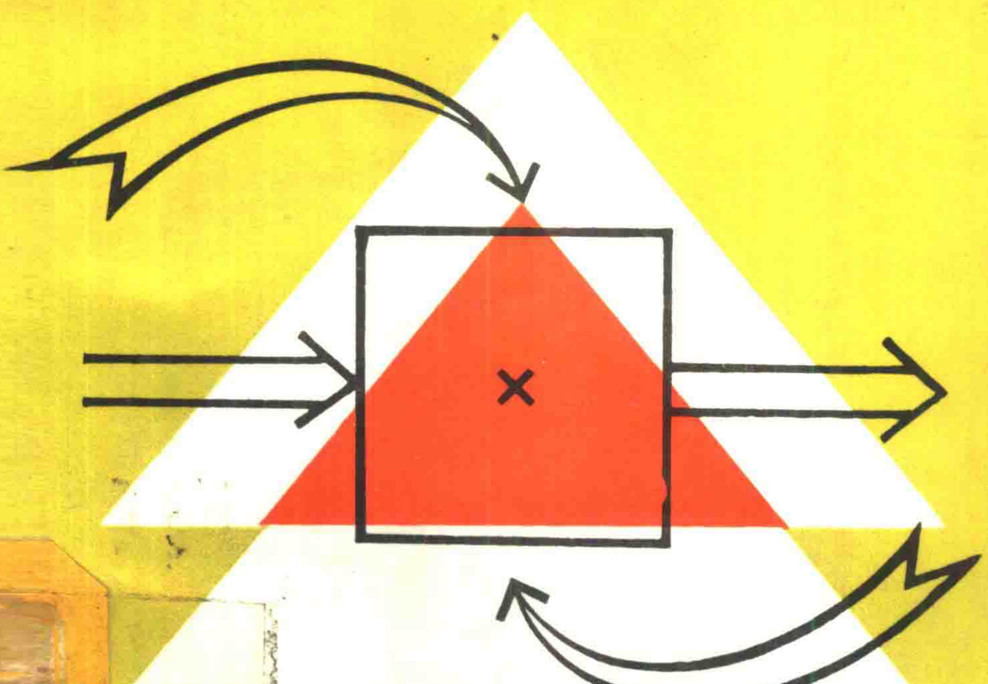
现代控制理论及其应用

任和生 著



電子工業出版社

现代控制理论及其应用

任 和 生 著

電子工業出版社

（京）新登字 055 号

内 容 提 要

本书从工程应用的角度简明扼要地介绍了现代控制理论的基本内容及其应用途径.

本书共分四章，即自动控制系统的数学模型，线性控制系统的基本理论及其应用，最优控制系统的基本理论及其应用，随机控制系统的基本理论及其应用。每章最后一节突出介绍了现代控制理论的应用问题，并附有大量的例题、习题及详细解答.

本书特点是深入浅出，雅俗共赏，可适应不同层次读者的要求，特别适合于广大工程技术人员、科技人员及高校师生阅读，也可做为普通大专院校的教材或参考书.

现代控制理论及其应用

任和生 著

责任编辑：吴 源

电子工业出版社出版（北京市万寿路）

电子工业出版社发行 各地新华书店经销

中国科学院印刷厂印刷

开本：850×1168 毫米 1/32 印张：9.875 字数：247 千字

1992年6月第1版 1992年8月第1次印刷

印数：0001—5000 册 定价：8.50 元

ISBN 7-5053-1708-3/TN·477

前　言

现代控制理论是自动控制系统分析与设计的理论基础，理论与实践均已表明：运用现代控制理论设计的控制系统比运用古典控制理论设计的控制系统更加优越。

但是，现代控制理论所涉及的数学知识较深，目前有关这方面的论著多数是“理论性”太强，“数学味”太浓。这对于数学基础不深的普通工程技术人员而言，往往感到理论太深，高不可攀，至于怎样用于生产实践就更是束手无策了，从而大大影响了现代控制理论的推广和应用。

编写本书就是为了缩短理论与应用之间的距离，使广大工程技术人员能在较短时间内很快熟悉和掌握现代控制理论的基本内容，并在生产实践中逐步得到推广应用，使现代控制理论这门新的学科更好地发挥作用。

为了达到上述目的，本书在编写过程中始终遵循以下原则：既不过分苛求严格的数学推证，也不过多纠缠具体的应用细节；尽量少用数学术语，力争多讲工程语言；在讲清基本概念的基础上，指出应用途径。努力做到深入浅出，雅俗共赏，使不同层次的读者都能有所收益。

