



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

前 沿 系 列 · 4 2

岩石类材料塑性力学

殷有泉 著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

前沿系列 · 42

岩石类材料塑性力学

殷有泉 著

TB301
210



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

岩石类材料塑性力学 / 殷有泉著. — 北京 : 北京大学出版社, 2014.12
(中外物理学精品书系)

ISBN 978-7-301-25151-5

I. ①岩… II. ①殷… III. ①岩石 - 工程材料 - 塑性力学 IV. ①TB301
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 272373 号

书 名：岩石类材料塑性力学

著作责任者：殷有泉 著

责任编辑：王剑飞

标准书号：ISBN 978-7-301-25151-5/O · 1034

出版发行：北京大学出版社

地 址：北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址：<http://www.pup.cn>

新 浪 微 博：@北京大学出版社

电 子 信 箱：zupup@pup.pku.edu.cn

电 话：邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62765014
出 版 部 62754962

印 刷 者：北京中科印刷有限公司

经 销 者：新华书店

730 毫米 × 980 毫米 16 开本 17.5 印张 325 千字

2014 年 12 月第 1 版 2014 年 12 月第 1 次印刷

定 价：52.00 元

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究

举报电话：010-62752024 电子信箱：fd@pup.pku.edu.cn

“中外物理学精品书系” 编委会

主任：王恩哥

副主任：夏建白

编 委：(按姓氏笔画排序，标*号者为执行编委)

王力军	王孝群	王 牧	王鼎盛	石 竣
田光善	冯世平	邢定钰	朱邦芬	朱 星
向 涛	刘 川*	许宁生	许京军	张 酣*
张富春	陈志坚*	林海青	欧阳钟灿	周月梅*
郑春开*	赵光达	聂玉昕	徐仁新*	郭 卫*
资 剑	龚旗煌	崔 田	阎守胜	谢心澄
解士杰	解思深	潘建伟		

秘 书：陈小红

序　　言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础，同时还是许多新兴学科和交叉学科的前沿。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天，物理学不仅囿于基础科学和技术应用研究的范畴，而且在社会发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到，改革开放三十多年来，随着中国政治、经济、教育、文化等领域各项事业的持续稳定发展，我国物理学取得了跨越式的进步，做出了很多为世界瞩目的研究成果。今日的中国物理正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下，近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势，在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。从另一方面看，尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书，但系统总结物理学各门类知识和发展，深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源，并针对不同层次的读者提供有价值的教材和研究参考，仍是我国科学传播与出版界面临的一个极富挑战性的课题。

为有力推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展，特别是展现近年来中国物理学者的研究水平和成果，北京大学出版社在国家出版基金的支持下推出了“中外物理学精品书系”，试图对以上难题进行大胆的尝试和探索。该书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名专家学者。他们都是目前该领域十分活跃的专家，确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富，涵盖面广，可读性强，其中既有对我国传统物理学发展的梳理和总结，也有对正在蓬勃发展的物理学前沿的全面展示；既引进和介绍了世界物理学研究的发展动态，也面向国际主流领域传播中国物理的优秀专著。可以说，“中外物理学精品书系”力图完整呈现近现代世界和中国物理科学发展的全貌，是一部目前国内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

“中外物理学精品书系”另一个突出特点是，在把西方物理的精华要义“请进来”的同时，也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学科在世界范

围内的重要性不言而喻,引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。另一方面,改革开放几十年来,我国的物理学研究取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次将一些中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多的深入了解,不仅充分展示出中国物理学研究和积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新的“软实力”,对全面提升中国科学、教育和文化领域的国际形象起到重要的促进作用。

值得一提的是,“中外物理学精品书系”还对中国近现代物理学科的经典著作进行了全面收录。20世纪以来,中国物理界诞生了很多经典作品,但当时大都分散出版,如今很多代表性的作品已经淹没在浩瀚的图书海洋中,读者们对这些论著也都是“只闻其声,未见其真”。该书系的编者们在这方面下了很大工夫,对中国物理学科不同时期、不同分支的经典著作进行了系统的整理和收录。这项工作具有非常重要的学术意义和社会价值,不仅可以很好地保护和传承我国物理学的经典文献,充分发挥其应有的传世育人的作用,更能使广大物理学人和青年学子切身体会我国物理学研究的发展脉络和优良传统,真正领悟到老一辈科学家严谨求实、追求卓越、博大精深的治学之美。

