



## 内 容 简 介

本书深入浅出地阐述了信号与系统分析中最广泛应用的方法。全书共分八章。第一至三章是关于信号与系统的类型、描述等方面的综述。第四章是卷积。第五至七章是变换方法，包括付里叶变换、拉普拉斯变换、 $z$ 变换和数字滤波器。第八章是系统分析的状态空间法。

本书可供高等工科院校电子类各专业的学生作为参考书，对于有关专业的研究生、教师和科技人员均有一定的参考价值。

# Continuous and Discrete Signal and System Analysis

Clare D. McGillem/George R. Cooper

School of Electrical Engineering Purdue University

Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1974

## 连续信号、离散信号与系统分析

[美] C. D. 麦基列姆 著  
G. R. 库 伯

贾毓聪 张宝俊 译

人民邮电出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
通县西定安印刷厂印装

开本787×1092 1/16 印张 18.25 字数 416,000

1981年12月第1版 1983年1月第1次印刷

印数 00,001—7,000

书号 15012·0384 定价:2.00元

# 目 录

前言 .....	1
----------	---

## 第一章 信号与系统

1-1 引言 .....	1
1-2 系统与系统分析 .....	2
1-3 信号 .....	3
1-4 系统分析与系统设计 .....	4
参考文献 .....	4
习题 .....	4

## 第二章 系统的描述

2-1 引言 .....	6
2-2 系统的描述 .....	6
2-3 数学模型的形式 .....	7
2-4 系统的分类 .....	9
2-5 系统方程的标准形式 .....	12
2-6 离散时间系统与差分方程 .....	15
2-7 初始条件 .....	17
参考文献 .....	18
习题 .....	18

## 第三章 信号的表示法

3-1 引言 .....	20
3-2 信号表示的一般方法 .....	20
3-3 信号的分类 .....	21
3-4 采用基本信号的表示法 .....	23
3-5 一个例子: 沃尔什函数 .....	27
3-6 付里叶级数表示法 .....	29
3-7 其他的表示法 .....	32
3-8 时间带宽乘积与信号维数 .....	34
3-9 奇异函数 .....	37
3-10 冲激函数 .....	39
3-11 冲激函数的极限运算和导数 .....	42

参考文献 .....	43
习题 .....	43

## 第四章 卷 积

4-1 引言 .....	47
4-2 用冲激的连续集合表示信号 .....	47
4-3 系统冲激响应和卷积积分 .....	48
4-4 卷积积分的计算和说明 .....	51
4-5 数值卷积 .....	53
4-6 系统冲激响应的特性 .....	56
4-7 卷积代数 .....	58
4-8 卷积的其他性质 .....	60
4-9 离散卷积与解卷积 .....	61
参考文献 .....	62
习题 .....	62

## 第五章 付里叶级数与变换

5-1 引言 .....	66
5-2 时间函数的付里叶级数表示式 .....	67
5-3 平均值与方均根值 .....	71
5-4 付里叶级数的对称性 .....	74
5-5 关于付里叶级数系数的收敛与数学运算 .....	77
5-6 基伯斯现象 .....	78
5-7 付里叶变换 .....	79
5-8 变换的直接计算 .....	82
5-9 付里叶变换的基本性质 .....	88
5-10 系统函数 .....	91
5-11 理想滤波器 .....	96
5-12 能谱 .....	97
5-13 数学运算的付里叶变换 .....	100
5-14 功率信号的付里叶变换 .....	106
5-15 基伯斯现象 .....	112
5-16 实际滤波器 .....	115
5-17 抽样定理 .....	116
5-18 离散付里叶变换 .....	120
参考文献 .....	134
习题 .....	135

## 第六章 拉普拉斯变换

6-1 引言 .....	143
6-2 单边拉普拉斯变换的存在 .....	145
6-3 变换的直接计算 .....	146
6-4 变换的定理 .....	147
6-5 变换表 .....	154
6-6 拉普拉斯反变换 .....	155
6-7 部分分式展开 .....	156
6-8 微分方程的解 .....	162
6-9 初值定理和终值定理 .....	164
6-10 网络分析 .....	166
6-11 转移函数 .....	168
6-12 对于周期波形的稳态响应 .....	170
6-13 物理可实现性和稳定性 .....	172
6-14 由极-零图计算频率响应 .....	176
6-15 拉普拉斯变换和付里叶变换之间的关系 .....	179
6-16 双边拉普拉斯变换 .....	181
6-17 双边拉普拉斯反变换 .....	184
6-18 复数反积分 .....	188
参考文献 .....	189
习题 .....	190

## 第七章 $z$ 变换和数字滤波器

7-1 引言 .....	198
7-2 $z$ 变换的基础 .....	200
7-3 $z$ 变换表 .....	204
7-4 应用 $z$ 变换求解差分方程 .....	206
7-5 数字滤波器 .....	208
7-6 递归滤波器的设计 .....	211
7-7 数字滤波器的结构 .....	213
7-8 双线性变换 .....	218
7-9 非递归数字滤波器 .....	220
7-10 数字滤波器中的量化效应 .....	221
参考文献 .....	226
习题 .....	226