本书是在作者编著的《实用现代控制论》讲义的基础上全面改编而成的。原书曾在本科生、研究生及工程师研修班中多次试用，受到不同层次读者的好评。这次修订的重点是加强了应用方面的内容，修订的部分内容由任涛同志执笔。

在本书的修订与出版过程中，曾得到张磊同志的大力支持与帮助，在此一并致谢！

作者水平有限，错误在所难免，欢迎读者批评指正。

目　　录

绪论……………………………………………………………… 1

第一章　自动控制系统的数学模型………………………………… 7

1-1　数学模型的建立 ………………………………………… 8

一、微分方程表达式 ……………………………………………… 8

二、传递函数表达式 ……………………………………………… 11

三、状态空间表达式 ……………………………………………… 13

1-2　数学模型的变换 ………………………………………… 18

一、化为能控标准型 ……………………………………………… 19

二、化为能观标准型 ……………………………………………… 24

三、化为对角标准型 ……………………………………………… 25

四、化为约当标准型 ……………………………………………… 30

五、由状态空间表达式转换为传递函数表达式…………………… 35

1-3　数学模型的图示 ………………………………………… 38

1-4　数学模型的求解 ………………………………………… 45

一、线性定常系统状态方程的求解………………………………… 47

二、线性时变系统状态方程的求解………………………………… 52

三、离散状态方程的求解…………………………………………… 53

第一章习题…………………………………………………………… 59

第二章　线性控制系统的基本理论及其应用……………………… 62

2-1　线性控制系统的能控性和能观性 ……………………… 62

一、能控性和能观性的基本概念…………………………………… 62

二、能控性与能观性的判别方法…………………………………… 66

三、能控性与能观性的对偶原理…………………………………… 88

2-2　线性控制系统的稳定性 ………………………………… 89

一、稳定性的基本概念……………………………………………… 89

二、稳定性的判别方法 …… 91
2-3 线性控制系统的状态反馈 …… 99
一、输出反馈与状态反馈 …… 99
二、状态反馈系统的极点配置 …… 106
三、线性控制系统的解耦问题 …… 113
2-4 线性控制系统的状态估计 …… 125
一、状态观测器的基本理论 …… 126
二、降维观测器的基本理论 …… 136
2-5 线性控制理论的应用 …… 145
一、状态反馈在系统设计中的应用 …… 146
二、状态观测器在系统设计中的应用 …… 151
三、状态观测器在故障诊断中的应用 …… 155
第二章习题 …… 156
第三章 最优控制系统的基本理论及其应用 …… 159
3-1 古典变分法 …… 159
一、泛函与变分的基本知识 …… 159
二、最优控制问题的一般提法 …… 164
三、两端点固定的最优控制问题 …… 166
四、端点可变情况下的最优控制问题 …… 169
五、多变量情况下的最优控制问题 …… 174
六、性能指标为混合型的最优控制问题 …… 176
七、条件极值的变分问题 …… 180
3-2 最小值原理法 …… 180
一、古典变分法的局限性 …… 180
二、最小(大)值原理的基本内容 …… 182
三、最小值原理解最优控制问题的步骤 …… 184
四、最小值原理的简单证明 …… 190
五、最小值原理的引伸推广 …… 196
3-3 动态规划法 …… 197
一、动态规划的基本思路 …… 197
二、最优化原理的数学描述 …… 199

三、离散控制系统的动态规划 …… 202
四、连续控制系统的动态规划 …… 205
3-4 最优控制理论的应用 …… 208
一、线性二次型最优控制问题 …… 209
二、最小时间的最优控制问题 …… 219
第三章习题 …… 228
第四章 随机控制系统的基本理论及其应用 …… 231
4-1 随机控制系统的数学模型 …… 232
4-2 随机最优估计问题 …… 233
一、离散系统的简化数学模型 …… 234
二、离散系统的简化噪声特性 …… 234
三、卡尔曼滤波的递推公式 …… 236
四、卡尔曼滤波公式的直观证明 …… 239
五、当考虑输入量 u 时的离散卡尔曼滤波 …… 244
六、连续系统的卡尔曼滤波 …… 245
4-3 随机最优控制问题 …… 248
一、已知条件 …… 249
二、需要解决的问题 …… 250
三、解决的途径 …… 250
4-4 随机控制理论的应用 …… 252
一、建立数学模型 …… 252
二、随机状态观测器的设计 …… 253
三、最优控制器的设计 …… 255
第四章习题 …… 256
习题解答 …… 258
附录 …… 287
附录A 数学表 …… 287
表 A-1 三角恒等式 …… 287
表 A-2 不定积分 …… 288
表 A-3 定积分 …… 289