温家宝总理在2006年中国科学技术大会上指出,“加强基础研究是提升国家创新能力、积累智力资本的重要途径,是我国跻身世界科技强国的必要条件”。中国的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,这套“中外物理学精品书系”的出版,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思维的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国今后的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

“中外物理学精品书系”编委会 主任

中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2010年5月于燕园

前　　言

本书内容仅涉及工程环境下的岩石类材料 (rock - like materials)，它包括岩石、土体等地质材料和混凝土等工程材料。

从 20 世纪 60 年代以来，人们通过各种途径提高试验机的刚度，对岩石类材料试件的全应力 - 应变曲线(或称应力 - 应变全过程曲线)进行了研究。根据单轴和三轴压缩的实验结果，在强度峰值后随微裂缝的扩展岩石强度逐渐降低，岩石破裂的传播是一个稳态过程，并不像过去人们认识的那样，是一个迅速的过程。而且岩石试件在最终破坏时残余变形可以很大，这就是说它的延伸率很大，以往用延伸率小来定义脆性材料，这种做法对岩石材料显然是不合适的。承载较大应力的岩石试件，卸除载荷后试件的变形仅是部分的消失，还有一部分的变形被永久地保留下来，前者是可恢复的弹性变形，后者是卸除载荷后的残余变形。

对完全卸去载荷后岩石试件保留有残余变形，有的学者称这种残余变形为“准塑性变形”以区别金属材料的塑性变形。尽管岩石和金属材料二者的残余变形在微观机制上有很大区别，但它们在宏观上的不可逆性却是相同的。在宏观的唯象学理论中，我们不注重变形的微观机制，而将“塑性”和“不可逆性”这两个术语等同起来，从而将岩石类材料的残余变形直接称为塑性变形。这样，我们就把岩石类材料看做弹塑性材料了。

传统的塑性力学是以金属材料为研究对象的，主要涉及理想塑性和强化塑性材料，其力学属性的研究和资料的取得都是在控制载荷的小刚度试验机上进行的，本构性质的描述均以应力为控制量(自变量)。后文将这种描述称做应力空间表述。然而，岩石类材料不同于金属，有如下两个重要特点：

- (1) 进入塑性阶段后不仅有强化阶段还有软化阶段；
- (2) 卸载的弹性模量随塑性变形的出现和发展而不断变化，称之为弹性与塑性变形的耦合。Young 模量 E 随内变量的发展而降低，称之为弹性刚度的损伤劣化。

采用在金属塑性使用的应力空间表述，来描述岩石类材料(既有强化阶段又有软化阶段)的本构性质在理论上遇到了困难。为克服这些困难，在 20 世纪最后二十年，塑性力学本构理论得到了发展，出现了本构方程的应变空间表述理论，扩大了本构理论的使用范围，在理论上为岩石类材料本构理论的建立奠

定了基础.

岩石类材料的软化(强度丧失和部分丧失)性质,更确切地说,岩石类材料的不稳定性,会导致岩石工程和自然界岩体的失稳,岩石材料和岩石结构的不稳定性问题是岩石塑性力学研究的核心内容.随着非线性有限元技术的发展,使用数值方法研究岩石类材料工程问题和理论问题成为可能,其中两件重要的事情是:

(1) 将弧长延拓算法引入岩石力学计算,致使随弧长增加的所有平衡状态(包括不稳定的平衡状态)都可求得.

(2) 将 Hill 提出的弹塑性物体平衡稳定性充分条件应用于岩石类材料静载结构,导出了二阶功准则和有限元分析中的特征值准则,用这些准则判断结构平衡的稳定性.

这样,岩石工程和自然界中众多稳定性问题,如滑坡、井壁塌落、煤矿底板透水、地震、岩爆等等,都可用力学意义上的稳定性概念和方法,从全新的角度和观点去研究和处理.

