      D. 4升  
E. 4.5升

【答案】B

【解析】设容器的容积为  $x$  升, 则由题意得: 第一次倒出1升后的浓度为  $\frac{0.9x - 0.9 \times 1}{x}$   
 $= \frac{0.9(x-1)}{x}$ , 第二次倒出1升后的浓度为  $\frac{0.9(x-1)}{x} \times \frac{x-1}{x} = 0.4$ , 解得:  $x=3$ 。

### 考点四 数轴与绝对值

#### 1. 数轴

数轴是个一维的图, 整数作为特殊的点均匀地分布在一条线上。所以说数轴是一条规定了原点、正方向和单位长度的直线。其中, 原点、正方向和单位长度称为数轴的三要素。eg.

画数轴  $\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{画直线, 取原点} \\ (2) \text{标正方向} \\ (3) \text{选取单位长度, 标数} \end{array} \right.$

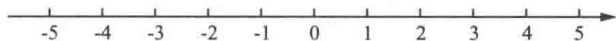


图 1-1

【例1】一辆出租车有段时间的营运全在东西走向的一条大道上, 若规定向东为正向, 向西为负向。且知该车的行驶的公里数依次为 -10、6、5、-8、9、-15、12, 则将最后

一名乘客送到目的地时该车的位置是( )。[2008年MBA真题]

- A. 在首次出发地的东面1公里处
- B. 在首次出发地的西面1公里处
- C. 在首次出发地的东面2公里处
- D. 在首次出发地的西面2公里处
- E. 仍在首次出发地

**【答案】B**

**【解析】**出租车每次走的距离构成一个数列，将最后一名乘客送到目的地时该车的位置为该数列的和，即 $-10+6+5-8+9-15+12=-1$ 。

**【例2】** $f(x)$ 有最小值2。( ) [2008年MBA真题]

$$(1) f(x) = \left| x - \frac{5}{12} \right| + \left| x - \frac{1}{12} \right|$$

$$(2) f(x) = |x-2| + |4-x|$$

- A. 条件(1)充分，但是(2)不充分。
- B. 条件(2)充分，但是(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独不充分，但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分，条件(2)也充分。
- E. 条件(1)和(2)单独不充分，条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】B**

**【解析】**可将绝对值的意义看成是数轴上两点间的距离。条件(1)， $f(x)$ 几何意义为点 $x$ 到点 $\frac{5}{12}$ 的距离和点 $x$ 到点 $\frac{1}{12}$ 的距离之和，最小值为 $\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$ ，不充分。条件(2)， $f(x)$ 几何意义为点 $x$ 到点2的距离和点 $x$ 到点4的距离之和，最小值为 $4-2=2$ ，充分。

## 2. 绝对值

在数轴上，表示一个数的点到原点的距离称为这个数的绝对值，绝对值用“ $| |$ ”来表示。在数轴上，表示数 $a$ 的点到数 $b$ 的点之间的距离，称为 $a-b$ 的绝对值，记作 $|a-b|$ 。

eg. 图1-1中 $-5$ 的绝对值为 $|-5|=5$ ， $5-(-3)$ 的绝对值为 $|5-(-3)|=|5+3|=8$ 。

**【例1】**已知 $a, b$ 是实数，则 $|a| \leq 1, |b| \leq 1$ 。( ) [2013年真题]

$$(1) |a+b| \leq 1$$

$$(2) |a-b| \leq 1$$

- A. 条件(1)充分，但是(2)不充分。
- B. 条件(2)充分，但是(1)不充分。
- C. 条件(1)和(2)单独不充分，但条件(1)和(2)联合起来充分。
- D. 条件(1)充分，条件(2)也充分。
- E. 条件(1)和(2)单独不充分，条件(1)和(2)联合起来也不充分。

**【答案】C**

**【解析】**条件(1)：取 $a=-4, b=3$ ，虽满足 $|a+b|=1 \leq 1$ ，但 $|a|=4, |b|=3$ ，显然不满足 $|a| \leq 1, |b| \leq 1$ ，因此条件(1)不充分；

条件(2)：取 $a=4, b=3$ ，虽满足 $|a-b|=1 \leq 1$ ，但 $|a|=4, |b|=3$ ，显然不满



足  $|a| \leq 1, |b| \leq 1$ , 因此条件(2)不充分;

将条件(1)(2)联合来, 由  $|a+b| \leq 1$  且  $|a-b| \leq 1$  得  $(a+b)^2 \leq 1$  且  $(a-b)^2 \leq 1$  即  $a^2 + 2ab + b^2 \leq 1$  且  $a^2 - 2ab + b^2 \leq 1$ , 可得  $2(a^2 + b^2) \leq 2$ 。由于  $a^2 \geq 0$  且  $b^2 \geq 0$ , 因此  $|a| \leq 1$  且  $|b| \leq 1$ , 因此条件(1)(2)联合起来充分。

**【例2】**若实数  $a, b, c$ , 满足  $|a-3| + \sqrt{3b+5} + (5c-4)^2 = 0$ , 则  $abc = ( \quad )$ 。  
[2011年真题]

- A. -4                      B.  $-\frac{5}{3}$                       C.  $-\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{4}{5}$   
E. 3

**【答案】**A

**【解析】**由于等式两边每项都大于或等于零, 则可得左边整式中的三项都为0, 因此:

$$\begin{cases} a-3=0 \\ 3b+5=0 \\ 5c-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{5}{3} \\ c=\frac{4}{5} \end{cases}$$

可得  $abc = -4$ 。

**【例3】**已知实数  $a, b, x, y$  满足  $y + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2$  和  $|x-2| = y - 1 - b^2$ , 则  $3^{x+y} + 3^{a+b} = ( \quad )$ 。[2009年真题]

- A. 25                      B. 26                      C. 27                      D. 28  
E. 29

**【答案】**D

**【解析】**由题意  $y + |\sqrt{x} - \sqrt{2}| = 1 - a^2$ ,  $|x-2| = y - 1 - b^2$ , 两式相加得到:

$$|\sqrt{x} - \sqrt{2}| + |x-2| = -(a^2 + b^2)$$

$\therefore a = b = 0$

则  $|\sqrt{x} - \sqrt{2}| \times (1 + |\sqrt{x} + \sqrt{2}|) = 0$ ,  $\therefore \sqrt{x} = \sqrt{2}$ , 即  $x = 2$ 。

将  $x = 2$  代入第一式可得到  $y = 1$ ,  $\therefore x + y = 3$ 。

因此  $3^{x+y} + 3^{a+b} = 28$ 。

## 过关练习

一、问题求解(下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中, 只有一项是符合试题要求的)

1. 甲、乙两商店同时购进了一批某品牌电视机, 当甲店售出 15 台时乙售出了 10 台, 此时两店的库存之比为 8:7, 库存差为 5。甲、乙两商店的总进货量为( )。[2013年真题]

- A. 75                      B. 80                      C. 85                      D. 100  
E. 125

**【答案】**D

**【解析】**设甲乙两店分别购进了  $x, y$  台, 则由题意可得方程组: