



21世纪数学精编教材
数学教育教学系列

数学教育 测量与评价

Measurement and Evaluation of
Mathematics Education

刘影 曾琬婷 主编



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



21 世纪数学精编教材
数学教育教学系列

数学教育测量与评价

主 编	刘 影	曾琬婷		
副主编	程晓亮	范兴亚	郑 晨	
编著者	居 蕾	喇雪燕	张玉环	
	罗守胜	王玲娣	刘金福	
	周荣昌			



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学教育测量与评价/刘影,曾琬婷主编. —北京:北京大学出版社, 2015. 3

(21世纪数学精编教材. 数学教育教学系列)

ISBN 978-7-301-25577-3

I. ①数… II. ①刘… ②曾… III. ①中学数学课—教育评估—师范大学—教材 ②中学数学课—教育测量—师范大学—教材 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第042042号

书 名 数学教育测量与评价
著作责任者 刘 影 曾琬婷 主编
责任编辑 刘 勇
标准书号 ISBN 978-7-301-25577-3
出版发行 北京大学出版社
地 址 北京市海淀区成府路 205 号 100871
网 址 <http://www.pup.cn> 新浪微博: @北京大学出版社
电子信箱 zpup@pup.cn
电 话 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62767347
印 刷 者 北京鑫海金澳胶印有限公司
经 销 者 新华书店
787 毫米×980 毫米 16 开本 12 印张 242 千字
2015 年 3 月第 1 版 2015 年 3 月第 1 次印刷
定 价 27.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:010-62752024 电子信箱:fd@pup.pku.edu.cn

图书如有印装质量问题,请与出版部联系,电话:010-62756370

“21 世纪数学精编教材·数学教育教学系列”编委会

名誉主编：高 旻(东北师范大学)

王光明(天津师范大学)

主 编：刘 影(吉林师范大学)

程晓亮(吉林师范大学)

编 委：(按姓氏笔画排序)

马秀梅	王 乐	王 君	王 彬	王 琦	王明礼
王玲娣	王雅丽	刘 露	刘宝瑞	刘金福	孙广才
孙雪梅	朱石焕	牟 欣	何素芳	吴晓冬	宋士波
张 平	张丰硕	张玉环	张海燕	张艳霞	李云晖
李光海	李全有	李春玲	李唐海	李艳军	杨 尚
杨灿荣	陈海俊	周仕荣	周其明	周荣昌	居 蕾
武江红	罗守胜	罗彦东	苗凤华	范兴亚	郑 晨
郑雪静	柳长青	柳成行	徐 伟	徐传胜	徐苏焦
徐建国	翁小勇	郭凤秀	常金勇	盛 登	龚剑钧
喇雪燕	彭 纲	彭艳贵	程广文	蔡炯辉	潘 俭

秘 书 长：程晓亮

责任编辑：曾琬婷 刘 勇

“21 世纪数学精编教材·数学教育教学系列”书目

1. 数学教学论(第二版)
2. 初等数学研究
3. 数学教学实践(初中分册)
4. 数学教学实践(高中分册)
5. 中学竞赛数学
6. 数学教育测量与评价
7. 中学数学教师资格考试训练教程

内 容 简 介

本书是高等院校数学教育专业“数学教育测量与评价”课程的教材,是根据新的中学数学课程标准进行编写的,同时结合了教育测量与评价的最新研究成果.全书共分十章,内容包括:数学成绩的描述统计,正态分布在数学教育测量与评价中的应用,数学教育中的相关因素分析,数学成绩的推断统计,数学教育中的区间估计,数学教育中的假设检验,数学教育测量概述,数学测验的质量分析,数学教育评价概述,数学课堂教学评价.

本书可作为高等师范院校、教育学院、教师进修学校数学系所开设的数学教育测量与评价课程教材,也可作为教师自我学习的参考书.

为方便教师多媒体教学和读者学习,我们提供与教材配套的相关内容的电子资源(ppt 课件,标准化题库,习题的解答等),需要者请电子邮件联系 chengxiaoliang92@163.com.

