

21世纪高等学校土木建筑类
创新型应用人才培养规划教材

工程力学

(第二版)

陈云信 编著



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

第1章 绪 论

工程力学是一门基础课程,研究自然界普遍存在的机械运动的规律,是自然科学的重要组成部分。工程力学又是许多应用科学的基础,广泛应用于建筑交通、工业设计、航空航天、能源工程、机械工程、材料科学、环境工程、生物医学等领域。

1.1 工程力学在实际工程中的应用

1.1.1 工程力学与建筑交通

从遥远的古石器时代到如今日益发达的社会,力学总是和人类的发展与进步息息相关。人类在远古时代就开始制造各种器物,如弓箭、房屋、舟楫以及乐器等,这些都是简单的结构。随着社会的进步,人们对于结构设计的规律以及结构的强度和刚度逐渐有了认识,并且积累了经验,这表现在古代建筑的辉煌成就中,如古埃及的金字塔,中国的万里长城、赵州桥、北京故宫,等等。建筑工程根据功能需求,选定所需材料,明确计算荷载,确定结构特点。所谓结构,是指采用一定的建筑材料,按照一定的力学原理和力学规律而构成的建筑物骨架。一幢建筑物,首先要确定的是骨架,使其满足功能、建筑经济与建筑艺术的要求,而建筑物骨架的核心问题是力学计算。任何建筑物处于自然空间之中,故结构要考虑自然“力场”的作用,还要考虑人为的“力场”作用。这些力是地心引力、风力、地震力、雪压力、各种车辆作用力,等等。工程力学合理地分析整体结构、局部构件的受力性能,研究整体结构与局部构件受力关系以及传力路线。工程力学为整体结构造型、局部构件截面形状提供了科学的依据。工程力学为合理选择建筑材料,充分发挥材料特性提供了科学依据,如砖、石耐压,悬索只能承拉,而钢筋混凝土利用了钢筋承拉、混凝土承压的特性。工程力学为建筑施工过程中机械强度的计算和合理操作提供了依据。工程力学也为建筑经济效益作出贡献。

图 1-1 是一个单层工业厂房承重骨架的示意图,单层工业厂房由屋面板、屋架、吊车梁、柱子及基础等构件组成,每一个构件都起承受和传递荷载的作用。如屋面板承受着屋面上的荷载并通过屋架将荷载传递给柱子,吊车荷载通过吊车梁将荷载传递给柱子,柱子将其受到的各种荷载传递给基础,最后将荷载传递给地基。

屋面板、屋架、吊车梁、柱子怎样合理搭配材料,使得结构既经济又满足使用要求?——需要掌握结构的力学性质;根据什么选择材料?选择多大的材料?——需要掌握材料的力学性质。组成结构的基本构件满足要求时,由构件组成的结构是否也满足要求?——需要进行力学分析。

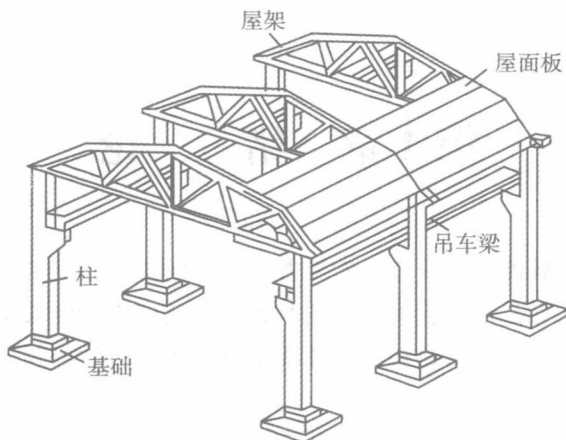


图 1-1

如图 1-2 所示的悬索桥，其主要承重结构为悬索，以拉力为主，通常使用抗拉能力强的材料。建筑物材料的选取应得当，这对建筑物质量和性能将产生本质的影响。不同的材料有着不同的强度、刚度、稳定性及疲劳破损等，在实际工程应用中要通过各种计算软件及实验进行模拟，使材料在实际环境中安全正常的工作。一些大型桥梁建筑中使用的钢结构梁和拉杆等，在长期的负载作用下如何保持结构的受力均衡和稳定，在建造过程中的步骤和难点都应该预计到，如钢筋混凝土的选择，斜拉杆的分布及个数的多少，这些都对实际工程的施工和寿命具有影响。所以在实际工程建造前必须有着严密的计算分析与可能出现情况的充分准备及解决方案。这些与工程力学是分不开的。



图 1-2

工厂车间里，起吊重量只有 5t 的吊车，如图 1-3(a) 所示，通过改进装置，结果就吊起了 10t 的重物，如图 1-3(b) 所示，这是因为采取了提高吊车梁弯曲强度的措施。