## 第八章 系统分析的状态空间法

8-1 引言 .....	228
--------------	-----

8-2 系统的框图表示法 .....	228
8-3 标准形式方程的框图表示法 .....	232
8-4 标准方程的矩阵表示法 .....	234
8-5 初步的状态空间概念 .....	237
8-6 状态方程的时域解: 时不变系统 .....	239
8-7 状态转移矩阵 .....	241
8-8 冲激响应矩阵 .....	245
8-9 状态方程的频域解法 .....	248
8-10 网络分析中状态变量的选取 .....	251
8-11 离散系统的状态空间法 .....	254
参考文献 .....	256
习题 .....	256
附录 A 数学表 .....	263
附录 B 围线积分 .....	271
附录 C 矩阵 .....	277

# 第一章 信号与系统

## 1-1 引言

这是一本关于用数学方法去研究系统与信号的书。如果人们把系统看作是为实现某种目的而互相作用的一组事物的集合,那么,显然到处都有系统。不管天然系统还是人工系统其种类多得惊人。一般来说,天然系统的特点是它们极端复杂,它们的分布范围从“简单的”原子与分子直到庞大的生态学系统,后者涉及无数的有生命的和无生命的子系统,而所有这些子系统都程度不同地相互联系着。从某种观点来看,整个宇宙可看作一个单独的庞大系统。然而,把系统推广到如此大的规模在解决工程问题时是无用的。倒不如把问题的范围缩小,即使这样会损害完整性和精确性。只有这样,才能对各种条件下的系统特性得到一个有意义的和有用的解答。

系统可以用很多方法来研究。可以考查各组成部分和子系统的详细结构,并把由此获得的信息用来建立对系统工作(包括系统内部各部分的相互作用)的综合性描述。这个方法可以恰当地称之为微观的系统分析,这意味着在研究中考虑了系统的详细结构。许多类型的有生命子系统的生物学研究都有这种性质。通常这类分析是极其困难的,因为在这种系统的任何数学描述中都包含有几乎是无限多的变量,并且极其复杂。

最有用和最经常使用的一类系统分析方法是所谓宏观的系统分析。在这类系统分析里,用一个个子系统和部件以及它们的相互作用来表征这个系统,而不考虑它们内部工作的细节。正是这种类型的分析已经证明在解决工程问题时是很有效的,它也正是本书所要讨论的题目。

宏观系统分析要求把一个系统分解成为很多单独的部件。然后,各部件的特性要以如下方式充分详细地进行描述,即整个系统的工作可根据部件特性的适当计算来预测。这种类型分析的关键在于描述部件的特性。在系统分析中这是通过数学模型进行的,数学模型就是一组充分表征部件特性的数学关系式,使之能对此部件与别的部件间的相互作用进行计算。对于很多具有工程意义的部件来说,数学模型是部件(或子系统)对某种激励函数的响应的表示式。激励函数和系统响应一样,都是数学模型中的一个变量。尽管在实际系统中它们可以叫做位移、电压、每小时的BTU,甚至可以是像原料的价格,或者存货清单中保留的项目这样一些量,可是,在本书中把所有这些变量都归入信号的范畴。

所以要把数学模型的题目阐述得这样多,是因为在系统分析中要用到它。事实上,在系统分析中,对正在应用的模型的根据与有效性有更好的理解以避免应用中出现的重大错误,这对于分析系统的人来说是非常需要的。然而,研究好的模型这个课题本身是很复杂的,并且为了获得有用的结果,常常需要在微观范围内研究部件。这个题目最好推迟到系统分析的题目被讨论之后,以便对模型的要求能有一个较清楚的了解。

## 1-2 系统与系统分析

工程师对一个系统的分析,通常是确定该系统对某个输入信号或激励的响应。用这种研究确定性能规范以帮助选择部件,揭露系统的缺陷,解释不寻常的或未曾预料的性能,或者满足有关系统工作的定量数据中任何一种改变或其它需要。为了弄清楚与系统和系统分析有关的一些概念,研究一些具体例子是有益的。

汽车的点火系统是一种有代表性的小系统。它由电池和交流发电机构成的电源、点火开关、分配器与接点、点火线圈、电容器、干扰消除器、火花塞、连接线以及系统工作的一般环境所组成。通过用合适的数学模型来表示不同的部件,工程师就能够解析地研究系统在不同的外界工作条件下的特性,而且还能确定部件参数变化的影响。例如,电源的功率消耗可作为转速的函数来计算,也可确定改变线圈电感量对火花能量的影响。在许多情况下,一个最终的系统设计需要把解析方法与实验方法结合起来。解析研究为实验规划确定了合适的方向与变量范围,并且在解释结果时是非常可贵的。例如,在点火系统的情况中,对于不同材料与工作条件下的开关触点的腐蚀或许最好由实验来确定。一旦满意的工作电压和电流范围确定之后,即使系统中其他参数改变,它们仍可作为设计规范而保留下来。对于成功地解决任何一个不存在精确和完全的模型的工程问题来讲,这种使分析和实验手段结合起来的方法是很重要的。

