

# 流体动力稳定性

〔英〕 P.G.德拉津 〔美〕 W.H.雷德 著

周祖巍 顾德炜 译 周 恒 校

宇航出版社

# 流 体 动 力 稳 定 性

〔英〕 P. G. 德拉津 著  
〔美〕 W. H. 雷 德

周祖巍 顾德炜 译  
周 恒 校

宇 航 出 版 社

## 内 容 简 介

本书是目前世界上出版的有关流体动力稳定性的专著中最新的一本。全书共七章。前四章叙述本学科的三个主要领域:热对流,旋转及曲线流动,平行剪切流的基本概念、方法和结果。后三章介绍本学科最近的研究情况:奥尔-索莫菲尔德方程渐近理论和最新发展;线性理论的一些应用;非线性理论当前研究工作中的一些基本思想的讨论。每章末尾配有许多练习题。全书末尾附有:英-汉词汇(600)对照表;英-汉人名(100)对照表;文献及作者索引;影片索引。

本书适合于航天、航空、天文、气象、环境、能源、工程技术等各方面的科技人员和大专院校有关专业的师生阅读参考。

## HYDRODYNAMIC STABILITY

by P. G. DRAZIN W. H. REID

© Cambridge University Press 1981

First Published 1981

## 流体动力稳定性

周祖魏 顾德伟 译 周恒 校

责任编辑 宋兆武

宇航出版社出版

北京和平门内大街1号 邮政编码 100013

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

天津静 胶印厂印刷

\*

开本 850×1168 1/32 印张 16 5 字数 438 千字

1990年8月第1版第1次印刷 印数 1 2000 册

ISBN 7 80034 323 5/O · 007 定价 9 20 元

## 序

流体动力稳定性是一个古老然而现在仍很活跃的研究领域。如果从瑞利(Rayleigh)的研究算起,至今已有一百多年的历史。从广义来说,流体动力稳定性的范围很广,天文、海洋、气象、工程技术等各方面都会遇到这类问题。所以有人估计著名的杂志“*Journal of Fluid Mechanics*”上,与流体动力稳定性有关的文章可能超过其总数的三分之一。从狭义来说,流体动力稳定性的中心问题是研究层流到湍流的过渡现象。这一问题的研究,也有近一百年的历史了。

从层流到湍流的过渡问题是如此之复杂,以至于花了将近40年才弄清了线性问题。林家翘先生的专著“*Theory of Hydrodynamic Stability*”总结了这方面的工作。由于数学上的难度,当时看来在工程技术上的应用还是遥遥无期。所以有一段时间,流体动力稳定性问题被认为只有纯学术价值而无实用价值,而且不少人视为难题而不愿碰它。但是,近年来这一看法已有很大变化。一方面由于不少人的努力,这方面的实验和理论工作有了很大进展,对于过渡现象的理解,比以前深入得多;另一方面,有些工程技术问题,已经直接得益于这方面的研究成果。可以预计,随着研究手段(如计算机及测试仪器)的改进,对流体动力稳定性的研究将会取得更深入、更有实际意义的成果,对解决实际问题,会有更大的指导意义。

但是对想要涉足这一领域的人来说,缺乏一本合用的书一直是一个困难。国内目前没有这方面的专著,国际上也很少。从林家翘先生的书算起,处理不同类型的流体动力稳定性的书也许不超过10本,而重点在层流到湍流过渡问题的就更少。所以在国内,翻

译出版一本这方面的书很有必要。

本书是国际上出版的‘流体动力稳定性’书籍中最新的一本，一般对它的评价不错。由于作者本人也做了不少工作，所以有些章节写得相当深入，特别是线性理论部分。但这也许正是本书的一个缺点，因为线性问题虽然是非线性问题的基础，但毕竟不是当前最活跃的方面。而近 10 年来，正是在非线性领域，取得了一些引人注目的进展。由于该书的出版年月，没有来得及把这些成果反映出来。但无论如何，把这本书翻译出版，对于在我国吸引更多的人来参加这方面的研究，一定会起到很好的作用。

周 恒

1986 年 4 月.