表 A-4　数学运算的拉普拉斯变换…………………………………… 290
表 A-5　基本函数的拉普拉斯变换…………………………………… 291
表 A-6　z 变换运算………………………………………………… 292
表 A-7　z 变换……………………………………………………… 292
附录 B　矩阵…………………………………………………………… 293
附录 C　变分法………………………………………………………… 302
参考文献…………………………………………………………… 306

绪　　论

一、自动控制理论的发展概况

自动控制理论是随着生产技术的发展而不断发展壮大起来的，和所有的科学技术一样，同样也经历了由简单到复杂，由低级到高级的各个阶段，用现在时髦的话来讲，控制理论的发展过程也可大体上分为第一代、第二代、第三代……．就像电子器件与电子计算机经历了电子管、晶体管、集成电路等各个不同的时代一样．

第一代控制理论称为古典控制理论．

古典控制理论是指 60 年代以前的一段漫长时间里逐步发展起来的控制理论．在 60 年代以前，相对而言，生产技术的水平还比较低，控制对象的结构比较简单，控制的参数比较单一，要求达到的性能指标也不高．

因此，古典控制理论所研究的主要对象是具有单输入单输出的单变量系统，而且多数是线性系统．这类系统的数学模型主要采用传递函数，系统的动态性能主要决定于传递函数所对应的零点与极点的分布情况．系统的分析与综合主要采用频率法，它属于频域分析的范畴．

古典控制理论常用的数学工具是微分方程、差分方程、傅里叶变换、拉普拉斯变换与 z 变换等．

第二代控制理论称为现代控制理论．

现代控制理论通常是指 60 年代以后迅速发展起来的控制理论．60年代以后，生产技术水平大幅度提高，控制对象的结构也越来越复杂．控制的参数越来越多．要求达到的性能指标也越来越高．

因此，现代控制理论所研究的对象主要是多输入、多输出的多

变量系统. 这类系统可能是线性的,也可能是非线性的;可以是定常的,也可以是时变的. 系统的数学模型主要采用状态方程,系统的动态性能主要决定于状态方程的解, 系统的分析与综合主要采用状态空间分析法,它属于时域分析的范畴.

现代控制理论所用的数学工具的范围是极其广泛的, 几乎所有的新的数学分支都可以在这里找到用武之地. 但对现代控制理论的基础部分而言,主要还是用线性代数,矩阵分析,古典变分法,概率论与随机过程理论等.

第三代控制理论称为大系统理论.

大系统理论通常指 70 年代以后的控制理论,在这一段时期生产技术的发展速度是惊人的. 特别是电子器件与电子计算机的迅猛发展,使控制理论受到很大冲击,以至不得不引入"大系统"这个新的概念.

所谓大系统就是规模十分庞大的系统. 例如一个大型钢铁联合企业,大型电力网,大型通信网, 大型交通网……均可称为大系统. 大系统的主要特点是都包含若干子系统. 这些子系统通过电子计算机协调工作. 采用多级递阶控制以实现多指标综合最优化.

不难理解, 大系统所涉及到的数学问题无疑将更加深而且广.

科学技术总是不断向前发展的, 控制理论也是不断前进的. 实际上,控制理论的发展早已冲破工程技术的领域,进而伸向生物领域,经济领域,社会领域……形成了所谓的工程控制论, 生物控制论,经济控制论,社会控制论……. 再继续发展下去, 是否有可能或有必要再分为第四代、第五代、第六代……则有待日后进一步探讨.

