21世纪高等学校大学数学系列教材

大学文科高等数学

◎文凤春 主编

科学出版社

21世纪高等学校大学数学系列教材

大学文科高等数学

文凤春 主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是文科类专业大学数学教育的一本校级规划教材，是根据文科专业对数学的需求，并结合作者多年从事文科专业数学课程教学实践编写而成的.

本书主要包括一元微积分和概率统计初步两大部分内容. 在一元微积分章节的编写中，采用图像、数值、符号和语言结合的方式介绍函数、极限、连续、微分和积分等数学知识；在概率统计初步中，安排了随机变量和数据整理两章内容，实例丰富、通俗易懂. 每章节都配备了习题和两套总习题，以供学生课外训练和学习检测. 本书还安排了7个阅读材料，供同学进一步了解课本中相关数学概念产生的背景、思想方法以及学习方法.

本书可作为文科大学生数学素质教育数学教材，也可作为学生进一步提高数学的基础教材和从事数据处理人员的参考书籍.

图书在版编目(CIP)数据

大学文科高等数学/文风春主编. 一北京：科学出版社，2013.1

(21世纪高等学校大学数学系列教材)

ISBN 978-7-03-036652-8

Ⅰ.①大… Ⅱ.①文… Ⅲ.①高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第024074号

责任编辑：曾 莉／责任校对：蔡 莹

责任印制：彭 超／封面设计：苏 波

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

武汉市新华印刷有限责任公司

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本：B5(720×1000)

2013年2月第 一 版 印张：15

2013年2月第一次印刷 字数：292 000

定价：28.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《大学文科高等数学》编委会

主　编　文凤春

副主编　龙　容　沈婧芳　陈华锋　陈海英

编　委　（以姓氏笔画为序）

马晓燕　文凤春　龙　容　李　燕

李娜娜　沈婧芳　张四兰　陈华锋

陈海英　徐艳玲

前　言

随着计算机的出现和发展，数学的研究领域、研究方法与研究手段已发生了深刻的变化，其应用范围越来越广泛，已经进入了许多以往不曾涉及的领域. 原来只作定性分析的学科也开始了定量分析，如社会学、生态学、语言学、法学等. “文科生与数学无关”的观念早已成为过去时.

如今，在大学里，数学不再被理工科学生独享，更多的文科生加入到这个学科中来. 文科生学习高等数学不仅仅是为计算、为应用，更主要的是完善思维、培养分析与逻辑判断能力、提升数学基本素养. 从 2000 年以来，我校的英语、文法、社会学等文科专业中开设了大学数学课程，在十多年的课程教学期间，我们在课程内容体系上进行了多次改革与实践，最终一致认为，一元微积分和概率统计初步作为文科高等数学的教学内容比较合理，这两部分内容的教学时数在 64 学时左右，也满足了文科专业学生对高等数学知识的基本要求.

在一元微积分中，学生将系统地学习函数、极限、连续、导数、微分、积分等数学知识. 通过学习，学生的逻辑思维能力、分析问题能力能够得到训练和提高；通过学习，学生能够正确领会并掌握微积分中的数学思想和基本方法，提升自身的数学素养. 在概率统计初步中，学生将学习随机变量和数据整理等数学知识，通过学习，学生能够掌握一些实用的方法和技术，为今后从事工作打下基础.

全书共 7 章，绪论、第 1 章由文凤春编写，第 2 章、第 3 章由龙容编写，第 4 章、第 5 章由沈婧芳编写，第 6 章、第 7 章由文凤春、陈华锋、陈海英编写. 在本书编写前，华中农业大学理学院高等数学教学团队负责人邓小炎教授提出了许多前瞻性与指导性意见，使得本书特色明显，并在本书的编写和出版过程中给予全方位的支持. 本系文科高等数学课程任课教师通过他们自己的教学体会，给我们编写文科高等数学教材提出了许多宝贵意见. 本书的编写工作也得到华中农业大学教务处、理学院和华中农业大学楚天学院陈海英老师的大力支持. 对于他们的支持与帮助，在此表示诚挚的谢意！

本书出版得到科学出版社的大力支持和帮助，在此也表示衷心的感谢！

本书不妥之处在所难免，敬请批评指正！

编　者

2012 年 9 月

目 录

第二篇　概率统计初步

绪　论

从小学到高中，我们一直在学习数学，为什么到了大学还要学习高等数学呢？高等数学与过去学习的数学有什么不同之处呢？文科专业的学生为什么也要学习高等数学呢？下面我们从数学的发展历程和数学的作用来回答这几个问题，并介绍如何学好高等数学.