当被研究的系统是个大系统时,需要把它分解成许多子系统,其中每个子系统可分别进行分析。然后把这些子系统的合适的模型用于研究整个系统。这类系统的一个例子就是一个小的宇宙飞船的控制和通信系统,如图 1-1 方框图所示。图中的大多数方框代表了各功能子系统,并且可用系统分析方法去研究它们。子系统的设计必须符合整个系统的要求,这些要求是根据系统整体研究提出的,在系统的整体研究中只考虑分系统的外部特性。在完成这种复杂的设计中,总是使用某种型式的迭代方法。初步设计是根据以前的经验或工程判断进行的。用分析法确定由这种设计所得到的技术指标,为了改善性能或可实现性常要修正初步设计。修正后的设计要重新分析,当需要时再进一步修改之。如果技术指标没有满足,改进工作则继续下去而贯穿于设计阶段,或许延伸到生产阶段。

许多具有实际工程意义的系统不能作为一个整体来分析。有许多因素导致这种情况,其中最通常的两个因素是系统庞大复杂和对部件或子系统缺乏满意的数学模型。大城市的供电系统就是这方面的一个好例子,对这样的系统作综合分析则显得太大太复杂。这样的系统有来自各发电厂以及与其他供电系统联接的若干个输入,并且有由用户组成的大量的不同类型的输出。输出的性质随着诸如一天、一周或一年内的不同时间,天气,用户的某种设想以及输出端安装新的或者不同的设备等因素而变化。因为不可能准确地确定任意时刻的负载,通常需要依靠过去的经验并应用概率和统计的分析方法来得到一个合适的选择系统参数的准则。其他系统,例如涉及社会、经济、政治与技术问题的城市交通系统,目前所知的系统分析方法对它尤其不适用。关于处理这种系统的方法正在研究中,对于处理这类问题的系统分析者来说,今后几年或许会得到新的工具。

后面各章所讨论的系统分析方法,在系统应用的广阔范围内已证明是非常有效的。这些



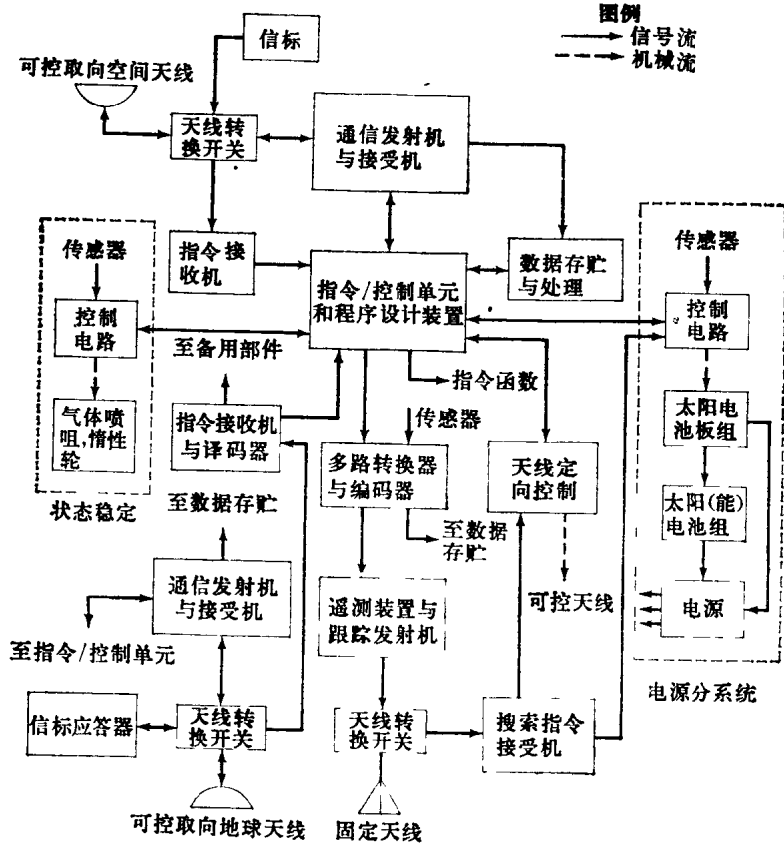


图 1-1 宇宙飞船的控制和通信系统

分析方法的直接应用，或是它们的某种修正或推广为当今绝大多数工程系统分析提供了基础。后续各章讨论的大多数系统的详细例子都是从电工程领域中抽出来的。这样做的理由在于这些例子想像起来简单，并且容易加以推广而适用于各类问题。正是通过电工程问题的研究，一些最成功的系统分析方法才发展起来。尽管这些例子最初是与电信号与系统相联系，然而这些方法最具普遍性，并且可应用于用类似的数学模型描述的任意系统。