## 译 者 的 话

本书是根据 P. G. 德拉津和 W. H. 雷德合著的“*Hydrodynamic Stability*”一书译出的。原书是作为流体动力稳定性专业研究生的教科书,并为引导他们走向这一领域的研究前沿而写的。流体动力稳定性以及与之紧密相关的湍流是流体力学的重大理论课题,而且在自然科学和工程技术上有着日益广泛的应用,是航天、航空、天文、气象、海洋、环境、能源以及机械工程等领域研究的必不可少的基础。

流体动力稳定性线性理论到 70 年代末期已经有了长足的发展,几乎所涉及的一切理论课题都被解决了。许多难以得到解析解的问题,先是随着计算技术的发展借助数值方法得以解决,进而(主要是本书两位作者的工作)用摄动方法求得渐近解。本书对于线性理论各方面的问题作了系统全面的总结。

目前这一领域的研究重点已经转向应用研究和非线性理论的研究,本书最后三章给出了到 70 年代末为止的一些最新研究成果。例如,弱非线性理论、共振波理论等是最近令人们很感兴趣的研究内容,特别是和湍流研究结合起来,为解决流体力学这个百年难题带来希望。

顾德伟同志翻译第 1~3 章,周祖巍同志翻译第 4~7 章并对全书的名词术语进行了统一,周恒教授校审了全书。限于译者水平,难免有错误和不妥之处,敬请读者不吝指正。

译 者

1986 年 3 月

# 序 言

近一个世纪以来,流体动力稳定性被认为是流体力学的中心问题之一,它涉及到层流流动何时破坏,如何破坏以及后继的发展和最后过渡到湍流的过程。在工程、气象、海洋、大气物理和地球物理学中都有许多应用。本书是以流体力学和应用数学的观点来写的,也叙述了一些应用。因此,我们虽然强调了理论分析这一侧面,但也试着尽可能把理论和实验及数值结果联系起来。

写这本书有两个目的。首先,在第一章到第四章叙述了这门学科的三个主要领域:热对流、旋转及曲线流动以及平行剪切流的基本概念、方法和结果。其次,介绍这门学科最近一些令人感兴趣的研究情况,这些内容包括:第五章中关于奥尔-索莫菲尔德方程渐近理论的新发展;第六章中关于线性稳定性理论的一些应用;第七章中关于流体动力稳定性非线性理论当前工作中一些基本思想的讨论。

每一章末尾都有较多的习题,这些习题引伸和充实了每一章中所叙述的主要内容,也为读者提供了有助于理解主题的练习。用※标出的习题是我们认为是比较长或困难的。为了帮助解出许多这类问题,给出了提示和参考文献。我们也准备了习题的答案,只要付复印费和邮票就可从本书的任何一位作者处得到。

本书适合作为关于流体动力稳定性理论基本概念、方法及其应用的研究生课程的教材。它也把读者引导到某些课题的研究前沿。我们假定读者对所需的数学方法是熟悉的,特别是常微分和偏微分方程以及复变函数论。但对大多数读者看来是不熟悉的特殊的和现代的数学内容,我们作了详细的解释。

我们感谢全世界的许多同行,他们如此慷慨地回答了我们的各种要求。特别要感谢:戴维、休斯和麦克提供新的或未出版的数值结果;唐纳利、科舒米德和托普提供的照片;克利夫对一些数学要点和伍兹对材料安排的建议;感谢 B. S. 倪审阅了第 1~5 章;戴维和斯图尔特对第七章初稿的建设性的批评。我们也感谢布里斯托的托普和芝加哥的鲍耶、弗劳尔斯、亨利和牛曼。我们尤其感谢钱德拉塞卡和林家翘,他们对流体动力稳定性理论作出极为重要的贡献,通过他们的论文和专著,并通过和他们的私人接触,对我们在本学科中的工作产生了很大的影响。作者之一(雷德)还要感谢美国科学基金会多年来的慷慨支持和最近给予的拨款(编号为 MCS78-01249)。