作 者 简 介

刘 影 吉林师范大学数学学院教授、硕士生导师、数学学科教学论方向学科带头人,吉林省高等师范院校数学教育研究会副理事长、全国高等师范院校数学教育研究会理事.同时为本科生开设数学教学论、中学数学研究、微格教学、数学教学测量与评价等课程.其中数学教学论课程自 1994 年至今一直是吉林省高等学校优秀课程.主持或参与完成教育部软科学重点研究项目和省级高等教育教学改革项目多项.在《吉林大学学报(理学版)》《中小学教师培训》《中学数学的教与学》等刊物上发表学术论文 30 余篇,主编和参编教材 10 余部.其主编的《数学教学论》教材获 2011 年吉林省优秀教材奖.自 2010 年,指导学生参加“东芝杯”全国师范大学理科生教学技能创新大赛连续 4 次获奖,2011 年获一等奖和创新奖.

前 言

“数学教育测量与评价”课程是高等师范院校数学教育专业选修课程。新的中学数学课程标准中,对数学教育测量与评价的理念与方法提出了新的要求。为了适应中学数学课程教学改革与教师教育课程改革的需要,我们编写了“21世纪数学精编教材·数学教育教学系列”之《数学教育测量与评价》。

北京、吉林、安徽、福建、陕西、黑龙江、辽宁、云南、河北、河南、四川、贵州、山西、重庆、内蒙古、广西、青海、江苏等二十余个省、市、自治区的二十余所高等师范院校从事数学教育测量与评价教学与研究的教师、中学数学一线教师参与了编写本教材的全过程。我们组成提议、编写、审阅委员会。本书内容力求适应新世纪高等师范院校数学教育课程改革实践要求,主要阐述数学教育测量与评价的基本内容与方法。全书共十章,内容包括:数学成绩的描述统计,正态分布在数学教育测量与评价中的应用,数学教育中的相关因素分析,数学成绩的推断统计,数学教育中的区间估计,数学教育中的假设检验,数学教育测量概述,数学测验的质量分析,数学教育评价概述,数学课堂教学评价。

全书的编写框架结构由刘影、曾琬婷和程晓亮确定。编写、审稿分工如下:第一章由曾琬婷编写,刘影审阅;第二章由张玉环、罗守胜编写,程晓亮审阅;第三章由居蕾编写,曾琬婷审阅;第四章由程晓亮编写,刘影审阅;第五章由张玉环、王玲娣编写,郑晨审阅;第六章由程晓亮编写,刘影审阅;第七章由居蕾编写,曾琬婷审阅;第八章由曾琬婷编写,程晓亮审阅;第九章由喇雪燕编写,郑晨审阅;第十章由喇雪燕编写,郑晨审阅。参加编写修改、图文处理工作的还有范兴亚、周荣昌、郑晨、刘金福。全书最后由刘影、曾琬婷统稿并经讨论、修改后定稿。

在本书的编写过程中,全国十余所师范院校相关教学与研究专家提出了许多宝贵的建议,我们在此表示诚挚的谢意。主编刘影、曾琬婷得到了东北师范大学高奋教授的热情鼓励,以及吉林师范大学教务处的支持。各编写者也得到相应省市、学校的支持和资助,全体编者向给予支持和资助的单位和个人表示衷心的感谢。本书的出版得到北京大学出版社的大力支持,在此我们表示诚挚的谢意。

本书内容虽然经过各编委多次讨论、审阅、修改,但限于编者的水平,不妥之处仍然会存在,诚恳希望广大同行和读者给予批评指正。

刘 影 曾琬婷

2015年1月

目 录

第一章 数学成绩的描述统计	(1)
第一节 怎样获取数据	(2)
一、简单随机抽样	(2)
二、分层抽样	(3)
三、等距抽样	(3)
四、整群抽样	(4)
第二节 频数分布	(5)
一、数据的基本类型	(5)
二、频数分布表	(5)
三、累积频数分布表	(8)
四、频数分布图	(8)
五、累积频数分布曲线图	(9)
第三节 集中量数	(10)
一、平均数	(11)
二、众数	(14)
三、中数	(15)
四、三种集中量数的比较	(17)
第四节 差异量数	(18)
一、极差	(19)
二、四分差	(19)
三、平均差	(20)
四、标准差	(21)
五、差异系数	(22)
六、几种差异量数的比较	(24)
第五节 标准分数	(24)
一、标准分数的概念与性质	(25)
二、标准分数的应用	(26)
习题一	(30)