二、现代控制理论的主要内容

现代控制理论是在古典控制理论的基础上发展起来的, 而它

本身也在不断地向纵深发展，并形成了很多独立的分支。如今，已经很难给现代控制理论划定一个确切的界限。但就其最基本的内容而言，大体可归纳如下：

1. 数学模型与系统辨识问题

描述控制对象运动过程的数学表达式称为“数学模型”。

数学模型是研究自动控制系统的基本依据，没有一个确切的数学模型，就不可能对系统进行定量的分析研究。

数学模型的建立，可采用解析法，也可采用实验法，或者二种方法兼用。对于一些简单的控制系统，可根据一些基本的定理、定律，用解析的办法写出它的数学模型，但对于一些复杂的控制系统，只用解析的方法很难获得其全面的确切的模型，这时就必须求助于辨识的方法。所谓辨识就是用各种离线的或在线的测试手段，通过对系统的输入量与输出量不断进行量测，从中辨认出控制对象的数学模型的结构和有关参数，进而构造出控制对象的数学模型。

模型与识别的问题，是现代控制理论的一个重要分支。要想建立一个比较理想实用的数学模型，首先必须对控制对象的性能或工艺过程有深入的了解。此外，还要具有广泛的数学知识和先进的实验手段。实际建立模型时，往往需要解析法与实验法巧妙配合才能收到良好的效果。

2. 线性系统理论

近年来，线性系统理论也逐步发展成为现代控制理论的一个独立的分支，而且是非常重要的一个分支。这个分支是现代控制理论中最基础最成熟最实用的部分，其中包括一些奠基性的基本概念，例如能控性与能观测性的概念，状态反馈和状态估计的概念等；也包括线性控制系统分析与综合的基本方法，例如极点配置问题，解耦问题，实现问题及状态观测器的设计问题等等。此外，由于电子计算机应用的迅速发展，一些古老的理论获得了新生，例如古典控制理论中的频率法被推广应用于线性多变量系统的分析与

综合，这被称为“现代频域法”．进而编制了各种典型的计算程序，形成了一套完整的应用软件，为古典理论的现代化开辟了新的途径．再如李雅普诺夫稳定理论，也由于电子计算机的应用获得了新生，在自动控制系统的分析与综合方面，发挥了新的作用．

3. 最优控制理论

最优控制是现代控制理论中最活跃的分支之一，根据数学模型的不同，最优控制问题可分为确定性的最优控制问题和非确定性的最优控制问题．并已形成了二个小的独立分支．

（1）确定性的最优控制问题是指控制对象的运动规律可以用确定的数学模型来描述．这是现代控制理论中发展较早也较成熟的一部分．其核心内容是在控制对象性能指标最优的条件下，求系统输入变量(控制变量)的变化规律，或求控制变量与状态变量之间的变化规律．找到了这个规律，也就找到了实现最优控制的途径．

（2）非确定性的最优控制问题也称为随机最优控制问题．这类问题的特点是控制对象的输入与输出中均存在随机的噪声干扰，即数学模型中含有随机的变量．当然，性能指标中也含有随机变量．显然，在这种情况下求最优控制的变化规律，比确定性最优控制问题的处理要困难得多．解决这类问题，需要用到概率论与随机过程理论等数学工具．

4. 最优估计理论

在现代控制理论中，最优估计问题与最优控制问题具有对偶的关系，也可以分为确定性的估计问题和非确定性的估计问题．

（1）确定性的估计问题　在实际的控制系统中，并不是所有的状态变量都能够直接进行检测．这给实现最优全状态反馈带来一定困难，从而产生了状态观测器的理论．所谓状态观测器就是利用系统确定的输入输出变量重构系统的状态变量，也就是对系统的状态进行估计．由于系统的数学模型和输入、输出变量都是确定的，因此称为确定性的估计问题或非统计型状态观测器问题．

在现代控制理论中，这类问题有时常归入线性系统理论中探讨。

（2）非确定性的估计问题　这是指系统的数学模型中含有随机变量的情况。对这类系统的状态作出估计，必须采用统计的方法，这就是现代控制理论中著名的卡尔曼滤波器问题。卡尔曼滤波器实际上就是一种统计型状态观测器，它需要根据有关的统计数据对系统的状态作出估计。由于卡尔曼滤波器的实际应用范围极广，因而也形成了一个独立的分支。

最后，应当强调指出，现代控制理论的发展速度是很快的，不少成果从理论方面来讲是非常漂亮的，但从实际应用方面来讲则远远不够，特别是在工业应用方面还是一个非常薄弱的环节，在我国尤其突出。因此，在推广应用方面还需要做出很大的努力，使广大的工程技术人员尽快熟悉与掌握现代控制理论的主要成果，并把它尽快用到生产实践中去。

第一章　自动控制系统的数学模型

数学模型就是对各种自动控制系统的运动规律的数学描述。没有一个准确的数学模型，就不可能对系统进行定量的分析研究。因此，数学模型是研究自动控制系统的先决条件。

数学模型的种类很多，分类的方法也很多。

按照控制对象的运动规律，可以分为静态模型和动态模型两大类。静态模型所描述的对象的运动规律与时间因素无关，而动态模型所描述的对象的运动规律则与时间因素有关。显然，静态模型可以看成是动态模型的一个特例。因此，动态模型是我们研究的重点。