### 1-3 信 号

为了正确地研究和分析系统，需要研究能量以什么方式通过系统进行传播。在大多数系统中，这可通过确定系统里的变量作为时间的函数如何变化来做到这一点。尽管这类变量在实际可以是力、电压、功率、单位时间的容量或是无限多的其他变量中的任何一个，在本书中都把这样的变量叫做信号。这些信号用以量度系统的激励和响应，并且在描述组成完整系统的各部件与子系统之间的相互作用时，也是必不可少的。

在复杂系统中常常有许多输入和输出，输入与输出的数目不一定相同。例如，在飞机控制系统中，一根操纵杆的运动能以某种计划好的方式改变几个不同的空气动力面，以便产生最佳的结果。

信号除了的分析系统性能中的用处之外,就其自身做为从一点到另一点运载信息的手段来说也是重要的。为了传送或处理信号的目的而设计一个系统是常有的事。在这种情况下,信号本身便成为首先关心的事情,分析者的任务就在于确定某特定部件或子系统对通过系统传播的信号的影响如何。对各种工程应用而言,选择信号的问题是头等重要的,并且导致了称作信号理论这一广阔学科的发展。设计雷达或声纳信号,或者对通信系统选择适当的调制,这都是信号理论的典型应用。正是由于信号理论固有的重要性,加之它在系统研究中的作用,它在这本教科书中就处于一个突出的地位。

## 1-4 系统分析与系统设计

系统分析的主要问题是求某一特定系统对于一个指定输入或输入范围的响应。这样一些结果由于满足下述需要而代表了系统研究的一个重要部分:

1. 当系统实际上不存在时(例如,像在可实现性研究的情况中那样),只可能进行数学分析。
2. 系统的实验鉴定通常比分析研究更困难而且花费更多。
3. 某些时候,需要在实际实验太危险的条件下研究系统。这方面的例子如核电站以过高的裂变速率运行,以至不能保证安全;或者飞机在剧烈扰动条件下其飞行控制系统的响应。

系统分析结果除了上述指出的直接应用以外,还有同样或者也许更为重要的对于系统设计的应用。系统设计问题就是确定必需的系统特性,以便产生所要求的对某一指定输入的响应。系统设计常常借助于参数研究来完成,即对系统参数在相当大的范围内变动时各种情况来计算系统的性能。由这些分析结果可以作出判定,什么参数值能给出要求的性能。在特定的综合方法失效时,一般就可以使用这个方法。正是在这个设计领域内,系统工程师发现了某些他最有趣而又值得做的工作。为了获得成功,他必须富于创造性和智慧以及对于能为他所用的各种各样的方法具有渊博的知识。上述后一领域正是后面几章的主要内容。

### 参 考 文 献

下列书籍给出了系统工程的初步讨论并包含大量而有趣的例题:

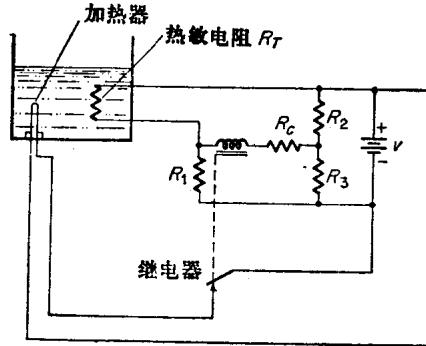
1. BEAKLEY, G. C., and H. W. LEACH, *Engineering*. New York: The Macmillan Company, 1968.
2. GIBSON, J. E., *Introduction to Engineering Design*. New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968.
3. WILSON, W. E., *Concepts of Engineering System Design*. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1968.

### 习 题

- 1-1 列举汽车点火系统中的主要部件,说明每个部件的输入和输出部分及其用途。
- 1-2 叙述图 1-1 中所有机械信号的性质和用途。每一种情况下所涉及的机械量是什么?
- 1-3 分析是系统设计中不可缺少的部分。作为设计中如何运用分析的例子,可以研究下述温度控制器这个实例。热敏电阻器浸在一个待加热到事先指定的温度的液体中,而且根据热敏电阻所测定的温度接入或切断加热元件以保持这个温度。一种完成这种任务的电路如图所示。图中电路实质上是一个惠斯登电桥,电桥的不