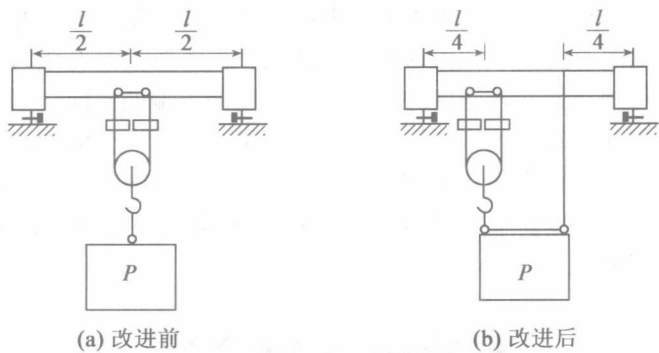


图 1-3

1912 年 4 月 14 日晚，从英国的南安普敦首航美国纽约的“泰坦尼克”号撞上了一座巨大的冰山而沉入海底，除了船速太快以外，这艘船的铆钉质量太差可能是导致这场海难的主要原因。据相关考查资料，当时冰山不是直接撞在“泰坦尼克”号上的，而是冰山的尖端与船壳钢板相擦，钢板受到强大的剪切与挤压应力。在船壳受到冰山挤压时，壳体钢板间的铆钉承受了极大的剪切应力。这样，即使船体钢板质量再好，但铆钉材料不能抗高剪切应力，也会造成同样的断裂结果。调查发现，船上铆钉的材料力学性能试验数据是在室温下做的，而这些铆钉由于内在质量的原因，在零度以下的破坏应力要远低于室温下的破坏应力。因此，铆钉承受的高剪切应力造成船体裂缝，且长达 6 个船舱，而按设计，如果海水仅进入 4 个船舱，船是不会沉没的，但在 6 个船舱都进满水后，船体的头尾失去了平衡，头重尾轻，船体尾部翘起引起船从中部弯曲断裂，最后沉入大西洋底，如图 1-4 所示。

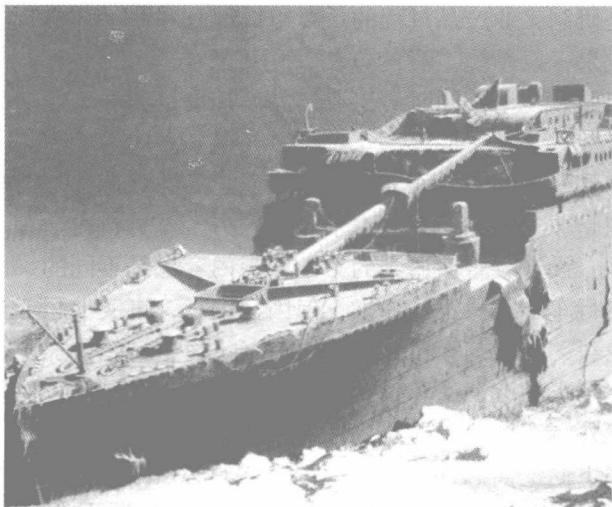


图 1-4

如图 1-5 所示，平面弯曲带式输送机是根据力学平衡原理而设计的新型、高效煤矿运

输设备。平面弯曲带式输送机是一种由若干曲线段和直线段组成,既能改变运行方向,又可实现长距离输送的胶带机。带式输送机在弯曲段,由于胶带具有张力,因此弯曲段外侧部分受力较大,使得输送带在转弯处外侧始终有向内侧跑偏的倾向。因此为使胶带机在转弯处正常运行,必须使托辊对胶带的横向推力与胶带张力所产生的向心力相平衡。

另外,输送带在带式输送机中既是承载构件又是牵引构件,输送带不仅要有承载能力,还要有足够的抗拉强度。输送带由带芯(骨架)和覆盖层组成,其中覆盖层又分为上覆盖胶,边条胶,下覆盖胶。

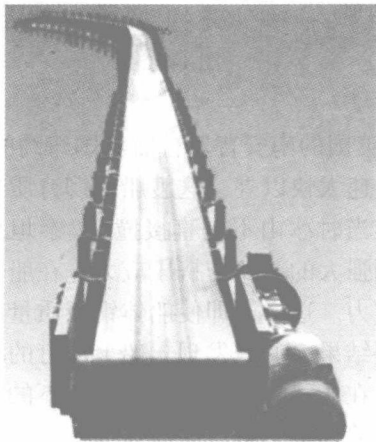


图 1-5

1.1.2 工程力学与工业设计

工业产品设计是研制工业产品过程的重要组成部分和第一环节。工业产品设计综合利用现代科学技术的成果,以系统工程的方法,用工程语言(图纸和技术文件)的形式指导工业产品的制造、实验和使用。同时,工业产品设计也是研究工业产品设计理论、方法和设计过程的一门综合性技术学科。

根据上述工业产品设计的定义可知,许多工业产品的设计都与力学相关。这项工作中可能用到的力学知识是非常多的,如静力学、结构力学、材料力学等。对于设计不同的产品或产品的不同部件,设计者将会遇到的力学知识内容也是不同的。

自行车辐条:自行车辐条虽不是绳索,但因其细长,事实上只能受拉、不能受压。自行车辐条内端通过轮毂、轴承与车轴连接,外端通过钢圈(轮圈)与车胎连接。车架上所承受的垂直荷载传递到车轴上,使车轴有向下(变形或位移)的倾向。但车胎与地面接触,除了适量的弹性变形外,车胎不可能陷入地面中去。如果不考虑钢圈的变形,也不考虑辐条的预紧,车轴要向下而地面和钢圈又不能再向下的必然结果是:在整圈辐条中,只有上半圈的辐条在承受拉力,而且离垂直位置越近的(也就是越上面的)辐条承受的拉力越大;下半圈的辐条全部处于松弛状态。