动态模型又可分为外部模型与内部模型两大类。

外部模型表达的是系统输入量与输出量之间的关系，对系统内部的状态是不加过问的，而内部模型则表达的是系统的输入量、输出量与内部状态之间的关系。显然，内部模型包括了外部模型的全部信息，因此，更具有普遍的意义。

外部模型一般用传递函数表达，内部模型则一般用状态方程表达，而联系传递函数与状态方程的纽带就是微分方程（或微分算

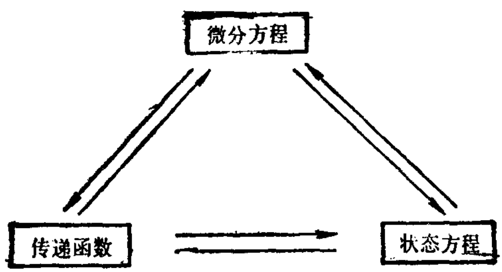


图　1-1

子方程）．也就是说，微分方程、传递函数、状态方程是描述动态系统的三种基本数学模型．它们是对同一事物的三种不同的表达形式．形式上各有区别，本质上一脉相通，它们之间有着密切的内在联系，并可以相互转换．见图 1-1．

本章的重点就是研究三种数学模型的建立方法以及三者之间的相互转换方法．

1-1 数学模型的建立

一、微分方程表达式

图 1-2 是一个由电阻 R，电感 L 和电容 C 组成的简单系统．图中 u 是系统的输入变量．y 是系统的输出变量．

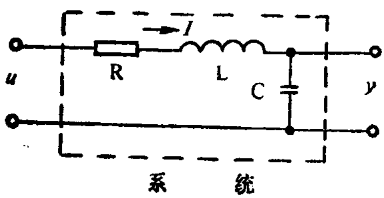


图 1-2

现在求系统输入 u 与输出 y 之间的关系，也就是求系统的外部模型．对于这种简单的系统，可以采用解析法来建立它的数学模型．根据电路理论中的基尔霍夫定律，该系统的电压平衡方程式可写为

$$u_R + u_L + u_C = u \tag{1-1}$$

式中，$u_R = IR$；$u_L = L\frac{dI}{dt}$；$u_C = \frac{1}{C}\int I dt$

即
$$IR + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I dt = u \tag{1-2}$$

这里，系统的输出量 y 实际上就是 C 两端的电压 u_C，即

$$y = u_C = \frac{1}{C}\int I dt$$

对 t 求导，$\dot{y} = \frac{I}{C}$，即 $I = C\dot{y}$

再对 t 求导，$\dot{y} = \frac{1}{C}\frac{dI}{dt}$，即 $\frac{dI}{dt} = C\dot{y}$

代人(1-2)式，得

$$RC\dot{y} + LC\ddot{y} + y = u$$

两边除以 LC，得

$$\ddot{y} + \frac{R}{L}\dot{y} + \frac{1}{LC}y = \frac{1}{LC}u \tag{1-3}$$

令 $\frac{R}{L} = a_1$；$\frac{1}{LC} = a_2$；$\frac{1}{LC} = b$

则得

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y = bu \tag{1-4}$$

(1-4)式就是系统的微分方程表达式，它是一个二阶微分方程。

假设控制对象是一台恒定磁场的它励电动机，如图 1-3 所示。

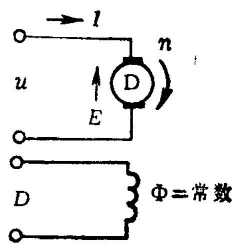


图 1-3

图中： u——电动机电枢电压；

I——电动机电枢电流；

E——电动机电枢反电势；

n——电动机的转速；

Φ——电动机的总磁通（恒定磁场）；

另设： R——电动机的电枢电阻；

L——电动机的电枢电感；

GD^2——电动机的飞轮惯量；

M——电动机的转矩。

由电机学理论，可以写出电动机电枢回路的电压平衡方程为

$$IR + E + L\frac{dI}{dt} = u \tag{1-5}$$

当负载转矩为零时，电动机的转矩平衡方程式可写为

$$\frac{GD^2}{375}\frac{dn}{dt} = M \tag{1-6}$$

由电机学理论