平衡电流流过继电器，此继电器是启动加热元件的。为了分析的目的，假设在  $300^\circ\text{K}$  时热敏电阻器的标称值是  $100\ \Omega$  而且有一个  $0.1\ \Omega/^\circ\text{K}$  的正温度系数。设  $R_1$  和  $R_3$  每一个都是  $100\ \Omega$ ，并设继电器线圈电阻是  $20\ \Omega$ 。继电器的释放电流是  $1\ \text{mA}$ ，而吸附电流可在  $1.2$  至  $2.0\ \text{mA}$  范围内调整。电源  $v$  可取为  $24\ \text{V}$ 。

a. 写出继电器线圈电流作为  $R_T$  和  $R_2$  函数的一般表示式。这代表了这个问题的初步分析。(提示：用节点分析。)



- b. 选择  $R_2$  的值，当温度达到  $350^\circ\text{K}$  时断开加热器。
- c. 当温度降到  $340^\circ\text{K}$  以下时，继电器必须调到多大数值的吸附电流才能使加热器接入？
- d. 若  $R_2$  是可调整的，画出  $R_2$  电阻值对加热器断开温度的曲线（坐标轴带刻度）。限定考虑的温度范围是  $300$  到  $400^\circ\text{K}$ 。
- e. 当温度置于 d 项的温度范围内，画出加热器“接入”和“断开”之间的温差曲线。
- f. 改变继电器线圈电阻，或改变电压  $v$ ，或把电阻  $R_T$ 、 $R_C$ 、 $R_1$ 、 $R_2$  和  $R_3$  减少到原值一半时，定性地解释对整个系统性能的影响是什么？

## 第二章 系统的描述

### 2-1 引言

本章介绍系统的数学模型的概念,指出系统模型的某些限制,并解释用来描述系统的术语。所考察的例子主要是电系统方面的,但是这些概念、术语和方法同样适用于其他类型的系统。

### 2-2 系统的描述

描述一个系统最广泛使用的方法是通过指定系统变量之间的关系来表示。这种描述可以采用图形、列表、微分方程、差分方程或者它们的不同组合。下列各章所研究的方法几乎都是当系统以常系数线性微分方程或常系数线性差分方程表示时,可以使用的各种解析方法。这样的描述包括了为数很大的一类系统,而且还常常可以在分析不属于此类的系统时用作近似表示。

系统工程师,事实上几乎所有工程师常常面临的一个重要问题是:指定系统的合适模型是什么?该模型能对系统提供多好的表达式?实际上这是一个在很多情况下很难回答的问题,它往往需要根据工程师的判断和经验来决定。这个问题在使用标准化部件时能够大大地简化,例如,在电路设计中就是这样。在这种情况下数学模型通常是由部件生产者通过模型参数的技术条件而提供的。

作为部件技术条件的例子,考虑一个电容器。最少的一种技术条件只给出电容量和容差,以及电容器可以安全工作的最高电压。这样一个部件由图 2-1 (a) 表示。在需要更准确地计算其特性时,或者当电容器用在较高的频率时,就需要使用更准确的模型,如图 2-1 (b) 所给出的那样。在这个模型里用与上述模型并联的一个电阻  $R_1$  来考虑漏电阻和介质损耗。如果电容器用在更高的频率时,引线电感和引线损耗的作用可能变得不可忽略,那么模型就应当改变以把这些影响考虑在内。考虑了与引线有关的电感和电阻的一种描述如图 2-1 (c) 所示,这里在前面的模型上加入了一个电感  $L$  和电阻  $R_2$ 。在其他的应用中可能需要使用更复杂的模型,假若电容或损

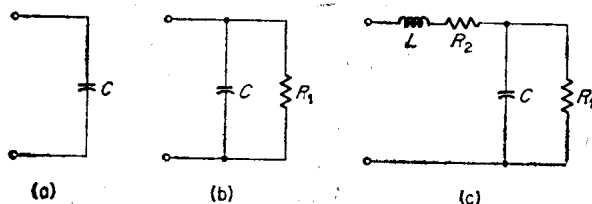


图 2-1 电容器的三种模型

耗随温度而变化或者在高频时由于辐射而产生的损耗需要考虑时就属于这种情况。

在每一种情况下一个部件或系统的数学模型都是一种逼近。可以是良好的逼近或差的逼近,在一个特定的系统中逼近的程度对分析的精确度和正确性有或大或小的影响,影响的大小取决

于部件与系统其他部分相互作用的方式。工程师必须决定需要的精确度，并且选择合适的数学模型满足这些要求。为此，工程师必须知道用一个特定的模型进行分析时其结果的可信程度，而且他还必须了解在试图获得更精确模型的过程中可能遇到的困难。

具体部件数学模型的改进是很困难的，但一般认为这是个很吸引人的工作。在很多情况下，求出部件的正确模型比对包含该部件的系统进行分析更为困难。模型制作者必须熟悉用于研究系统性能的各类解析方法，他才能成功地找出一个好的模型。所以下面不再考虑模型发展的研究。相反，最经常使用的模型的数学形式均已假定，而比较详细地研究系统分析方法。讨论中主要是以电系统为基础，其中使用了一般公认的部件模型。在特定的情况下如何精确选择最合适的模型将不予以考虑，尽管这是工程师的主要职责，也是工程分析和应用数学的基本区别之一。