工作座椅:19世纪中期以前,西方银行和邮局白领职员一直是站着工作的,后来雇主认为他们坐着工作可能效率更高,从此开始坐下上班。那么,座椅应当多高?座面和靠背

应当设计成什么形状？座椅应当倾斜多大角度？表面应当采用什么材料？这些问题并不是由艺术设计决定的，而是由人体椎间盘所受压力而决定的。纳何森发现，椎间盘受到的压力大约等于椎间盘所承受人体重量垂直分量的 1.5 倍。如果以垂直站立时，椎间盘的压力为 100%，那么平躺时椎间盘受力为 24%，躯干笔直坐时椎间盘受力为 140%，向前倾斜弯腰坐时椎间盘受力为 190%，换言之，坐姿式下椎间盘受力比站立时受力大。当靠背倾斜 120° 、座面倾斜 14° 时，椎间盘和肌肉活动处在最有利条件，座椅舒服可以提高工作效率 24%。

根据这一研究结果，在座椅设计中既要求满足各种坐姿，又要减少脊柱承担的体重。上体重量大约是人体重量的一半，双臂和双肩占人体重量的 15%。座椅靠背和扶手可以帮助减轻椎间盘负担。相关研究表明，扶手可以减轻 25%~40% 的腰部受力。当靠背倾斜 20° 时，座椅靠背可以承受 47% 的人体上半身重量。美国伊姆斯 (Charles Eames) 设计的著名软垫座椅如图 1-6 所示。



图 1-6

关于工程力学与产品的形态美有如下两方面：

- (1) 均衡与稳定是造型美的形式法则之一，均衡与稳定均来自于力学中的概念。
- (2) 形态的视觉心理感受与强度、刚度的合理性具有深刻的潜在联系。

因为均衡与稳定的造型法则来源于人们对事物安稳、可靠的心理要求，是由物体在重力作用下的平衡状态直接得来的。因为在力学上合理的物体视觉上也使人顺眼和舒服。如图 1-7(a) 的受力比图 1-7(b) 合理，在视觉上图 1-7(a) 也令人舒服。

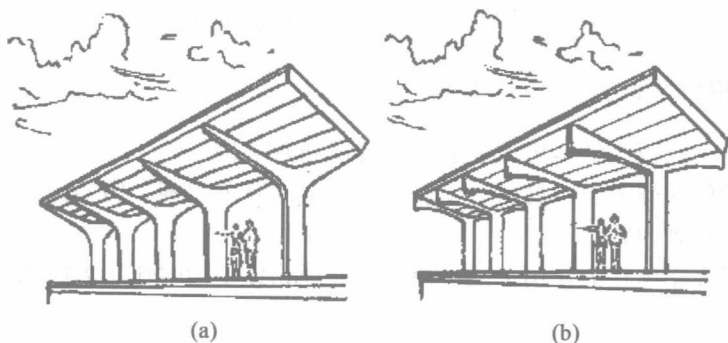


图 1-7

人们在生产和生活的实践中,可以发现许许多多力学与美学结合的巧妙奇迹!即使在遥远的古代,人类也知道和需要美,以举世闻名的河北省赵县的赵州桥为例。该桥为李春创于隋大业初年,是一座空腹式的圆弧形面拱桥,净跨 37.02m,宽 9m,拱高 7.23m。赵州桥的设计构思和艺术造型可以说是达到了力学与美学角度的和谐统一。在力学的自然现象以及人类行为的力学效应中,有一种自然美,这类自然美,可以常见于例如地应力的分布,土坡的圆弧滑动,以及表示裂隙光体渗透性的渗透椭圆等自然界力学现象中。

蓝天中的飞机,碧水中的海船,绿地上的汽车,那赏心悦目的流线外形由于阻力的减小,极大地提高了飞机、海船、汽车的运行速度。力学与美学形成了一个和谐的统一体。达·芬奇认为 0.618 黄金分割是美的原则,比例 1 : 1.618 是形式美的基本规律,人类正是利用了这个规律创造了美的奇迹,驰名世界的埃及胡夫金字塔其高度与宽度之比为 1 : 1.6; 风姿妩媚的爱神“维纳斯”和刚毅健美的太阳神“阿波罗”塑像,下肢与其身高之比例接近于 1 : 1.6。在力学中已经证明,从圆木中切取矩形截面梁,从强度上考虑,最优的宽高比则为 1 : $\sqrt{2}$ 。而从梁的刚度出发,最优的宽高比为 1 : $\sqrt{3}$ 。我国宋朝李诫在《营造法式》一书中,巧妙地规定矩形截面的宽高比为 1 : 1.5,李诫既考虑了梁的强度,也考虑了梁的刚度, $\sqrt{2} < 1.5 < \sqrt{3}$,更重要的是,他认为这更接近于黄金分割点。

1.2 工程力学的研究内容

1.2.1 实际工程中的力学问题

在工农业生产、建筑、交通运输、航空航天、化工等工程中,广泛地运用各种机械设备和工程结构,它们都是由若干个基本的零部件按照一定的规律组成的,这些零部件称为构件。当机械工作时,组成机械的各构件都会受到来自外部和内部的力的作用。这些力在工程中称为载荷。

在载荷的作用下,构件可能处于平衡状态或运动状态,同时构件也发生变形,这些变形可能是伸长或缩短,可能是弯曲,甚至是断裂等。由于构件的尺寸、材料等不同,构件的承载能力也不同。例如,起重机的横梁,若载荷过大,则横梁会断裂,起重机无法工作;机床的主轴若变形过大,将造成齿轮之间不能正常啮合,从而影响工件的加工精度,所有这些问题都是构件的承载能力问题。此外,在机械工程中也需要分析物体的运动状态,分析力与运动状态改变的关系。本书将为分析和解决这些问题提供必要知识和方法。