1. 数学的发展历程

数学是一门古老的学科，它伴随着人类文明的产生而产生，至少有四五千年的历史，它是人们在生产斗争和科学实践中逐渐形成和发展的. 数学最初的概念和原理在远古时代就萌芽了，经过四千多年世界许多民族的共同努力，才发展到今天这样内容丰富、分支众多、应用广泛的庞大系统. 目前学术界通常将从远古至今的数学发展划分为以下五个时期.

(1) 数学萌芽期(公元前 6 世纪以前).

这个时期是原始社会和奴隶社会的初期. 这个时期数学的成就以巴比伦、埃及和中国的数学为代表.

古巴比伦是位于幼发拉底河和底格里斯河两河流域的一个文明古国，相当于现在的伊拉克一带. 巴比伦王国形成于约公元前 19 世纪，从出土的古巴比伦的泥板上的楔形文字中发现，古巴比伦人具有算术和代数方面的知识，建立了六十进位制的计数系统，掌握了自然数的四则运算，广泛使用分数，能进行平方、立方和简单的开平方、开立方运算，能解特殊的几种一元一次、二元一次方程和一元二次方程，并且能够把它们应用于天文学和商业等实际问题中. 四千年前的泥板中有平方表、立方表和乘法表. 在几何方面，他们掌握了简单平面图形的面积和简单立体的体积的计算方法.

古埃及的主要数学成就记录在两卷纸草书上. 一卷藏在伦敦，叫莱因德纸草书，一卷藏在莫斯科. 莱因德纸草书的内容是从公元前 2200 年的旧纸草书转录下来的，全书分为算术、几何、杂题三章，共有题目 85 个，是当时一种实用计算手册. 古埃及人创造了一套有趣的从 1 到 1000 万的象形数字记号，有自然数和分数的算术四则运算，但分数的表示和运算方法繁杂，没有成套的运算符号. 有简单的开平方方法，能解一些一元一次方程问题，有等差、等比数列的初步知识. 代数知识和技能比古巴比伦人低，但在几何方面超过了古巴比伦人. 尼罗河定期泛滥，水退后要重新丈量土地，测地知识逐渐发展成为几何学. 莱因德纸草书上有 19 个关于土地

面积和谷仓容积的问题，都给出了准确答案. 古埃及人能够计算矩形、三角形和梯形的面积，有计算立方体、柱体和其他圆形体积的法则，并能把天文学知识和几何知识结合起来建造神庙和金字塔.

中国是最早使用十进位值制计数法的国家. 早在三千多年前的商代中期，在甲骨文中产生了一套十进制数字和计数法，最大的数为三万. 与此同时，殷人用十个天干和十二个地支组成六十甲子，用以记日、记月、记年. 春秋战国之际，筹算已普遍应用，其计数法是十进位值制. 数的概念从整数扩充到分数、负数，建立了数的四则运算的算术系统. 几何方面，4500 年前就有测量工具规、矩、准、绳，有圆、方、平、直的概念.《史记》记载，夏禹治水“左准绳，右规矩”；公元前 1100 年左右的商高知道“勾三股四弦五”的勾股定理；春秋末战国初的墨子在《墨经》中给出了一些数学定义，包含许多算术、几何方面的知识和无穷、极限的概念.

在这个历史时期，由于生产水平很低，商品生产极其有限，社会实践对数学的要求不高. 因此只是在长期实践中逐渐形成了数的概念，初步掌握了数的运算方法，积累了几何学的一些知识. 但这些知识是片断的、零碎的，没有形成体系，缺少逻辑因素，没有命题的证明和演绎推理. 小学数学内容就是这一时期的数学成果.

(2) 初等数学时期(公元前 6 世纪至公元 17 世纪中叶).

公元前 6 世纪至公元 17 世纪上半叶，人类处于原始社会和封建社会，对自然的认识主要限于陆地，依靠感观认识世界，所以这个时期数学研究的主要是常量和不变的图形，形成比较系统的知识体系、比较抽象的并有独立演绎体系的学科. 中国古代数学名著《九章算术》和古希腊的《几何原本》是代表作. 中学数学课程的主要内容基本是这一时期的数学成果.