### 练习 2-2.1

仿照图 2-1，画出电感的四个模型图。这四个模型分别适用于超低频，中频，高频和超高频。线圈的电阻和电容的影响在需要考虑时应该包括在内，为了简化，假设这是一个空芯电感。

## 2-3 数学模型的形式

数学模型的讨论从具有单一输入和单一输出的系统开始。然后把这种简单情况下使用的概念推广到具有多输入和多输出的更一般的系统，以及按离散的而不是连续的时间变量工作的系统。

一般来说，描述系统的方便办法是借助于框图，如图 2-2 所示。输入信号  $x(t)$  和输出信号  $y(t)$  用箭头表示，而系统本身用方框或盒子来表示。当有几个部件互连时，就有几个方框和若干根线连接各个方框。这样的框图如图 2-3 所示。各子系统或部件采用标有符号  $T_1$ 、 $T_2$  和  $T_3$  的

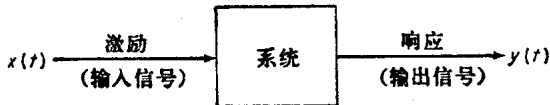


图 2-2 系统的框图

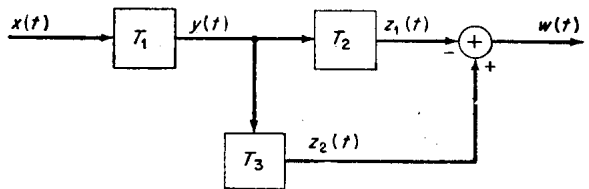


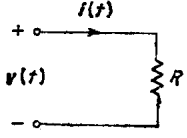
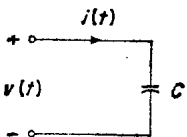
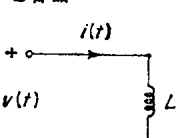
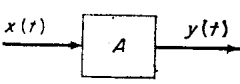
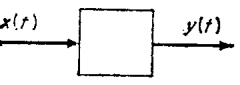
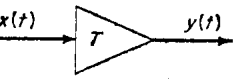
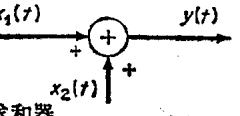
图 2-3 具有几个方框的系统

的各个方框来表示。把每一个方框看作是将其输入端的信号变换成输出端的信号常常是方便的。这在数学上可由运算符表示为

$$y(t) = T_1\{x(t)\}$$

类似的表示式也可对于  $z(t)$  和  $w(t)$  给出。运算  $T\{\cdot\}$  的性质取决于所包含的部件或子系统的特性，它可以是从一个函数到另一个函数的简单折算，也可以是复杂的非线性映射。通常，结果是一个方框的变换  $T\{\cdot\}$  与连接到其输入端和输出端的对象有关。在系统的数学模型中，负载的这种影响采取必须满足的联立方程式的形式。几个理想电部件的输入输出变换由表 2-1 给出。用表 2-1 给出的部件模型和基尔霍夫定律就可能写出描述网络或系统特性的方程组。作为一个

表 2-1 电部件的数学模型

部件	输入	输出与变换
 电阻器	$v(t)$  $i(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} v(t)$  $v(t) = R i(t)$
 电容器	$v(t)$  $i(t)$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$  $v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi$
 电感器	$v(t)$  $i(t)$	$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\xi) d\xi$  $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
 放大器	$x(t)$  $x(t)$	$y(t)$  $y(t) = A x(t)$
 积分器	$x(t)$  $x(t)$	$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\xi) d\xi$
 延时	$x(t)$  $x(t)$	$y(t) = x(t - T)$
 求和器	$x_1(t)$  $x_1(t), x_2(t)$	$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$

简单例子，研究图 2-4 所示的网络。输入信号来自一个理想电压源  $v_1(t)$ ，而输出信号是电容器  $C$  两端的电压  $v_3(t)$ 。这个网络有四个节点，若用  $v_1(t), v_2(t)$  和  $v_3(t)$  做变量，则根据一般节点分析得到的三个方程式就可完全描述这个网络的特性。由于假定  $v_1(t)$  已知(输入信号)，实际上只有两个未知数，而相应的两个方程是

$$\frac{1}{L} \int_{-\infty}^t [v_2(\xi) - v_1(\xi)] d\xi + \frac{1}{R_1} v_2(t) + \frac{1}{R_2} [v_2(t) - v_3(t)] = 0 \quad (2-1)$$