目 录

第二章 正态分布在数学教育测量与评价中的应用	(33)
第一节 正态分布及标准正态分布	(33)
一、正态分布	(33)
二、标准正态分布	(34)
第二节 标准正态曲线下的面积比率及标准正态分布表	(34)
第三节 标准正态曲线下的面积在数学教育测量与评价中的应用	(36)
一、求考试成绩中特定分数段的人数比率	(37)
二、确定考试成绩中某一特定人数比率的分数界限	(38)
三、确定各成绩等级的理论人数	(38)
四、等级评定转化为标准分数	(39)
五、分析试题的难度	(42)
六、确定录取分数线	(42)
习题二	(43)
第三章 数学教育中的相关因素分析	(44)
第一节 积差相关	(45)
一、积差相关法的概念	(45)
二、积差相关系数的基本公式	(45)
三、利用基本公式计算积差相关系数	(46)
四、利用原始数据直接计算积差相关系数	(47)
第二节 等级相关	(50)
一、斯皮尔曼等级相关	(50)
二、肯德尔多列等级相关	(53)
第三节 二列相关与 Φ 相关	(56)
一、点二列相关	(57)
二、二列相关	(58)
三、 Φ 相关	(60)
习题三	(61)
第四章 数学成绩的推断统计	(64)
第一节 推断统计的基本概念	(64)
一、总体和样本	(64)
二、总体参数和样本统计量	(65)
三、抽样分布和抽样误差	(65)
四、自由度	(66)

第二节 推断统计的基本方法和基本思想	(66)
一、参数估计	(66)
二、假设检验	(68)
习题四	(71)
第五章 数学教育中的区间估计	(72)
第一节 总体平均数的区间估计	(72)
一、总体方差已知时,总体平均数的区间估计	(72)
二、总体方差未知时,总体平均数的区间估计	(73)
第二节 正态总体方差的区间估计	(75)
一、正态总体平均数已知时,方差的区间估计	(75)
二、正态总体平均数未知时,方差的区间估计	(76)
第三节 总体属性比率的区间估计	(77)
习题五	(78)
第六章 数学教育中的假设检验	(79)
第一节 平均数的显著性检验	(79)
一、样本平均数与总体平均数之间差异的显著性检验	(79)
二、两样本平均数之间差异的显著性检验	(81)
第二节 相关系数的显著性检验	(87)
一、积差相关系数的显著性检验	(87)
二、等级相关系数的显著性检验	(89)
三、点二列相关系数的显著性检验	(91)
四、二列相关系数的显著性检验	(92)
五、 Φ 相关系数的显著性检验	(92)
第三节 其他显著性检验	(93)
一、比率之间差异的显著性检验	(93)
二、两相关样本方差之间差异的显著性检验	(95)
习题六	(96)
第七章 数学教育测量概述	(98)
第一节 数学教育测量的基本概念	(98)
一、数学教育测量的概念	(98)
二、数学教育测量的三要素	(99)
三、数学教育测量的特点	(100)
四、数学教育测量的功能	(101)

目 录

第二节 数学教育测量的工具——测验	(102)
一、测验的概念	(102)
二、数学测验的常见类型	(102)
三、数学测验的编制与实施	(105)
第三节 数学教育测量的误差	(112)
一、误差的含义	(112)
二、数学教育测量中误差的来源	(112)
三、数学教育测量中误差的控制	(114)
习题七	(114)
第八章 数学测验的质量分析	(115)
第一节 数学测验的信度	(115)
一、信度的概念	(115)
二、信度系数及其计算公式	(115)
三、提高信度的主要途径	(125)
第二节 数学测验的效度	(125)
一、效度的概念	(125)
二、效度系数的计算	(126)
三、效度的类型	(126)
四、提高效率的主要途径	(128)
第三节 数学测验的难度	(128)
一、难度的概念	(128)
二、难度的计算	(128)
三、难度对测验的影响	(131)
第四节 数学测验的区分度	(132)
一、区分度的概念	(132)
二、区分度的计算	(132)
习题八	(134)
第九章 数学教育评价概述	(136)
第一节 数学教育评价的基本概念	(136)
一、教育评价的概念	(136)
二、数学教育评价的概念	(137)
第二节 数学教育评价的功能与原则	(137)
一、数学教育评价的功能	(137)