从公元前 6 世纪至公元前 3 世纪是古希腊数学的古典时期. 这段时期，古希腊形成了很多学派，广泛探讨哲学和自然科学问题，促进了数学理论的建立. 数学方面主要在初等几何取得了辉煌的成就，不仅创造了逻辑推理的演绎方法，而且使几何形成系统的理论. 在数的研究方面，使算术应用过渡到理论讨论，建立了整除性理论，产生了数论. 数学成就的精华是欧几里得的《几何原本》和阿波罗尼奥斯的《圆锥曲线论》. 古希腊数学的第二个时期(公元前 3 世纪至公元 6 世纪)的数学特点是基础研究与应用紧密结合，几何学开始了定量的研究，阿基米德求面积与体积的计算接近于微积分的计算方法. 丢番图发展了古巴比伦的代数，采用了一整套符号，使代数发展到一个新阶段. 托勒密等人奠定了球面三角和平面三角的基础，公元 6 世纪，由于外族入侵和古希腊后期数学缺少活力，古希腊数学衰落了，数学发展的中心转移到了东方的中国、印度和阿拉伯及中亚国家.

公元 2 世纪至公元 12 世纪是印度数学高潮时期，印度人大大推进了算术和代数的进展. 他们最先制定了现在世界通用的印度-阿拉伯数码(0,1,2,3,…,9)及十进制计数法，正确使用了零，形成了整套计算技术，建立了使用分数、负数、无理数

的代数学,给出了二次方程和不定方程的解法.

从公元9世纪开始,外国数学发展的中心转向了阿拉伯和中亚细亚地区.阿拉伯数学起着承前启后的作用,阿拉伯人大量搜集、翻译古希腊的著作,并把这些著作、印度数码、计数法及中国的四大发明(火药、印刷术、指南针和造纸术)传到欧洲.他们发展了代数,建立了解方程的方法,得到一元二次方程的求根公式,并把三角学发展成一门独立的、系统的学科.1427年伊朗数学家阿尔·卡西求得圆周率的17位准确值.

独立发展的中国数学从公元1世纪至13世纪一直处于世界领先地位.公元1世纪《九章算术》的出现,标志着中国古代数学体系的形成,书中有世界最先进的分数四则运算,各种面积、体积的计算,并最早引入负数和线性方程组的解法.魏晋时的刘徽为中国古代数学体系奠定了理论基础,并创立了割圆术和重差术.南北朝的祖冲之用割圆术求得圆周率的7位准确值,领先世界一千多年.到宋元时期,中国古代数学取得一系列辉煌成果,秦九韶的剩余定理和高次方程的数值解法、贾宪和杨辉的二项系数表、李冶的天元术、朱世杰的四元术、朱世杰和沈括的等差级数求和都领先西方五百多年.明清以后,中国数学发展缓慢,逐渐落后西方.

中世纪(公元5世纪至15世纪)的欧洲,由于罗马和基督教的统治使欧洲数学一直处于落后状态.文艺复兴时期(公元15世纪至17世纪上半叶)欧洲数学开始繁荣,他们吸取古希腊和东方数学的精华,取得了许多重要成就.在代数方面,韦达等系统地使用符号,使代数产生巨大变革.意大利数学家得到三次、四次方程的公式解法,韦达得到根与系数之间的关系定理,笛卡儿引入待定系数原理,帕斯卡得到指数是正整数的二项式展开定理,牛顿又把指数推广到分数和实数.1654年,巴斯加、费马得到排列组合公式.公元17世纪上半叶,初等代数的理论和内容全部完成了.初等代数的建立,标志着常量数学也就是初等数学时期的结束,接着是向高等数学——变量数学过渡.

这个时期是数学发展的初等数学时期,又称常量数学或有限数学时期.

(3) 变量数学时期(公元17世纪中叶至19世纪20年代).