最后我们非常感谢白契勒,不仅因为他是这套丛书的主编,也因为他在我们的早期生涯中就关心我们,当时我们幸运地和他建立了联系。

德拉津

雷 德

于 布里斯托

芝加哥

1979 年 8 月

# 目 录

|                   |      |
|-------------------|------|
| <b>第一章 绪论</b>     | (1)  |
| § 1. 引言           | (1)  |
| § 2. 不稳定性的机理      | (4)  |
| § 3. 流体动力稳定性的基本概念 | (7)  |
| § 4. 凯尔文-海姆霍兹不稳定性 | (13) |
| § 5. 液体射流在空气中的破碎  | (19) |
| 习题                | (25) |
| <b>第二章 热不稳定性</b>  | (30) |
| § 6. 引言           | (30) |
| § 7. 运动方程         | (32) |
| 7.1 精确方程          | (32) |
| 7.2 布悉尼斯克方程       | (33) |
| § 8. 稳定性问题        | (35) |
| 8.1 线性化方程         | (35) |
| 8.2 边界条件          | (37) |
| 8.3 简正模态          | (40) |
| § 9. 一般的稳定性特征     | (41) |
| 9.1 稳定性交换         | (41) |
| 9.2 变分原理          | (43) |
| § 10. 特殊的稳定性特征    | (47) |
| 10.1 自由-自由边界      | (47) |
| 10.2 刚性-刚性边界      | (48) |
| 10.3 自由-刚性边界      | (49) |
| § 11. 涡胞          | (50) |
| § 12. 实验结果        | (55) |

|                           |       |
|---------------------------|-------|
| § 13. 某些应用举例 .....        | (58)  |
| 习题 .....                  | (58)  |
| <b>第三章 离心不稳定性</b> .....   | (65)  |
| § 14. 引言 .....            | (65)  |
| § 15. 无粘流体的不稳定性 .....     | (67)  |
| 15.1 三维扰动 .....           | (69)  |
| 15.2 轴对称扰动 .....          | (72)  |
| 15.3 二维扰动 .....           | (74)  |
| § 16. 无粘库埃特流的不稳定性 .....   | (76)  |
| § 17. 泰勒问题 .....          | (81)  |
| 17.1 轴对称扰动 .....          | (83)  |
| 17.2 二维扰动 .....           | (95)  |
| 17.3 三维扰动 .....           | (95)  |
| 17.4 一些实验结果 .....         | (96)  |
| § 18. 迪安问题 .....          | (100) |
| 18.1 迪安问题 .....           | (100) |
| 18.2 泰勒-迪安问题 .....        | (103) |
| § 19. 戈特勒问题 .....         | (106) |
| 习题 .....                  | (110) |
| <b>第四章 平行剪切流</b> .....    | (114) |
| § 20. 引言 .....            | (114) |
| <b>无粘理论:</b>              |       |
| § 21. 控制方程 .....          | (116) |
| § 22. 不稳定性的判据 .....       | (120) |
| § 23. 具有分段线性速度剖面的流动 ..... | (132) |
| 23.1 无界涡带 .....           | (133) |
| 23.2 无界剪切层 .....          | (134) |
| 23.3 有界剪切层 .....          | (135) |
| § 24. 初值问题 .....          | (136) |
| <b>粘性理论:</b>              |       |
| § 25. 控制方程 .....          | (141) |
| § 26. 小雷诺数特征值的谱 .....     | (145) |