二、数学教育评价的原则	(139)
第三节 现代数学教育评价的策略	(141)
一、数学教育评价的改革与发展	(141)
二、数学教育评价的策略	(142)
第四节 数学教育评价的典型案例分析	(145)
一、PISA 简介	(145)
二、TIMSS 简介	(148)
三、TIMSS 与 PISA 评价的比较分析	(151)
习题九	(155)
第十章 数学课堂教学评价	(156)
第一节 中学数学课堂教学评价标准	(156)
一、数学课堂教学设计与实施评价标准	(156)
二、数学教师专业素养评价标准	(159)
第二节 数学课堂教学的评价	(159)
一、数学课堂教学的目标评价	(159)
二、数学课堂教学的内容评价	(160)
三、数学课堂教学的方法评价	(161)
四、数学课堂教学的过程评价	(162)
习题十	(162)
附表 1 标准正态分布表	(163)
附表 2 t 分布表	(167)
附表 3 χ^2 分布表	(168)
附表 4 积差相关系数显著性临界值表	(170)
附表 5 斯皮尔曼等级相关系数显著性临界值表	(171)
附表 6 肯德尔系数显著性临界值表	(172)
附表 7 相关系数的 Z 值转换表	(173)
习题参考答案	(175)
参考文献	(178)

数学成绩的描述统计

统计学是一门研究数据的搜集、整理、分析与推断方法的学科。教育统计学则是一门教育科学与统计学相互交叉的边缘学科，也是一门把统计的理论与方法应用到教育和心理领域的应用学科。它是我们正确认识教育和心理现象数量特征的重要工具。在统计学中，单纯对一组数据的面貌特征进行分析研究称为描述性统计。如果这组数据来自于学生的数学成绩，那么对这组数据进行分析研究就是数学成绩的描述统计。例如，某中学要了解高中一年级学生期末的数学成绩，通常是先取得数据，对数据归纳分类，列表画图，再计算出这组数据的代表值以及衡量这组数据分散程度的数量指标，用以描述这组数据的特征。然而，在实际工作中，我们往往需要利用由一组数据获得的信息去推断更一般的情形。例如，我们要了解某区高中一年级学生期末的数学成绩，事实上，不必要对全区所有高中一年级学生进行统计调查，而是选取样本，通过对样本的描述来推断整体的特性，即通过对全区部分高中一年级学生期末的数学成绩进行分析研究，来推断全区所有高中一年级学生期末数学成绩的总体情况。统计学上称此为推断性统计。这种统计方法是教育研究中最常用的方法。每个教育工作者都应该掌握这一科学方法，这对于改进教育管理水平和培养教育科研能力，正确开展教育教学研究，提高教学质量和实际工作效率都是十分必要的。

当我们根据样本信息进行统计推断时，势必要冒导致错误结论的风险，因为样本并非总是与总体一致。例如，可能正好抽到数学成绩都好的高中一年级学生组成样本去推断全区高中一年级学生的数学成绩。但是通常情况下，我们宁愿担风险也不愿考虑所有对象，因为考虑所有对象工作量太大而且有时是不可能的。这样我们就需要研究如何抽取样本，什么样的样本较为合适。同时，还要考虑如何有效地处理和分析数据，如何设计最佳试验方案，以减小导致错误结论的风险，并应用统计学理论计算出出现这种风险可能性的大小。那么，如何获得数据就显得非常重要。

第一节 怎样获取数据

统计离不开数据,数据也称为资料.我们把搜集记录下来的数量依据称为数据.实际工作中一般采用调查的方法来取得数据.我们以一个例子来说明这种方法.