岩石类材料塑性力学能够成为力学的一个学科,刚性试验机的出现和对岩石类材料固有性质的再认识是其试验方面的基础,本构理论的应变空间表述是其理论基础.非线性有限元的发展是其实际应用的基础,这些基础工作都是 20 世纪后半叶逐渐完成的,因此岩石类材料塑性力学作为岩石力学的一个分支时至今日才产生就不足为奇了.

岩石类材料塑性力学与金属材料塑性力学一样,属于连续介质力学范畴,遵循连续介质假设.该假设认为真实固体所占有的空间可以近似地看做连续地无空隙地充满着“质点”.“质点”所具有的宏观物理量(如质量、速度、应力、温度等)满足一切应该遵循的物理定律(例如质量守恒、动量守恒、能量守恒、热力学定律等),但固体的某些物理常数还必须由实验来确定.所谓“质点”指的是微观上充分大,宏观上充分小的物质微元(或称代表体),这种微元的统计平均物理量可看成均匀不变的,因而可将微元看成是几何上的一个点,因而微元也称为质点.对于不同的材料,质点(微元或代表体)可有不同的尺度 δ_c (线性尺度),金属材料 $\delta_c \approx 0.5\text{ mm}$,砂岩 $\delta_c \approx 2\text{ mm}$,混凝土 $\delta_c \approx 100\text{ mm}$.这些尺度大小不同,但与研究问题(岩石工程、混凝土大坝等)的特征尺度相比,依然非常小的.

近年来,连续介质力学在深度和广度方面都有了很大进展,岩石类材料塑性力学至少包含这些进展的两个方面:

(1) 位移不必总是连续的,可以处理含节理和断层等间断面的问题,本书建立了联系位移间断和面内应力的本构方程,建立了含间断面物体的虚功方

程，并处理了含间断面的物体边值问题提法。

(2) 利用电子计算机和有限元技术，发展了计算连续介质力学，可以解决岩石类材料塑性力学中复杂的强非线性问题，开辟了广阔的工程应用前景。

笔者将岩石类材料塑性力学的理论和应用加以总结和系统化，编撰了本书，以期待广大工程界的学者，特别是年轻学者，通过本书能对岩石塑性力学的方方面面有一个准确而深入的了解。本书第一部分(前6章)介绍岩石类材料的弹塑性本构理论，这些本构理论是基于塑性力学的基本公设(Drucker公设和Ильюшин公设)导出的，这两个公设最接近于“耗散能不为负”的热力学普遍规律，塑性力学基本公设在连续介质力学中的作用是无可置疑的。第二部分(第7至9章)介绍简单的岩石类材料弹塑性问题、边值问题和稳定性的表述以及有限元方法。第三部分(第10和11章)介绍岩石类材料塑性力学的某些应用。最后第四部分是附录，对正文未涉及的某些重要问题进行补充。

本书比较系统地总结了笔者多年来有关的教学和研究成果，其中难免存在缺点和谬误，敬请读者不吝指正。

本书初稿是笔者为中国矿业大学(北京)国家重点实验室和中国石油大学(北京)海洋石油工程专业的研究生撰写的讲义，现由北京大学出版社出版。在此向何满潮、张广清、邸元、姚再兴、李平思以及赵培致意，感谢他们对笔者的支持和帮助。

殷有泉

2014年1月于蓝旗营

内 容 简 介

传统的塑性力学主要讨论金属材料和金属结构，金属材料表现为强化或理想塑性特性，这种材料属于稳定性材料。岩石类材料具有峰后软化和弹塑性耦合的特性，故具有不稳定性质。本书针对岩石类材料的不稳定特性，建立了岩石类材料塑性力学这一新的学科体系。

本书包含四部分。第一部分(第1至6章)岩石类材料和岩体中间断面的本构性质及其本构表述。这部分介绍了应变空间表述的重要性和必要性，指出材料不稳定等价于本构矩阵的不正定性。第二部分(第7至9章)岩石类材料塑性力学的边值问题及其有限元表述。这部分介绍了简单问题(悬臂梁、厚壁筒)的理论解，讨论了边值问题解的稳定性的充分和必要条件以及不稳定材料弹塑性有限元分析的弧长延拓算法。第三部分(第10至11章)岩石类材料塑性力学在岩石工程中的应用，这部分讨论了边坡稳定性分析的失衡机制和失稳机制，及在竖井开挖中井壁不稳定的地应力条件和材料条件，并给出了岩爆的力学机制。第四部分(附录1至3)，用附录形式对正文未涉及或未充分讨论的一些重要问题给予补充，包括奇异屈服准则的本构理论以及水对岩石材料稳定性的影响等内容。