|       |                                  |       |
|-------|----------------------------------|-------|
| 26.1  | 摄动展开 .....                       | (146) |
| 26.2  | 稳定性的充分条件 .....                   | (148) |
| § 27. | 直观近似方法 .....                     | (151) |
| 27.1  | 退化方程和无粘近似 .....                  | (151) |
| 27.2  | 固壁附近的边界层近似 .....                 | (152) |
| 27.3  | WKBJ 近似 .....                    | (153) |
| 27.4  | 局部转向点近似 .....                    | (156) |
| 27.5  | 截尾方程和托尔民的改进的粘性近似 .....           | (160) |
| 27.6  | 对奇异无粘性解的粘性修正 .....               | (162) |
| § 28. | 特征值关系的近似 .....                   | (166) |
| 28.1  | 渠道中的对称流动 .....                   | (166) |
| 28.2  | 边界层型的流动 .....                    | (168) |
| 28.3  | 对 $\varphi_3(z)$ 的边界层近似 .....    | (169) |
| 28.4  | 对 $\varphi_3(z)$ 的 WKBJ 近似 ..... | (170) |
| 28.5  | 对 $\varphi_3(z)$ 的局部转向点近似 .....  | (173) |
| 28.6  | 对 $\varphi_3(z)$ 的托尔民改进近似 .....  | (176) |
| § 29. | 无界流动的长波近似 .....                  | (179) |
| § 30. | 数值解法 .....                       | (185) |
| 30.1  | 正交函数展开法 .....                    | (186) |
| 30.2  | 有限差分方法 .....                     | (188) |
| 30.3  | 初值方法(打靶法) .....                  | (189) |
| § 31. | 各种基本流动的稳定性特征 .....               | (193) |
| 31.1  | 平面库埃特流 .....                     | (194) |
| 31.2  | 圆管泊肃叶流 .....                     | (197) |
| 31.3  | 平面泊肃叶流 .....                     | (201) |
| 31.4  | 平面库埃特流和平面泊肃叶流的组合 .....           | (203) |
| 31.5  | 布拉休斯边界层剖面 .....                  | (204) |
| 31.6  | 渐近的吸气边界层剖面 .....                 | (206) |
| 31.7  | 分离点处的边界层 .....                   | (208) |
| 31.8  | 福尔克纳-斯凯恩剖面 .....                 | (210) |
| 31.9  | 皮克利射流 .....                      | (211) |
| 31.10 | 双曲正切剪切层 .....                    | (215) |

|                                               |       |
|-----------------------------------------------|-------|
| § 32. 实验结果 .....                              | (216) |
| 习题 .....                                      | (220) |
| <b>第五章 一致渐近近似</b> .....                       | (228) |
| § 33. 引言 .....                                | (228) |
| <b>平面库埃特流</b>                                 |       |
| § 34. 解的积分表示 .....                            | (233) |
| § 35. 微分方程方法 .....                            | (239) |
| <b>一般速度剖面:</b>                                |       |
| § 36. 预备变换 .....                              | (241) |
| § 37. 内展开式和外展开式 .....                         | (243) |
| 37.1 内展开式 .....                               | (244) |
| 37.2 外展开式 .....                               | (247) |
| 37.3 中心匹配问题 .....                             | (251) |
| 37.4 组合近似 .....                               | (254) |
| § 38. 一致近似: .....                             | (255) |
| 38.1 全平衡型的解 .....                             | (255) |
| 38.2 平衡型的解 .....                              | (256) |
| 38.3 显-隐型的解 .....                             | (258) |
| § 39. 和林家翘理论的比较 .....                         | (260) |
| § 40. 特征值关系的初步简化 .....                        | (265) |
| § 41. 特征值关系的一致近似 .....                        | (269) |
| 41.1 特征值关系的一阶近似的计算形式 .....                    | (273) |
| 41.2 平面泊肃叶流的结果 .....                          | (276) |
| § 42. 与特征值关系直观近似方法的比较 .....                   | (278) |
| 42.1 对 $\varphi_3(z)$ 的局部转向点近似 .....          | (278) |
| 42.2 对 $\varphi_3(z)$ 的托尔民改进近似 .....          | (279) |
| 42.3 根据截尾方程对 $\varphi_3(z)$ 的一致近似 .....       | (280) |
| 42.4 根据奥尔-索莫菲尔德方程对 $\varphi_3(z)$ 的一致近似 ..... | (281) |
| § 43. 用复合矩阵对奥尔-索莫菲尔德问题的一种数值<br>处理 .....       | (283) |
| 43.1 渠道中的对称流动 .....                           | (287) |
| 43.2 边界层流动 .....                              | (287) |