“某地区初中一年级学生每星期大约玩几个小时游戏?”这是个需要统计的问题,就某一个学校来考虑,获得相应的数据并不困难,只要对每个初中一年级学生调查一下就行了.但是,某地区拥有众多学校,不可能一一调查,我们只能从全地区所有初中一年级学生中抽出部分学生展开调查来获取数据.统计学上称此为抽样调查,并称所考虑对象的全体为**总体**或**母体**,其中每一个对象称为**个体**,而从总体中抽取的一部分个体称为**样本**或**子样**,样本中所含个体的数目称为**样本容量**,通常用字母 n 表示.样本分为大样本($n \geq 30$)与小样本($n < 30$).样本容量的选取取决于实验的条件和精确度.样本容量越大,反应总体的信息越充足,但计算量也越大,故样本容量最好适当.我们以后会看到,对于不同的样本所采用的统计方法也不尽相同.

采用抽样调查获取的数据会受到一些条件的制约.例如,这个地区初中一年级学生每星期玩游戏的小时数受学生有无玩游戏的嗜好和对游戏软件中人物喜好程度的影响,抽样调查可能得到不同的调查数据,如果抽到的学生大多数喜欢玩游戏,则相应玩游戏的小时数可能多一些.这就是说,随着样本选取的不同,观测结果也可能不同.因此,为了能充分反应总体的信息,在抽样调查中要求样本满足以下两个条件:第一,每个个体被抽到的可能性相同,个体与个体之间互不影响.数学上称这样的个体互相独立.第二,样本具有和总体相同的本质特性,即样本具有代表性.数学上称此为与总体同分布.满足以上两个条件的样本称为**随机样本**.从总体中抽出一个随机样本,统计学上称为**随机抽样**.

随机抽样的方法很多,常用的有以下几种:

一、简单随机抽样

1. 随机数表法

随机数表是根据数理统计的原理,由许多随机数字排列起来的数字表,表中数字的构造方法是:利用计算机使 $0, 1, \dots, 9$ 这 10 个数字号码每次自动出现一个,连续用这种方式得到一串数,编排成组(一般为 4 个数一组).我们仍以“某地区初中一年级学生每星期大约玩几个小时游戏?”为例说明使用随机数表的方法.假如某地区有 2000 名初中一年级学生,需抽出容量为 30 的一个样本,可以先将 2000 人从 0000 号编号到 2000 号,然后按以下步骤进行:第一步,闭上眼睛用铅笔在随机数表上任意点一个点,规定如点到奇数则查第一页,如点到偶数则查第二页;第二步,在选定的那一页上再点一次,由点中的数字决定从哪一行开

始,再点一次来决定从哪一个数开始;第三步,以上一步决定的数为起点,开始以四位数字为一组读下去,小于或等于 2000 的选中,大于 2000 的舍去,直到取满 30 个数据为止,这 30 个数据对应的学生即为选中的随机样本.

2. 抽签法

抽签法是指将所有个体编号打乱次序后用类似于抽签的方法从中获取随机样本.例如,要从某班 50 名学生中抽取容量为 5 的一个样本,可以先把全班学生的编号写在不同的卡片上,再将卡片放进一只盒子里,把盒子摇几下使卡片均匀后,从盒子中抽中 5 张卡片,卡片编号所对应的学生即为选中的随机样本.

二、分层抽样

在抽样时,由于总体的各个个体之间差异较大,因此在样本容量一定的条件下进行分层抽样可以提高调查结果的精确度.

分层抽样是按一定标准把总体中的个体划分为若干层,使相互差异小的个体集中在一层内,再从各层抽取个体构成样本,使样本中各个个体在总体中分布得更均匀.

分层抽样时,从各层抽取样本的个体数可以与各层的个体数成比例,具体做法是:

把总体中 N 个个体划分为 l 个不相重叠的层(部分),使每一层包含的个体数分别为 n_1, n_2, \dots, n_l , 且 $n_1 + n_2 + \dots + n_l = N$, 则第 h 层所含的样本个体数 \bar{n}_h 为

$$\bar{n}_h = n \frac{n_h}{N}, \quad h = 1, 2, \dots, l, \quad (1.1.1)$$

其中 n 为样本容量, $\frac{n_h}{N}$ 为第 h 层的层权数.