本书是力学、土木、采矿、水利、能源、地下工程等领域内高端科学的研究的塑性力学基础知识，其中某些内容为当前岩石力学学科前沿。本书可作为相关专业本科及研究生的教学参考书，也可供相关专业的研究工作者、工程技术人员和高校教师参考。

目 录

第一部分 岩石类材料本构特性及其正确表述

第1章 连续介质力学的基本概念	(3)
§ 1-1 连续介质模型	(3)
§ 1-2 变形和应变	(4)
§ 1-3 应力和平衡	(6)
§ 1-4 工程岩石类材料的本构性质	(9)
§ 1-5 张量的下标标记和矩阵标记	(13)
§ 1-6 讨论	(17)
第2章 本构方程的应力空间表述和应变空间表述	(19)
§ 2-1 弹性材料的本构方程	(19)
§ 2-2 弹塑性材料的本构性质的应力空间表述	(23)
§ 2-3 弹塑性材料本构性质的应变空间表述	(35)
§ 2-4 讨论	(46)
第3章 工程岩石类材料的本构理论	(50)
§ 3-1 岩石类材料的本构理论框架	(50)
§ 3-2 应变空间表述的本构方程的实用形式	(59)
§ 3-3 常用的屈服准则和本构方程	(63)
§ 3-4 讨论	(72)
第4章 岩体中的间断面及其本构表述	(74)
§ 4-1 间断面力学性质的表述	(74)
§ 4-2 用层状材料退化的方法建立间断面本构方程	(76)
§ 4-3 用位移间断和应变比拟方法建立间断面本构方程	(79)
§ 4-4 讨论	(82)

第 5 章 本构关系的塑性势理论	(83)
§ 5 - 1 应变空间表述的塑性势本构理论	(83)
§ 5 - 2 如何选取岩石类材料和间断面的塑性势	(86)
§ 5 - 3 塑性势理论与耦合塑性理论	(89)
§ 5 - 4 讨论	(91)
第 6 章 岩石类材料和岩体间断面的不稳定性	(93)
§ 6 - 1 耦合塑性材料的不稳定性	(94)
§ 6 - 2 满足正交法则的岩石类材料的不稳定性	(96)
§ 6 - 3 非关联流动塑性材料的不稳定性	(97)
§ 6 - 4 材料不稳定性问题的几点注释	(100)
§ 6 - 5 岩体间断面的不稳定性	(101)
§ 6 - 6 讨论	(104)

第二部分 岩石类材料塑性力学边值问题及其有限元表述

第 7 章 简单的弹塑性问题	(109)
§ 7 - 1 自由端受力矩作用的混凝土悬臂梁	(109)
§ 7 - 2 受均布内压的厚壁圆筒	(118)
§ 7 - 3 逆冲断层地震的不稳定性模型	(135)
§ 7 - 4 讨论	(151)
第 8 章 岩石类材料塑性力学边值问题	(153)
§ 8 - 1 增量边值问题的表述	(153)
§ 8 - 2 虚功原理	(157)
§ 8 - 3 平衡的稳定性	(160)
§ 8 - 4 讨论	(163)
第 9 章 岩石类材料塑性力学边值问题的有限元方法	(165)
§ 9 - 1 有限元系统位移形式的平衡方程	(165)
§ 9 - 2 线性弹性问题的有限元分析	(169)
§ 9 - 3 稳定材料弹塑性问题的有限元分析	(172)
§ 9 - 4 不稳定材料弹塑性问题的弧长延拓算法	(182)
§ 9 - 5 岩石力学问题平衡稳定性的特征值准则	(190)

§ 9-6 广义力, 广义位移及平衡路径曲线	(194)
§ 9-7 讨论	(198)