$$\frac{1}{R_2} [v_3(t) - v_2(t)] + C \frac{dv_3(t)}{dt} = 0 \quad (2-2)$$

从上述两个方程消去  $v_2(t)$ ，得出下列关于  $v_3(t)$  和  $v_1(t)$  的单一方程

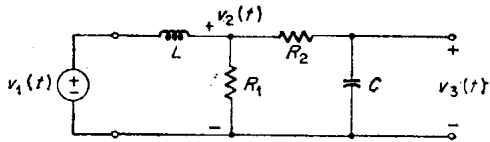


图 2-4 简单的电系统

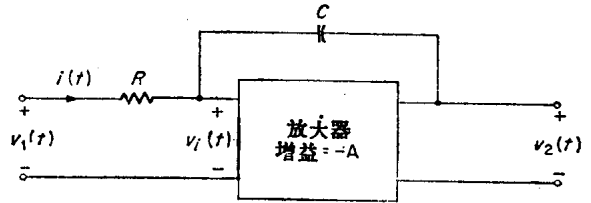


图 2-5 运算放大器用作一个积分器

$$\left(\frac{R_2 LC}{R_1} + LC\right) \frac{d^2 v_3}{dt^2} + \left(R_2 C + \frac{L}{R_1}\right) \frac{dv_3}{dt} + v_3 = v_1 \quad (2-3)$$

式中  $v_3$  代表  $v_3(t)$  而  $v_1$  代表  $v_1(t)$ 。方程式(2-3)代表图 2-4 系统的数学模型。

作为第二个例子,研究图 2-5 所示的系统,以这样方式连接的运算放大器其作用相当于一个积分器。假定放大器有无穷大的输入阻抗和零输出阻抗,而电压增益为  $-A$ 。从电路容易看到

$$v_1(t) = v_2(t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi + Ri(t)$$

$$v_i(t) = v_1(t) - Ri(t)$$

$$v_2(t) = -Av_i(t)$$

消去  $i(t)$  之后,就得到如下联系输入信号和输出的单一方程:

$$(A+1)RC \frac{dv_2}{dt} + v_2 = -Av_1 \quad (2-4)$$

这就是系统的数学模型。在极高增益  $A$  的情况下系统的工作才可看作为一个积分器,这时  $A/(A+1) \cong 1$  和  $A \gg 1$ 。在这些条件下(2-4)式可近似为

$$v_1 = -RC \frac{dv_2}{dt}$$

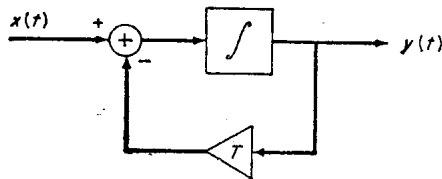
由此清楚地看出输出比例于输入的积分。

刚才考虑的两个数学模型是常系数常微分方程。这些系统特性的分析需要对所关心的系统参数范围以及可能遇到的不同输入信号求解数学模型的微分方程。以下各章的主要内容就是研究这个求解的各种方法。

#### 练习 2-3.1

列出联系如下系统输入  $x(t)$  与输出  $y(t)$  的微分方程式。

答案:  $dy(t)/dt + y(t-T) = x(t)$



## 2-4 系统的分类

在着手研究对应于系统数学模型的方程的解法之前,重要的是更确切地定义一些描述和指

定系统的术语。为此研究一种包括广阔范围系统的一般化数学模型是有益的。具有输入  $x(t)$  和输出  $y(t)$  的这样一个模型是

$$\begin{aligned} & a_n(t) \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1(t) \frac{dy}{dt} + a_0(t) y \\ & = b_m(t) \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1}(t) \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1(t) \frac{dx}{dt} + b_0(t) x \end{aligned} \quad (2-5)$$

这个方程适用于几乎所有的线性系统，虽然其证明超出了本书讨论的范围。它的适用性在任何具体的情况下都可以容易地证实。

对于(2-5)式给定的系统，除非响应的时间区间被指明，否则它的输入和输出之间的数学关系不是唯一的。例如，假定在某个时间  $t_0$  以前的所有时间系统输入  $x(t)$  是零，那么当  $t < t_0$  时有可能找到(2-5)的非零解。这样的解答不可能对应于物理系统的响应，因为物理系统在某个激励施加以前不可能提前使用它而在激励施加之前就开始响应。因此当(2-5)式用作任意物理系统的数学模型时，必须规定进一步的条件，即如对所有  $t < t_0$  有  $x(t) = 0$  时，系统对这个  $x(t)$  的响应也就变成对于  $t < t_0$  有  $y(t) = 0$ 。采用这个假定，数学模型通常变成唯一的，意即任何指定的输入信号产生对应的唯一的输出信号。

由(2-5)式所指定的数学模型是以单一的  $n$  阶微分方程的形式表示系统的特性。另一种表示同样信息的方法是采用一组一阶微分方程。这叫做系统方程的标准形式(normal form)。这种方法有简化符号的优点(因为可以用矩阵表示法以非常紧凑的形式表示整个方程组)，而且最容易推广到具有多输入和多输出系统。不过，在研究标准形式之前，先利用(2-5)式讨论用来描述系统的一些术语。