1.2.2 工程力学的主要内容和任务

工程力学是一门研究物体机械运动一般规律和有关构件的强度、刚度、稳定性理论的科学,工程力学包括静力学、材料力学、结构力学的有关内容,内容极其广泛,本书所述的是工程力学的基础内容。

静力学:研究物体在力作用下的平衡规律。即物体平衡时作用力应满足的条件、物体的受力分析方法。

材料力学:研究构件在外力作用下的受力、变形和破坏规律,解决构件的强度、刚度和稳定性问题,为机械零部件确定合理的材料、截面形状和尺寸,为达到既安全又经济的

目的提供理论基础。结构力学是主要研究工程结构受力和传力规律, 以及如何进行结构优化的学科。

工程力学的研究对象及模型, 实际问题中构件的形状多种多样, 任何物体在外力的作用下都要发生形变, 根据问题的不同角度, 将实际问题简化为不同的模型, 当研究物体整体的运动, 物体的大小和形状不影响所研究的问题时, 可以将其视为质点。如地球绕太阳的公转运动; 当研究物体平衡问题时, 可以将其视为刚体, 如起重机横梁的平衡问题; 当研究物体受力作用产生变形效果时, 物体就不能视为刚体, 这时应将其视为变形固体, 如起重机横梁的变形问题。质点、刚体、变形固体是理想化模型, 相关概念将会在后续章节中介绍。

1.3 工程力学的研究方法

工程力学和其他任何学科一样, 就其研究方法而言, 都不可能离开人们认识过程的客观规律。工程力学的研究方法是: 从实践出发或通过实验观察, 经过抽象、综合、归纳, 建立公理、提出基本假设, 运用数学推理得到定理和结论, 然后再通过实践来验证理论的正确性, 再回到实践中指导实践。

(1) 观察和实验是理论发展的基础。

(2) 在观察和实验的基础上, 用抽象的方法建立力学模型; 如图 1-8(a) 所示为发动机原理图, 如图 1-8(b) 所示为建立的力学模型。

(3) 在建立力学模型的基础上, 根据公理、定律和基本假设, 借助数学工具, 通过演绎、推理的方法, 考虑到问题的具体条件, 得到各种形式的具有物理意义和实用价值的定理和结论。

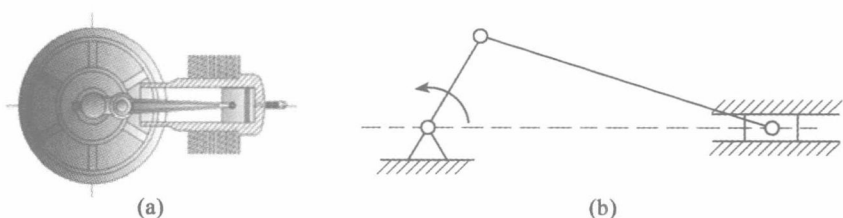


图 1-8

1.4 有限元软件 ANSYS 在工程力学中的应用

ANSYS 软件是美国 ANSYS 公司研制的大型通用有限元分析 (FEA) 软件, 是世界范围内增长最快的计算机辅助工程 (CAE) 软件, 能与多数计算机辅助设计 (computer aided design, CAD) 软件接口, 实现数据的共享和交换, 如 Creo, NASTRAN, Alogor, I-DEAS, AutoCAD 等。ANSYS 是融结构、流体、电场、磁场、声场分析于一体的大型通用有限元分析软件。在核工业、铁道、石油化工、航空航天、机械制造、能源、汽车交通、国防军

工、电子、土木工程、造船、生物医学、轻工、地矿、水利、日用家电等领域有着广泛的应用。ANSYS 功能强大,操作简单方便,现在已成为国际最流行的有限元分析软件。

ANSYS 软件主要包括三个部分:前处理模块、分析计算模块和后处理模块。

前处理模块提供了一个强大的实体建模及网格划分工具,用户可以方便地构造有限元模型;分析计算模块包括结构分析(可进行线性分析、非线性分析和高度非线性分析)、流体动力学分析、电磁场分析、声场分析、压电分析以及多物理场的耦合分析,可模拟多种物理介质的相互作用,具有灵敏度分析及优化分析能力。

后处理模块可将计算结果以彩色等值线显示、梯度显示、矢量显示、粒子流迹显示、立体切片显示、透明及半透明显示(可看到结构内部)等图形方式显示出来,也可将计算结果以图表、曲线形式显示或输出。

通过采用 ANSYS 的数值仿真技术与工程力学紧密结合,利用 ANSYS 软件可对工程力学例题进行模拟分析,模拟显示构件轴向拉压变形、剪切变形、扭转变形、弯曲变形、应力状态、组合变形、压杆稳定等相关内容;充分利用 ANSYS 的强大功能和形象的图形显示特点,使抽象枯燥的内容变得生动、形象、直观;使学生能更加形象化地理解力学知识,加深学生对力学知识的理解,并培养学生的空间想象力、形象思维能力和计算机应用能力。