第三部分 岩石类材料塑性力学在岩石工程中的应用

第 10 章 边坡稳定性及失衡分析和失稳分析	(205)
§ 10-1 极限平衡方法	(205)
§ 10-2 强度折减法	(206)
§ 10-3 边坡失衡的判据	(207)
§ 10-4 强度折减法的有限元分析	(207)
§ 10-5 边坡的不稳定平衡(在扰动下失稳)	(211)
§ 10-6 全应力 - 应变曲线的简化模型	(211)
§ 10-7 边坡失稳判据	(214)
§ 10-8 用弧长延拓算法研究边坡的平衡稳定性	(215)
§ 10-9 讨论	(218)

第 11 章 坚井开挖计算、井壁稳定性及岩爆	(220)
§ 11-1 开挖计算的特点	(220)
§ 11-2 在均匀等向初始地应力情况坚井开挖的理论解	(223)
§ 11-3 坚井开挖过程的平衡路径及稳定性的临界载荷	(228)
§ 11-4 后临界问题及岩爆	(230)
§ 11-5 用弧长延拓算法研究坚井开挖的稳定性	(235)
§ 11-6 讨论	(238)

第四部分 附录

附录 1 用实验方法建立屈服面的某些困难	(243)
§ 附 1-1 岩石实验资料的分散性	(243)
§ 附 1-2 用实验方法确定屈服面的一些实际困难	(244)

附录 2 奇异屈服面的本构理论	(246)
§ 附 2-1 奇异点本构关系的理论表述	(246)
§ 附 2-2 D-P 准则的平面截断模型	(248)
§ 附 2-3 奇异点的光滑化处理	(250)

附录 3 水对岩石性质和岩石材料稳定性的影响	(252)
§ 附 3-1 孔隙水压力对岩石强度的影响	(252)
§ 附 3-2 岩石的水化学作用	(253)
§ 附 3-3 水对岩石类材料稳定性的影响	(255)
参考文献	(257)
名词索引	(260)

第一部分

岩石类材料本构特性及其正确表述

第1章 连续介质力学的基本概念

工程岩石类介质的塑性力学，与金属塑性力学一样，仍属于连续介质力学范畴。本章首先简单介绍连续介质模型以及应变、应力和岩石本构性质等方面的基本知识，作为后文的铺垫。

§ 1-1 连续介质模型

岩石和混凝土工程问题的理论分析是对工程材料变形、强度、应力、本构关系及其在工程和地学问题的应用进行探讨，通常采用连续介质力学的方法，假设整个物体的体积被组成这个物体的物质微元连续分布占据。在此前提下，物体变形的一些力学量，如位移、应力等，才可能是连续变化的，可用位置坐标的连续函数表示它们的变化规律，以及使用数学分析方法研究这些规律。

岩石和混凝土在细观的晶粒尺寸范围会出现不连续性，因而连续介质假设的适用性需要进一步认识。这需要讨论组成物体的微元的尺度。确定连续体的微元尺度应考虑以下两个条件：① 微元尺度与物体（岩石工程或地壳）的尺度相比要足够小，使之在数学处理时可以近似作为数学点看待，以保证各力学量从一点到另一点的连续变化；② 微元尺度与其所含的空隙、颗粒尺度相比要足够大，以致包含有足够数量的空隙和颗粒，从而保证各力学量有稳定的统计平均值可作为单个微元的力学量。上述两个条件用数学语言来说，就是微元尺度相对物体尺度为无限小，相对于细观的空隙和颗粒尺度则为无限大。满足条件①和②的微元的线性尺度记为 δ_c ，具有这种尺度的微元也称为代表体元或典型体元（representative element volume，缩写为 REV）。在本书的论述中将这种微元直截了当地称为物质点。显然，研究的工程不同，其相应的 REV 的尺度也不同。金属和合金材料 $\delta_c = 0.5\text{ mm}$ ，木材 $\delta_c = 10\text{ mm}$ ，混凝土 $\delta_c = 100\text{ mm}$ 。在边坡、洞室、地基等岩体工程中，物体规模巨大，要研究如此大范围的应力场变化，其 RVE 的尺度可以在 $10\text{ mm} \sim 100\text{ mm}$ 的范围内取值。在区域应力场和全球应力场分析中，RVE 的尺度更大，可在几米到几公里范围内取值。

有了微元或代表体元的概念，就保证了连续介质力学和无限小分析得到的数学结果在实际工程应用中具有可靠性和合理性。