例如,要从某幼儿园 210 名 4 岁至 6 岁的幼儿中抽出三分之一进行智力测验,已知该幼儿园有 4 岁幼儿 63 人,5 岁幼儿 112 人,6 岁幼儿 35 人.现在用分层抽样确定各年龄组抽取的幼儿数:由公式(1.1.1)得

$$4 \text{ 岁组: } \bar{n}_1 = (210/3) \times (63/210) = 21;$$

$$5 \text{ 岁组: } \bar{n}_2 = (210/3) \times (112/210) = 37;$$

$$6 \text{ 岁组: } \bar{n}_3 = (210/3) \times (35/210) = 12.$$

三、等距抽样

实际应用中,为了保证样本在总体中分布的均匀性,有时也采用等距抽样.所谓的**等距抽样**,是指把所有个体按顺序排列起来,然后以确定的相等距离抽取随机样本.例如,某大学为了抽取部分学生的数学作业进行检查,先确定学生学号中的一个数字,如学号末位为 4,然后依次取各系各班学号末位为 4 的学生的作业为样本.又如,要从 200 名学生中抽出 40 人

进行数学测验,可以先对 200 名学生编号,然后每 5 个号取一人(由于抽取比率为 $40/200=1/5$),从而得到容量为 40 的一个样本.显然,这种方法人为地规定了距离,故抽样的随机性有所减弱.

四、整群抽样

整群抽样又称为**聚类抽样**,是指将总体中各个体归并成若干个互不交叉、互不重复的集合(称为群),然后以群为抽样单位抽取样本的一种抽样方式.应用整群抽样时,要求各群有较好的代表性,即群内各个体的差异要大,群间差异要小.

整群抽样的抽样过程可分为以下几个步骤:

第一步,确定分群的标准;

第二步,将总体分成若干个互不重叠的部分,每个部分为一个群;

第三步,根据样本容量,确定应该抽取的群数;

第四步,采用简单随机抽样,从总群中抽取确定的群数.

整群抽样的优点是实施方便、节省经费;整群抽样的缺点是:样本分布面不广、样本对总体的代表性相对较差,抽样误差往往大于简单随机抽样.

整群抽样与分层抽样在形式上有相似之处,但实际上差别很大.分层抽样要求各层之间的差异较大,层内个体或单元差异较小,而整群抽样要求各群之间的差异较小,群内个体或单元差异较大;分层抽样的样本是从每个层内抽取若干个体构成,而整群抽样则是要么整群被抽取,要么整群不被抽取.整群抽样方法的运用,需要与分层抽样方法区别.当某个总体是由若干个有着自然界限和区分的群(或类别、层次)所组成,同时,不同群相互之间差异较大,而每个群内部的差异较小时,则适合采用分层抽样的方法;反之,当不同群之间差异较小,而每个群内部的差异较大时,则适合采用整群抽样的方法.

抽样分为有放回抽样(从总体中抽出一个个体,记下其特征后再放回总体,然后进行第二次抽取)和无放回抽样(从总体中抽出一个个体后,不再放回去,然后进行第二次抽取)两种方式.当总体中个体数目较多时,这两种抽样方式没有本质区别.教育统计中一般采用无放回抽样,但由于有放回抽样能简化某些计算,故当总体中个体数目较多时,我们可以将其看做有放回抽样.

抽样获取数据离不开求实的科学态度和认真的工作作风,数据如果不准确、不完整,或有遗漏,不仅数据本身失去了价值,而且以此进行分析推断还会导致错误的结论.

作为本节的结束,我们回顾一下获取数据需要注意的问题:

(1) 是否需要抽取样本? 如果需要,样本多大为宜? 样本是随机抽取得到的吗?

(2) 样本结论能否代替总体结论? 也就是说,样本是否能代表总体? 因为如果样本不

能代表总体,把样本的结论用到总体上去,可能会出现错误的结论.例如,根据某地区一所中学抽取的样本预测该校有 77% 的学生能考上大学而断言该地区也有 77% 的中学生能考上大学,这显然是不切合实际的.

第二节 频数分布

一组数据受获取方法的限制,在未经整理前多数是分散和凌乱的.为了揭示和发现一组数据的内在规律,我们首先要做的工作是把数据列在表上,绘制成图形进行归纳分类.