思考题与习题 1

1. 试举例说明工程力学在实际工程中的应用。
2. 谈谈日常生活中的力学问题。
3. 阐述工程力学的研究方法。

第2章 静力学基础

静力学是研究物体受力及平衡的一般规律的科学。静力学理论是从生产实践中总结出来的, 是人们对工程结构构件进行受力和计算的基础, 在实际工程技术中有着广泛的应用。静力学主要研究以下三个问题:

- (1) 物体的受力分析;
- (2) 力系的等效替换与简化;
- (3) 力系的平衡条件及其应用。

本章介绍刚体与力的概念以及静力学公理, 并阐述实际工程中常见的约束和约束力的分析。最后介绍物体的受力分析及受力图, 物体的受力分析是解决力学问题的重要环节。

2.1 静力学基本概念

2.1.1 力与力系的概念

力是物体之间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化或使物体的形状发生改变, 前者称为力的外效应或运动效应, 后者称为力的内效应或变形效应。在静力学中只研究力的外效应。相关实践表明, 力对物体的作用效果取决于力的三个要素: (1) 力的大小; (2) 力的方向; (3) 力的作用点。因此力是矢量, 且为定位矢量, 如图 2-1 所示, 用有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示一个力矢量, 其中线段的长度表示力的大小, 线段的方位和指向代表力的方向, 线段的起点 (或终点) 表示力的作用点, 线段所在的直线称为力的作用线。

在静力学中, 用 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量, 用 F 表示力的大小。

在国际单位制中, 力的单位是牛顿 (N) 或千牛 (kN)。

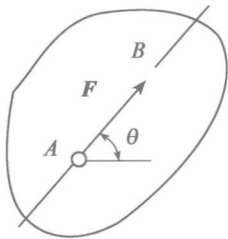


图 2-1

平衡是指物体在力系作用下相对于惯性参考系处于静止或作匀速直线运动的状态。

力系是指作用在物体上的一群力。若对于同一物体,有两组不同力系对该物体的作用效果完全相同,则这两组力系称为等效力系。一个力系用其等效力系来代替,称为力系的等效替换。用一个最简单的力系等效替换一个复杂力系,称为力系的简化。若某力系与一个力等效,则这个力称为该力系的合力,而该力系的各力称为这个力的分力。

2.1.2 刚体的概念

刚体是指受力作用后不变形的物体,是静力学中对一些工程构件进行抽象化后的理想的力学模型。在实际工程中,如钢、铸铁、混凝土、木材、陶瓷等常用的构件材料均有足够的抵抗变形的能力,这些材料所制成的构件在受力后产生的变形是极其微小的。构件的这些微小变形对研究物体的平衡问题来说可以忽略不计。如汽车发动机中的齿轮轴轴承,在其运转过程中齿轮轴的微小弯曲对两端轴承受力的影响极小。在研究齿轮轴的受力时忽略轴的变形因素,使问题得以简化,从而将齿轮轴视为不变形的“刚体”。相关实践证明,在静力学中把所研究的物体抽象为刚体,可以使实际工程问题大大简化,而且计算结果也足够精确。应注意,能否将物体抽象为刚体应视解决问题的性质而定,即刚体的应用是有范围和条件的,在静力学范围内,物体可以视为刚体。

2.2 静力学公理

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结,又经过实践反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。静力学公理概括了力的基本性质,是建立静力学理论的基础。

公理 2.1(力的平行四边形规则) 作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定,如图 2-2(a)所示。或者说,合力矢等于这两个力矢的几何和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (2-1)$$

应用上述公理求两汇交力合力的大小和方向(即合力矢)时,可以由任一点 O 起,另作一力三角形,如图 2-2(b)、(c)所示。力三角形的两个边分别为力矢 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$,第三边 $\mathbf{F}_R$,即代表合力矢,而合力的作用点仍在汇交点 A 。

公理 2.1 表明了最简单力系的简化规律,公理 2.1 是复杂力系简化的基础。

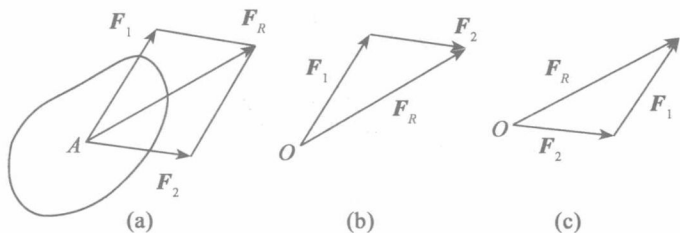


图 2-2

公理 2.2(二力平衡条件) 作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的充要条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一直线上,如图 2-3 所示。这两个力的关系可以用矢量式表示 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 。

公理 2.2 揭示了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。

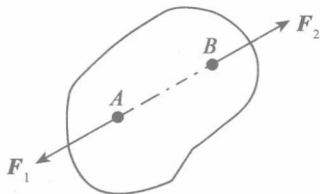


图 2-3

只受到两个力作用平衡的构件称为二力构件或二力杆,根据二力平衡条件,二力杆两端所受两个力大小相等、方向相反,作用线为沿两个力的作用点的连线。如图 2-4 所示。

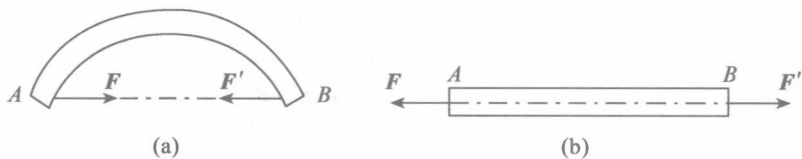


图 2-4

公理 2.3(加减平衡力系原理) 在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,不改变原力系对刚体的作用。亦即,如果两个力系只相差一个平衡力系或几个平衡力系,则这两个力系对刚体的作用是相同的,因此可以等效替换。