**系统的阶** 微分方程式(2-5)是  $n$  阶的，这是由于出现的响应导数的最高阶数为  $n$ 。与(2-5)式对应的系统叫做  $n$  阶系统。

**因果系统，非因果系统** (causal system, noncausal system) 因果(或者说物理或非预感) 系统是指这样一种系统，它的当前响应与未来的输入值无关。如前面指出的，这个条件已应用于系统方程。非因果系统是不采取该条件的系统。非因果系统在实际中并不存在，但它可以利用延时来逼近，而且它们常常出现在系统分析问题里。

**线性系统，非线性系统** 系统方程(2-5)式代表一个线性系统，因为所有激励和响应的导数都是一次的，并且也没有导数项的乘积。线性最重要的结论之一是叠加性适用于系统。事实上，叠加性可以作为线性的定义。具体地说，如果

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \text{对 } x_1(t) \text{ 的系统响应} \\ y_2(t) &= \text{对 } x_2(t) \text{ 的系统响应} \end{aligned}$$

又如果

$$ay_1(t) + by_2(t) = \text{对 } ax_1(t) + bx_2(t) \text{ 的系统响应}$$

对所有  $a, b, x_1(t)$  和  $x_2(t)$  都成立时，那么系统是线性的。假若上述关系不成立，则系统不是线性的。

在非线性系统的情况下，不可能列出一个有限阶的一般微分方程作为所有系统的数学模型，



因为非线性能以许多不同的方式出现,并且这些方式在数学上不能以同一形式描述。同样重要的是应该记住叠加性不能应用于非线性系统。

如果系统中没有任一个部件的特性作为外施激励大小的函数而随之改变,那么这样的系统通常就是线性系统。在电系统情况下,这意味着电阻、电感、电容的数值不随外施电压或者通过的电流改变而改变。其他的电元件例如放大器、马达或变换器同样不随电压或电流而改变它们的特性。然而,在所有的情况下,线性的概念只是近似的,因为假若对任何系统部件施加的激励足够大时,都会改变它的特性。因此,我们在说线性系统时,真正的含意是,施加正常的输入值时系统没有显著地改变,因此系统可认为是线性的,而且可以应用线性系统的分析方法。什么样的变化算显著的以及什么样的输入能产生这样显著的变化,这是一个工程判断问题。

有许多器件,例如整流器、结二极管、气体导电管和磁饱和器件,在正常的激励幅度范围,不能认为它们是线性的。通常,即使在系统中只包含一个这类器件,那么系统必须按非线性处理。

**固定系统, 时变系统** (fixed system, time-varying system) 因为系数  $a_i(t)$  和  $b_i(t)$  表示为时间函数,前面的方程式(2-5)的写法就代表一个时变系统。除了特殊情况以外由于具有变系数的微分方程式不能解,所以时变装置的分析是困难的<sup>①</sup>。目前讨论中最为关心的是用常系数微分方程表征的系统。这样一个系统就是大家所知道的固定、非时变或定常系统。定义固定系统的另一个方式可表述为:对任何  $x(t)$  和任何  $\tau$ ,如果激励  $x(t)$  导致响应  $y(t)$ ,那么激励  $x(t-\tau)$  就导致响应  $y(t-\tau)$ 。也就是说,系统响应的形式只取决于系统激励的形式,而不取决于激励施加的时间。

当系统的物理部件和连接它们的结构不随时间改变时,通常就会得到固定系统。不暴露在自然环境中的多数系统可以认为是固定系统,除非是那些系统被故意设计为时变的。系统中任何一个部件或部件连接的方式随时间而变时,那就是时变系统。在很多情况下,这种变化是环境条件的结果。例如,一个飞机的飞行控制系统在海平面处与它在海拔 40,000 英尺处相比其参数值将有很大的不同,这是由于空气密度的不同所致;另外中频无线电通信系统随着昼夜变化,这是电离层反射特性变化的结果。

当系统由于开关在可以忽略的时间内打开或闭合而改变时,会出现一种中间状况。严格地说,这样的系统是时变系统,但是在大多数情况下可把该系统认为是固定的并应用适当的电压源或电流源代替开关来进行系统分析。

**集总参数系统, 分布参数系统** 方程式(2-5)是用一个常微分方程表示一个集总参数系统。这个条件的含意是系统的物理尺寸用不着去关心,因为激励瞬间便可通过系统传播过去。如果系统的最大物理尺寸与所考虑的有影响的最高频率的波长相比是很短小的,上述假定通常是成立的。分布参数系统用一个偏微分方程来表示,而且它的尺寸一般与所关心的最短波长相比不是很短小的。传输线、波导、天线和微波管是分布参数电系统的典型例子。

在很大而复杂的系统中,两种属性可以同时存在。这是确实的,例如电力系统、电话系统和

<sup>①</sup> 也就是说求出封闭形式的解析解通常是不可能的,对于特定输入的计算机解几乎总是可以得到的。