1637年,笛卡儿通过引进坐标把几何曲线表示成代数方程,然后通过方程的研究来揭示曲线的性质.他把变量、函数引进数学,把几何和代数密切地联系起来,这是数学史上的一个转折点,也是变量数学发展的第一个决定性步骤.第二个决定性步骤是牛顿和莱布尼茨在17世纪后半叶各自独立地建立了微积分.力学问题的研究、函数概念的产生以及几何问题用代数方法来解决等促使了微积分的产生.17世纪还创立了概率论和射影几何等新的数学学科.17世纪的另一特点是代数化的趋势,古希腊数学的主体是几何学,三角学从属于几何,代数问题也往往要用几何方法论证.17世纪代数比几何占有更重要的地位,几何问题常常反过来用代数方法去解决.

17 世纪是变量数学的产生阶段，18 世纪是变量数学的发展阶段. 在 18 世纪，英国开始工业革命，生产力迅速提高，刺激数学向前发展. 法国和德国相继兴起的启蒙运动，反对封建制度和宗教权威，提倡民主自由，人类思想进一步解放，为数学的发展创造了良好的条件. 微积分产生若干新科目，如微分方程、变分法、级数论、函数论等，形成广阔的分析领域. 18 世纪的欧洲大陆成为分析数学的中心，出现了伯努利家族(13 位数学家)、欧拉、拉格朗日等一大批著名数学家. 18 世纪的数学有三个特征：第一是数学家从物理、力学、天文学的研究中发现并创立了许多数学新分支，如变分法、无穷级数、常微分方程、偏微分方程、微分几何和高等代数等；第二是自古以来的几何论证方法在 17 世纪被代数方法所代替，到 18 世纪又被分析方法代替了，代数也变成从属于数学分析；第三是直觉性和经验性，因为缺乏严密逻辑和理论基础，由物理见解所指引，所以是直观的，不严密的，结果出现谬误越来越多的混乱局面. 因此，19 世纪在德国数学家的倡导下，对数学进行了一场批判性的检查运动. 这场运动不仅使数学奠定了坚实的基础，而且产生了公理化方法和许多新颖学科.

高等数学的主要内容就是这个时期的部分成果.

(4) 近代数学时期(公元 19 世纪 20 年代至第二次世界大战).

近代数学时期是数学的全面发展和成熟阶段，数学的面貌发生了深刻的变化，数学绝大多数分支在这个时期都已形成，整个数学呈现全面繁荣的景象. 在这一时期，新思想、新概念、新方法不断涌现.

19 世纪是几何复兴时期，继罗巴切夫斯基几何之后，又出现了更广泛的一类非欧几何，并产生拓扑流形的概念. 克莱因提出爱尔朗根纲领，用群的观点统一了各种度量几何，在这个时期还产生了一系列新的几何分支——画法几何、射影几何、微分几何和拓扑学. 希尔伯特的《几何基础》不仅使古老的几何——欧几里得几何的基础得到完善，而且开始了数学公理化运动. 在代数方面，不仅开创了抽象代数，而且产生了以方程论为主要内容的，包括行列式与矩阵理论、二次型和线性变换在内的高等代数. 数论方面产生了解析数论，分析方面产生了微分方程、积分方程、复变函数论、实变函数论和泛函分析. 分析的严格化是从博尔扎诺和柯西开始的，他们用极限概念给出了导数和连续的定义. 1856 年魏尔斯特拉斯发展了柯西极限的概念，用 $\varepsilon-\delta$ 语言给出了函数连续性的定义，确定了一致性收敛的概念. 1872 年德国数学家戴德金、康托尔、魏尔斯特拉斯建立了实数的严格定义. 1881 年佩亚诺给出了自然数的公理化方法，为分析的算术化提供了条件. 从此，数学分析的理论有了精确和坚实的基础.

19 世纪末，关于数学基础的讨论形成了三大学派，以罗素为代表的逻辑主义学派、以布劳威尔为代表的直觉主义学派和以希尔伯特为代表的形式主义学派，三大学派激烈论战，对数学基础进行了深入的考察. 集合论的建立，数理逻辑、罗素悖

论、哥德尔定理的出现更深化了数学基础的研究.这个时期,不仅数学成果硕果累累,分支众多,分科越来越细,而且人才辈出.没有哪个时期像近代数学时期那样出现这么多杰出的数学巨人,并形成许多著名的学派,如法国数学学派、哥廷根学派和后来崛起的波兰学派、彼得堡学派、莫斯科学派以及布尔巴基学派.

这些理论已进入大学高年级及研究生的学位课程中.

(5) 现代数学时期(公元20世纪40年代以来).