公理 2.3 是研究力系等效变换与简化的重要依据。根据上述公理 2.3 可以导出下列推论:

推论 2.1(力的可传性) 作用于刚体上某点的力,可以沿着这个力的作用线滑移到刚体内任意一点,且不改变该力对刚体的作用效果。

证明: 设在刚体上点 A 作用有力 $\mathbf{F}$, 如图 2-5(a) 所示。根据加减平衡力系公理,在该力的作用线上的任意一点 B 加上平衡力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$, 且使 $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}$, 如图 2-5(b) 所示,由于 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}_1$ 组成平衡力,可以去除,故只剩下力 $\mathbf{F}_2$, 如图 2-5(c) 所示,即将原来的力 $\mathbf{F}$ 沿其作用线移到了点 B。

由此可见,对刚体而言,力的作用点不是决定力的作用效应的要素,力的作用点已为作用线所代替。因此作用于刚体上的力的三要素是力的大小,方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿着其作用线滑移,这种矢量称为滑移矢量。

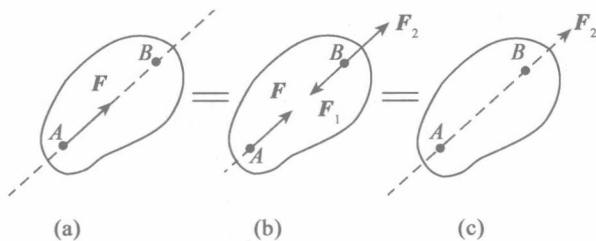


图 2-5

推论 2.2 (三力平衡汇交定理) 若刚体受三个力作用而平衡, 且其中两个力的作用线相交于一点, 则这三个力必共面且汇交于同一点。

证明: 刚体受三力 F_1 、 F_2 、 F_3 作用而平衡, 如图 2-6 所示。根据力的可传性, 将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O , 并合成为力 F_{12} , 则力 F_3 应与力 F_{12} 平衡。根据二力平衡条件, 力 F_3 与力 F_{12} 必等值、反向、共线, 所以力 F_3 必通过 O 点, 且与力 F_1 、 F_2 共面, 推论得证。

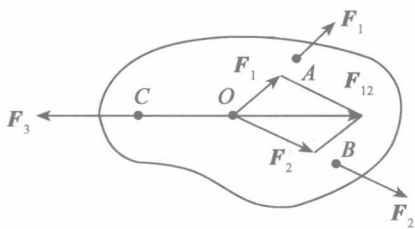


图 2-6

公理 2.4 (作用力与反作用力定律) 作用力与反作用力总是同时存在, 两力的大小相等、方向相反, 且沿着同一直线, 分别作用在两个相互作用的物体上。若用 F 表示作用力, F' 表示反作用力, 则 $F = -F'$ 。

公理 2.4 概括了物体之间相互作用的关系, 表明作用力与反作用力总是成对出现的。由于作用力与反作用力分别作用在两个物体上, 因此, 不能视为平衡力系; 公理 2.4 是单个物体平衡问题过渡到几个物体组成的系统的平衡问题的桥梁。

2.3 约束与约束力

物体按照运动所受限制条件的不同可以分为两类: 自由体与非自由体。自由体是指物体在空间内可以有任意方向的位移, 即运动不受任何限制。如空中飞行的炮弹、飞机、人造卫星等。非自由体是指在某些方向的位移受到一定限制而不能随意运动的物体, 如在轴承内转动的转轴、汽缸中运动的活塞等。

约束是指用以限制物体某一方向运动的装置。实际工程中的机器或结构, 总是由许多零部件组成的。这些零部件按照一定的形式相互连接, 它们之间的运动必然互相限制。从

工程结构中取出任一个物体作为研究对象, 这个物体将是一个运动受到限制或约束的物体, 称为非自由体或被约束体。例如, 汽车发动机中由轴承支承的曲轴、发动机缸套中的活塞等, 其运动均受到相应的限制, 都属于非自由体。实际工程中的绝大多数构件为非自由体。约束是针对非自由体而言的。实际工程中约束的形式多种多样, 可能是地面、基础、轨道, 也可能是一些其他物体, 如螺栓、轴承、绳索等。

既然约束阻碍着物体的位移, 即约束能够起到改变物体运动状态的作用, 所以约束对物体的作用实际上就是力, 这种力称为约束力。因此, 约束力的方向必与该约束所能够阻碍的位移方向相反。应用这个准则, 可以确定约束力的方向或作用线的位置。至于约束力的大小则是未知的。在静力学问题中, 约束力和物体受到的其他已知力(称主动力)组成平衡力系, 因此可以用平衡条件求出未知的约束力。

现将常见的约束类型及其约束力分述如下:

2.3.1 具有光滑接触表面的约束

物体受到光滑平面或曲面的约束称为光滑面约束。这类约束不能限制物体沿约束表面切线位移, 只能限制物体沿接触表面法线并指向约束的位移。因此约束力作用在接触点, 方向沿接触表面的公法线, 并指向被约束物体, 如图 2-7、图 2-8 所示。