一、数据的基本类型

教育统计中,常见的数据有以下两种类型:

1. 离散型数据

离散型数据一般是指取整数值的数量指标.这类数据是计数性的,数据之间不能再划分为更小的单位.例如,学校的个数、学生的人数等,这些数据均属于离散型数据.有些教育现象的指标是按属性来划分的,例如学生的能力分为优、良、中、差,但我们可以使其量化,用 10 代表优,8 代表良,6 代表中,4 代表差,这样得到的数据仍然是离散型的.

2. 连续型数据

连续型数据一般是指经过度量和测定而得到的数量指标.这类数据取值可以连续变化,尽管数据本身仍然是数轴上的点,但数据与数据之间可以无限细分,也就是数据的取值范围可以充满一个区间.例如,学生的考试成绩、儿童的体重等均为连续型数据.连续型数据通常以小数形式出现,虽然有时也会以整数形式出现,但当提高精度后总会出现小数.例如,某学生期末数学成绩为 89 分,我们可以记为 89.0 分.

确定了数据类型,我们进一步利用频数分布表和频数分布图来研究数据的变化规律.

二、频数分布表

一组数据中每个数据出现的次数称为这个数据的**频数**.按频数分类列出的一览表称为**频数分布表**.

下面结合例子介绍频数分布表的制作.

例 1 某小学测定 10 岁学生的数学水平,测试题共 7 道,全校 30 名 10 岁学生中有 2 名答对 1 道,4 名答对 2 道,5 名答对 3 道,6 名答对 4 道,5 名答对 5 道,5 名答对 6 道,3 名答对 7 道.我们可以列出如表 1.1 所示的频数分布表.

表 1.1 30 名 10 岁学生数学水平的频数分布表

答对题数	频数
1	2
2	4
3	5
4	6
5	5
6	5
7	3
求和	30

例 2 某中学普通班 80 名学生期末数学统考测验得分如下：

58, 79, 52, 66, 76, 75, 83, 56, 70, 71, 73, 85, 80, 82, 72, 75, 56, 78,
59, 61, 74, 68, 55, 68, 76, 74, 41, 91, 45, 71, 82, 68, 69, 63, 50, 61,
84, 60, 65, 71, 77, 84, 85, 92, 97, 70, 88, 47, 66, 78, 38, 67, 63, 70,
66, 72, 61, 73, 68, 72, 74, 76, 77, 87, 61, 47, 52, 69, 66, 68, 66, 62,
64, 69, 63, 65, 68, 68, 66, 67.

这一组数据的最大值是 97, 最小值是 38, 可见数据分布很散, 数据较多, 因此我们将它们分组. 组的范围称为**组区间**, 每组的起、止值分别称为**组下限**和**组上限**, 每组的大小(即组上限与组下限之差)称为**组距**. 各组组距一般是相同的. 分组的原理是: 100 个以上的数据分为 12~20 组, 数据较少则分为 8~10 组. 分组多则计算量大, 分组少则可能将不同性质的数据归在一起产生较大的误差. 为了便于计算, 组距一般取为 3, 5, 10 较为合适. 本例可分为 13 组, 组距取为 5. 我们将组号放在表的第 1 列, 组区间放在第 2 列, 组中值 m 放在第 3 列, $m = \frac{1}{2}(\text{组上限} + \text{组下限})$, 然后用类似于选举唱票、对号入座的方法数出各组的频数放在第 4 列. 有了组的频数, 当然也可以计算出组的频率(每组的频数与总频数之比). 为了以后方便, 我们把频率放在表的最后一列. 最后得到如表 1.2 所示的频数分布表. 细心的读者可能会发现, 第 12 组为 90~95, 其组上限 95 正好是第 13 组的组下限, 那么 95 放在哪一组呢? 对此, 我们习惯上将组上限放在下一组, 而将组下限放在本组, 故 95 放在第 13 组. 有了频数分布表, 我们大致可以看出数据所呈现的统计规律.

表 1.2 某中学普通班期末数学统考测验成绩的频数分布表

组号	组区间	组中值	频数	频率
1	35~40	37.5	1	0.0125
2	40~45	42.5	1	0.0125