|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| 习题 .....                      | (289)        |
| <b>第六章 线性稳定性理论的其它课题 .....</b> | <b>(292)</b> |
| § 44. 分层流体平行流的不稳定性 .....      | (292)        |
| 44.1 引言 .....                 | (292)        |
| 44.2 重力内波和瑞利-泰勒不稳定性 .....     | (296)        |
| 44.3 凯尔文-海姆霍兹不稳定性 .....       | (297)        |
| § 45. 斜压不稳定性 .....            | (305)        |
| § 46. 等离子体柱不稳定性 .....         | (310)        |
| § 47. 线性不稳定性随时间和空间的发展 .....   | (315)        |
| 47.1 初值问题 .....               | (315)        |
| 47.2 空间增长模态 .....             | (319)        |
| § 48. 非正常流的不稳定性 .....         | (322)        |
| 48.1 引言 .....                 | (322)        |
| 48.2 周期流动的不稳定性 .....          | (324)        |
| 48.3 其它非正常基本流动的不稳定性 .....     | (329)        |
| 习题 .....                      | (331)        |
| <b>第七章 非线性稳定性 .....</b>       | <b>(340)</b> |
| § 49. 引言 .....                | (340)        |
| 49.1 朗道理论 .....               | (340)        |
| 49.2 讨论 .....                 | (345)        |
| § 50. 控制稳定性的常微分方程组的推导 .....   | (348)        |
| § 51. 波的共振相互作用 .....          | (355)        |
| 51.1 双摆的内共振 .....             | (355)        |
| 51.2 波的共振相互作用 .....           | (359)        |
| § 52. 非线性稳定性的基本概念 .....       | (365)        |
| 52.1 常微分方程引论 .....            | (365)        |
| 52.2 分叉理论导论 .....             | (368)        |
| 52.3 结构稳定性 .....              | (372)        |
| 52.4 非线性稳定性的空间发展 .....        | (379)        |
| 52.5 平行流中的临界层 .....           | (383)        |
| § 53. 非线性稳定性的其它基本概念 .....     | (386)        |
| 53.1 能量方法 .....               | (386)        |

|                                                      |       |
|------------------------------------------------------|-------|
| 53.2 旋涡运动中极大和极小能量 .....                              | (393) |
| 53.3 边界层理论对涡胞不稳定性的应用 .....                           | (396) |
| § 54. 非线性理论的一些应用 .....                               | (396) |
| 54.1 贝纳德对流 .....                                     | (397) |
| 54.2 库埃特流 .....                                      | (403) |
| 54.3 平行剪切流 .....                                     | (408) |
| 习题 .....                                             | (416) |
| 附录 一组推广的艾里函数 .....                                   | (424) |
| A1. 艾里函数 $A_1(z)$ .....                              | (424) |
| A2. 函数 $A_1(z, p)$ , $B_1(z, p)$ 和 $B_1(z, p)$ ..... | (425) |
| A3. 函数 $A_1(z, p, q)$ , $B_1(z, p, q)$ .....         | (431) |
| A4. $A_1(z, p)$ 的零点 .....                            | (435) |
| 参考文献和作者索引 .....                                      | (438) |
| 影片索引 .....                                           | (475) |
| 英-汉技术词汇对照表 .....                                     | (477) |
| 英-汉人名对照表 .....                                       | (496) |

# 第一章 绪 论

并不是运动方程的每一个解(即使是精确解)都能够实际上在自然界中出现。在自然界中出现的流动不仅要服从流体动力学方程,而且应该是稳定的。

L. D. 朗道和 E. M. 栗弗希兹(1959)

## § 1 引言

流体动力稳定性的主要问题在 19 世纪就已经被海姆霍兹、凯尔文、瑞利和雷诺等人所认识并作了系统阐述。奥斯本·雷诺本人叙述了他所做的管内不稳定流的一系列经典实验,很难有人能比他更清楚地介绍这些问题:

“实验……是在三个管子中做的……这些管子的直径约为 1 英寸、1/2 英寸和 1/4 英寸。它们……都装有喇叭状的入口,所以水可以无扰动地流入管内。水是从一个大的玻璃容器中经过这些管子流出,在容器里管子是浸没在水中的,并安排有色水的流条流到这些有清水的管子中去。其一般结果如下:

(1)当速度足够低时,有色水的流条沿着管子伸延成一条漂亮的直线,如图 1.1(a)。

(2)如果容器里的水不是完全静止的,在足够低的速度下,流体沿管子有些变化但未出现起伏。

(3)当速度一点一点增加时,在管内离喇叭口或入口截面有相

当距离的位置上,有色水的流条会突然和周围的水混和,管子剩下部分就充满了有色水,如图 1.1 (b)。速度的增加使破碎位置向喇叭口靠近,但在所试速度范围内不会在喇叭口发生有色水流条的破碎。在电弧闪光下观察管子可以看到,染料溶解在或多或少是明显卷曲着的显示出旋涡状的水中,如图 1.1(c)。”