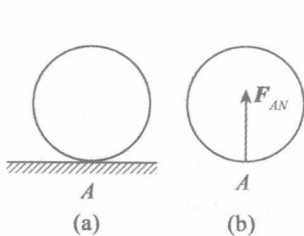


图 2-7

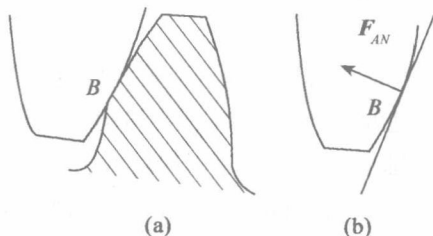


图 2-8

下面讨论几种情况:

- (1) 物体的尖端与光滑面接触: 约束力沿约束表面的法线方向, 如图 2-9(a) 所示。
- (2) 物体的光滑表面与尖端约束接触: 约束力沿物体表面的法线方向, 如图 2-9(b) 所示。
- (3) 物体的尖端与约束的尖槽接触: 约束力的方向不定, 用两个垂直分量表示, 如图 2-9(c) 所示。

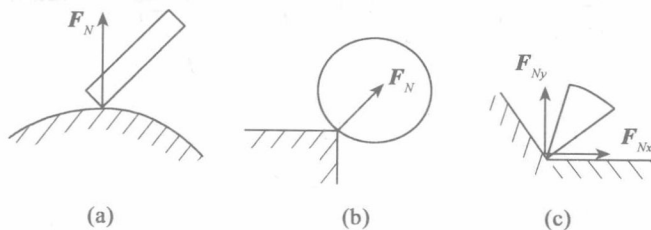


图 2-9

2.3.2 柔索约束

由绳索、链条、皮带等所构成的约束统称为柔索约束, 这种约束的特点是柔软易变形, 柔索约束给物体的约束力只能是拉力。因此, 柔索对物体的约束力作用在接触点, 方向沿柔索且背离物体。如图 2-10 所示。

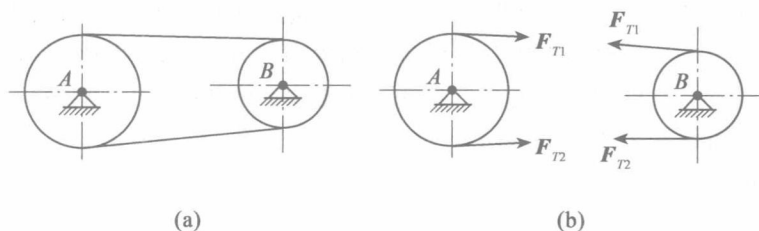


图 2-10

2.3.3 光滑铰链约束

光滑铰链约束包括向心轴承、圆柱形铰链和固定铰链支座等。

1. 向心轴承(径向轴承)

如图 2-11(a)所示为轴承装置, 可以绘制成如图 2-11(c)所示的简图。轴可以在孔内任意转动, 也可以沿孔的中心线移动; 但是, 轴承阻碍着轴沿径向向外的位移。忽略摩擦, 当轴和轴承在某点 A 光滑接触时, 轴承对轴的约束力 F_A 作用在接触点 A, 且沿公法线指向轴心, 如图 2-11(b)所示。随着轴所受的主动力不同, 轴和孔的接触点的位置也随之不同。所以, 当主动力尚未确定时, 约束力的方向预先不能确定。然而, 无论约束力朝向何方, 约束力的作用线必垂直于轴线并通过轴心。这样一个方向不能预先确定的约束力, 通常可以用通过轴心的两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来表示, 如图 2-11(b)或(c)所示, 力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 的指向暂时可以任意假定。

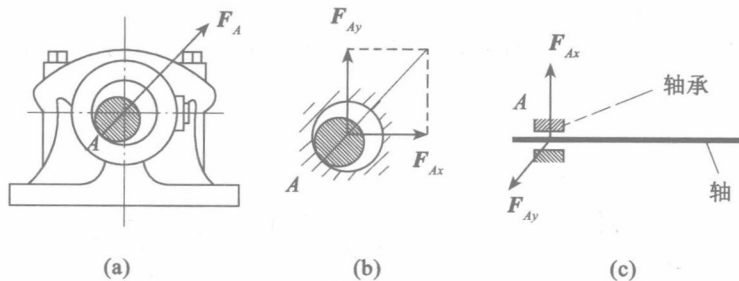


图 2-11

2. 圆柱铰链

如图 2-12(a)、(b) 所示, 在两个构件 A、B 上分别有直径相同的圆孔, 再将一直径略小于孔径的圆柱体销钉 C 插入该两构件的圆孔中, 将两构件连接在一起, 这种连接称为铰链连接, 两个构件受到的约束称为光滑圆柱铰链约束。受这种约束的物体, 只能绕销钉的中心轴线转动, 而不能相对销钉沿任意径向方向运动。这种约束实质上是两个光滑圆柱面的接触(见图 2-12(c)), 其约束力作用线必然通过销钉中心并垂直圆孔在 D 点的切线, 约束力的指向和大小与作用在物体上的其他力有关, 所以光滑圆柱铰链的约束力的大小和方向都是未知的, 通常用大小未知的两个垂直分力表示, 如图 2-12(d) 所示。光滑圆柱铰链的简图如图 2-12(e) 所示。