20世纪的数学出现了三种新趋势:一是不同分支交错发展.多种理论高度综合,数学逐步走向统一的趋势.1872年德国数学家克莱因用"群"的观点统一了当时的各种度量几何,1930年美国的基尔霍夫提出"格"的概念统一代数系统的各种理论和方法,1938年法国布尔巴基学派提出"数学结构"的观点来统一整个数学,1948年爱伦伯克和桑·麦克伦提出用范畴和函子理论作为统一数学的基础.二是产生了一些边缘学科、综合性学科和交叉学科,如随机微分方程、计算物理学、生物数学、经济数学、数理语言学、计算化学等.三是数学的形式、对象、内容和方法越来越抽象.例如,代数由方程求解的一般研究引出群论并发展成抽象代数学,使代数学转向对代数系统结构的研究;几何由于非欧几何的发现拓广了人们的空间观念,形成了对各种抽象空间的研究.

20世纪60年代以后,数学界的思想异常活跃,出现了多种新思潮,如模糊数学、突变理论等.模糊数学使数学由研究精确领域发展到研究模糊领域和模拟人脑功能的领域;突变理论使数学由研究连续变量和平滑过程发展到研究不连续(突变)过程.这些新的数学课题在现实生活中有着重要意义.

21世纪,科技的进步、网络的发展、生产实际的需要都将向数学提出更多、更复杂的新课题,必将产生许多更深刻的数学思想和更强有力的数学方法.数学将探索更高、更广、更深的领域,成为分析和理解世界上各种现象的重要工具和手段.

2. 数学的作用

数学课程是一门工具课程,为工程计算提供数学方法,但数学主要是运用逻辑、思辨和推演等理性的思维方法,它也是培养理性思维的重要载体.古希腊大哲学家柏拉图曾经创办了一所学校,学校设置的课程都是关于社会学、政治学和伦理学一类课程,所探讨的问题也都是关于社会、政治和道德方面的问题.这类课程与论题并不需要直接以几何知识作为学习或研究的工具,但他在校门口张榜声明:不懂几何学的人不要进入他的学校就读.由此可见,柏拉图之所以要求他的弟子先通晓几何学并不是着眼于数学的工具作用,而是立足于数学的思维品格.他充分认识到数学思维能力的训练对于陶冶一个人的情操、锻炼一个人的思维能力、直到提升一个人的综合素质,都有非凡的功效.

数学在绘画创造和音乐乐器制作中有着独特的应用.例如,著名意大利画家达·芬奇在创造《最后的晚餐》、《蒙娜·丽莎》等作品中用到了黄金分割、透视原

理、对称性等数学知识. 20 世纪 70 年代诞生的数学分支混沌动力学和分形几何学，很快被人们运用到音乐、美术创造和影视特技中. 在计算机的帮助下，用数学方法可以绘出五彩缤纷、绚丽斑斓的分形图案. 在古代中国和世界其他文明古国就发现声音的高低与发音体的长度、大小有关. 数学家毕达哥拉斯发现当弦长之比为 $1:2,2:3,3:4$ 时声音就和谐、悦耳. 当今钢琴和所有键盘乐器采用十二平均律也源于数学. 十二平均律是把八度分成 12 个半音，这些半音的频率构成一个等比数列，公比为$\sqrt[12]{2}$.

语言文字学和数学也有着深刻的内在联系. 一般语言和数学语言都是由符号组成的，都遵循一定的规则和结构. 而语言符号所具有的特点和数学的思想方法有着内在的关联. 1916 年，瑞士著名语言学家索绪尔在名著《普通语言学教程》中指出，语言学好比一个几何系统，“它归结为一些特征的定理”. 1904 年，波兰语言学家库尔特内认为，语言学家不仅应该掌握初等数学，而且还有必要掌握高等数学，他认为语言学将日益接近精密科学. 早在 19 世纪中叶，西方学者就运用概率统计方法研究语言，并逐步形成了语言计算风格学. 20 世纪 80 年代，我国复旦大学李贤平教授用数学方法对《红楼梦》作者进行了研究，得出《红楼梦》的前 80 回是曹雪芹先生撰写的，后 40 回的写作风格与曹公的不同，与高鹗作品的风格相似.