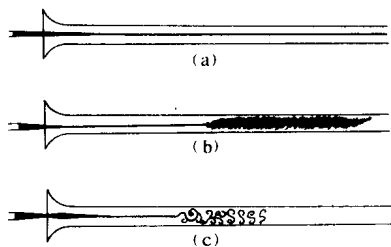


图 1.1 (采自雷诺,1883)

- (a) 管中的层流;
- (b) 管中流动向湍流的过渡
- (c) 闪光照射下看到的向湍流的过渡。

雷诺接着指出,当  $Va/\nu$  超过某一临界值时,他在(1)中所描述的平滑的层流流动将会破碎, $V$  是管内水的最大速度, $a$  是管子的半径, $\nu$  是水在相应温度下的运动粘性系数。这个无量纲数指明了流经圆管的动力学上相似的流动是属于哪一类的,现在称它为**雷诺数**,在这里我们用  $R$  表示。这一系列实验给出雷诺数的临界值  $Re$  约为 13000。但是,“临界速度对流入管子之前水中存在的扰动非常敏感……,这启发我们马上想到情况可能是:对某种一定大小的扰动流动呈不稳定,而对比它小的扰动则是稳定的”。达到临界速度时,“另一种现象……是扰动的间歇特征。以耀斑形式表现的扰动,会在管子的某一段突然出现并持续一段长度后平息下去,然后再次出现。这些耀斑常常在管子的一点上相继发生。当耀斑一个接着一个迅速发生……”就呈现图 1.2 所示的样子。这种耀斑现在叫做**湍流斑**或**湍流猝发**。低于临界雷诺数时是具有抛物速度剖面的层流泊肃叶流,水流在管内所受的阻力和平均速度成正比。当速度超过这个临界值时,雷诺发现,流动变为一种具有无规则运动的湍流,染料会强烈地扩散到管内所有的水中。湍流时管内的阻力增加与平均速度的平方成正比。



图 1.2 管中的湍流斑 (采自雷诺, 1883)

后来的实验工作者在入口处引进有限扰动或采用粗糙管壁发现  $Re$  可低到 2000, 而用匀称的流动和光滑的管壁则可使  $Re$  达到 40000, 甚至更高。

雷诺的描述说明了流体动力稳定性研究的目的: 对一个给定的层流判定它是否不稳定; 如果它是不稳定的, 则要查明它是怎样破碎为湍流或另一种层流。

在雷诺时代就已经提出了流动稳定性的分析方法。当时振动的简正模态方法和质点及刚体组成的动力系统的稳定性的研究都已有高度发展。系统运动的牛顿或拉格朗日方程的一个已知解受到扰动, 通过略去扰动乘积项使方程线性化。进一步假定每一个量的扰动可以分解为独立的分量或模态, 这些模态随时间  $t$  按  $e^{st}$  变化,  $s$  一般是复值的常数。对于给定的模态由线性化方程计算  $s$  的值, 如果发现任一模态的  $s$  的实部为正, 则是因为此时系统一个初始小扰动将随时间按指数增长到不再为小量为止, 所以认为系统是不稳定的。斯托克斯、凯尔文和瑞利流体动力学采用了这个简正模态的方法。流体和质点动力学之间在数学上的主要差别是, 运动方程是偏微分而不是常微分方程。这一差别给流体动力稳定性带来了方法上的困难, 直到今天, 只有少数几类结构很简单的流动克服了这些困难。

实际上雷诺实验本身并没有得到完全的理解, 但是我们可以有一定把握定性地解释从层流向湍流的过渡。具有抛物剖面的泊肃叶流对无限小扰动在所有雷诺数下都是稳定的, 略低于所观察到的临界雷诺数时, 不是太小的有限扰动可能增长。超过临界雷诺数时, 或自入口处进入, 或由管壁的不规则产生的小扰动会迅速增