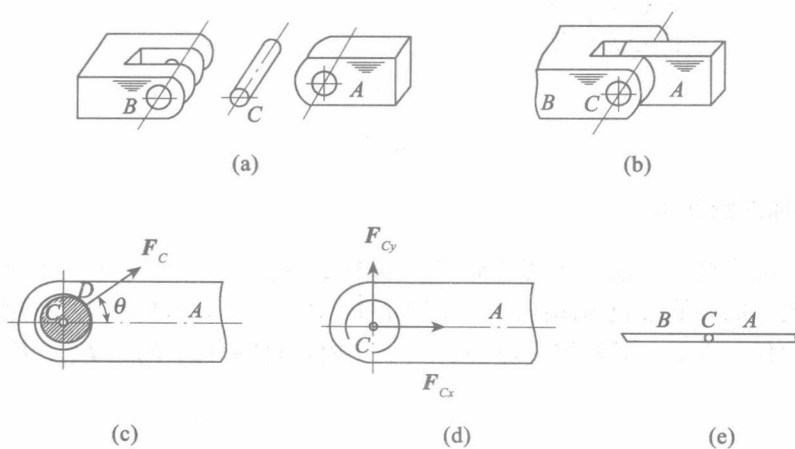


图 2-12

3. 固定铰链支座

固定铰链支座可以认为是光滑圆柱铰链约束的演变形式, 两个构件中有一个固定在地面或机架上, 其结构简图如图 2-13(b) 所示。这种约束的约束力的作用线也不能预先确定, 可以用大小未知的两个垂直分力表示, 如图 2-13(c) 所示。

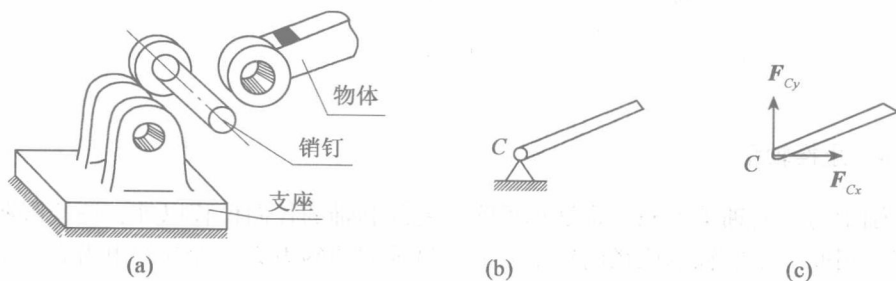


图 2-13

2.3.4 滚动支座

在桥梁、屋架等工程结构中经常采用滚动支座约束,如图 2-14(a)所示为桥梁采用的滚动铰支座,这种支座可以沿固定面滚动,常用于支承较长的梁,滚动铰支座允许梁的支承端沿支承面移动。因此这种约束的特点与光滑接触面约束相同,约束力垂直于支承面指向被约束物体,如图 2-14(c)所示。

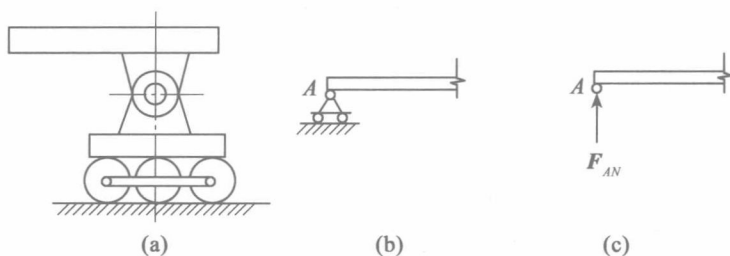


图 2-14

2.3.5 球形铰支座

物体的一端为球体,能在球壳中转动,如图 2-15(a)所示,这种约束称为球形铰支座,简称球铰。球铰能限制物体任何径向方向的位移,所以球铰的约束力的作用线通过球心并可能指向任一方向,通常用过球心的三个互相垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 表示,如图 2-15(c)所示。

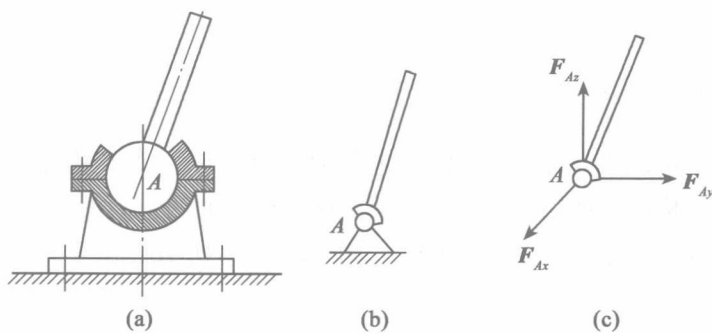


图 2-15

2.3.6 止推轴承

止推轴承与径向轴承不同,止推轴承除了能限制轴的径向位移以外,还能限制轴沿轴向的位移。因此,止推轴承比径向轴承多一个沿轴向的约束力,即其约束力有三个正交分量 F_{Ax} 、 F_{Ay} 、 F_{Az} 。止推轴承的简图及其约束力如图 2-16 所示。

以上只介绍了几种简单约束,在实际工程中,约束的类型远不止这些,有的约束比较复杂,分析时需要加以简化或抽象化,在以后的章节中,我们将再作进一步介绍。