高等数学的教学内容主要是 17 世纪中叶至 19 世纪 20 年代数学的主要成果. 这一时期，称为变量数学时期，也就是用运动的观点、极限方法研究数学. 恩格斯说过，在现实生活中，运动是绝对的，静止是相对的. 学习高等数学，可以培养我们的辩证观点，培养我们的思辨能力和数学思维. 数学思维被认为是人类思维的一种典范. 有数学思维能力的人，思考问题严谨缜密，善于洞察真伪，做事有计划，办事讲效率，不说大话空话，实事求是. 这种数学思维的培养对于文科大学生全面素质的提高，分析问题能力的加强，创新意识的启迪都是至关重要的.

3. 如何学习高等数学

学生学习高等数学，要做到以下几点：

(1) 尽快适应高等数学课程的教学特点.

随着计算机的发展，高等数学课程的教学也发生了很大的变化，在传统的教学手段的基础上，采用了更加具体化、形象化的现代教育技术，这也是中学所没有的，因此，同学们在进入大学以后，不仅要注意高等数学课程的内容与中学数学的区别与联系，还要尽快适应高等数学课程新的教学特点.

高等数学内容多，课堂教学信息量大，课堂教学人数多，学生基础不同，老师不可能照顾到每一个学生，这需要学生尽快适应老师，适应大课堂教学. 学生应坚持做到：课前预习，课上听讲，课后复习，认真、及时完成作业，课后对所学的知识进行归纳总结，加深对所学内容的理解，有问题及时向老师和同学请教，上好每一堂课，学好每一章节.

(2) 学习中注意基本概念、基本原理和典型范例.

我们在学习高等数学时,首先要了解数学概念产生的背景.极限、导数、微分、积分都是由实际问题抽象概括形成的.例如,微商概念是通过曲线切线的斜率和变速直线运动的瞬时速度抽象概括出来的;定积分的概念是求不规则图形的面积抽象出来的.理解数学概念、掌握数学的基本原理是学好数学的关键,因此,学习数学概念也是训练抽象概括能力的基础.数学基本原理反映概念之间内在关系.典型例题的学习也是学好数学不可少的环节,典型例题体现了如何应用基本性质和基本原理以及解题的步骤、方法.只有通过典型例题的学习,我们才能掌握基本的解题方法,才能触类旁通,才能灵活多变,最后综合运用.

(3) 做好笔记.

大学教师讲课注入了自己的理解与观点,使教学更体现教材内容与方法的本质.新生在学习高等数学课程时要适当预习,把比较难的地方做好笔记,上课认真听讲,特别是笔记中记下的问题要认真听讲,弄清楚.在课堂中,在笔记中记录老师的理解与观点及最本质的地方.通过做笔记,还可以使思路跟着老师走,使学习主动,效率提高.

第一篇

一元微积分

微积分中的极限、穷竭思想可以追溯到两千五百年前的古希腊文明，著名的毕达哥拉斯学派经过了漫长的酝酿，直到 17 世纪，随着航海业和手工业的发展，要求精确地测定经度和纬度，计算不规则图形的面积、体积，物体运动的瞬时速度以及物体运动的路程等，建立在函数与极限概念基础上的微积分理论应运而生.

牛顿，英国数学家、物理学家、天文学家、哲学家. 自 1664 年起开始钻研伽利略、开普勒尤其是笛卡儿的著作. 牛顿是在力学研究的基础上，运用几何方法研究微积分，在微积分的应用上更多地结合了运动学，造诣精深. 在对微积分具体内容的研究上，牛顿先有导数概念，后有积分概念.

莱布尼茨，德国自然科学家、数学家、物理学家、历史学家和哲学家，一位举世罕见的科学天才. 莱布尼茨主要是在研究曲线的切线和面积的问题上，运用分析学方法引进微积分的要领，在对微积分具体内容的研究上，莱布尼茨则先有积分概念，后有导数概念. 莱布尼茨的表达形式简洁准确，他所创设的微积分符号对微积分的发展有极大影响，一直沿用至今.

微分和积分是两种数学运算、两类数学问题. 牛顿和莱布尼茨找到了两者内在的直接联系：微分和积分是互逆的两种运算. 通过这一基本关系的确定，微积分学才能系统地构建. 因此，微积分是牛顿和莱布尼茨共同发明的.

本篇主要介绍一元微积分学的基本知识，包括函数、极限与连续、导数与微分、不定积分以及定积分.