

高等学校电子信息类教材

网络、信号与系统

● 张永瑞 杨林耀 刘振起 编著

1.1

西安电子科技大学出版社

<http://www.xduph.com>

62

TN711:1
Z36

高等学校电子信息类教材

网络、信号与系统

张永瑞 杨林耀 刘振起 编著

西安电子科技大学出版社

2001

(陕)新登字 010 号

内 容 简 介

本书内容包括线性网络、信号与系统分析两大部分,由双口网络、网络的频率特性(含串、并联谐振电路)、连续系统的时域分析、实频域分析、复频域分析、离散信号和系统分析等六章内容组成。

本书可作为通信工程、应用电子技术、电子工程、检测与仪器、计算机应用等专业的全日制、夜大、函大、自考的本科生教材,也可作为电子机械、应用物理等少学时专业的本科生教材;对一般电子类工程技术人员也有重要参考价值。

高等学校电子信息类教材

网络、信号与系统

张永瑞 杨林耀 刘振起 编著

责任编辑 夏大平

西安电子科技大学出版社出版发行

地址:西安市太白南路2号 邮编:710071

陕西画报社印刷厂印刷

各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张:18.5 字数 441 千字

1995年6月第1版 1999年9月第3次印刷 印数:13 000—17 000

ISBN 7 - 5606 - 0382 - 3/TN · 0097(课)

定价:16.00 元

前 言

本书系《线性网络与信号分析》1989 年第一版的修订本，是根据 1987 年高等工业学校课程教学指导委员会(小组)全体会议审订通过的“信号与系统”课程教学基本要求，并充分考虑大学本科的教学要求与特点，在原版书的基础上修编而成的。这次修订，为使书名更切合书中内容，易名为《网络、信号与系统》。

原版书《线性网络与信号分析》出版以后，经大学本科应用电子技术、电子工程、通信工程、计算机应用等专业三届学生教学实践，大学本科计算机软件、计算机应用专业一届学生的教学实践，教学效果良好，受到师生们的好评。普遍反映教材内容对大学本科的学生实用、够用；编写思想紧扣大学本科这一层次的教学要求，不片面追求理论的严密、高深，内容的完整系统；必要的数学推导简明扼要，所得结论明确醒目；编写文字通俗易懂，注重物理概念阐述，有工程实际观点，便于自学。

修订本保留了原版的基本体系与风格，仅在以下几个方面作了增删修订：

1. 考虑大学本科学生的基础和教学时数有限的实际情况，修订本删去了原书第一章中 § 1 - 6、第二章中 § 2 - 5、第五章中 § 5 - 5 三节内容。

2. 从“信号与系统”课程内容的完整性考虑，修订本新增加了“连续系统时域分析”一章(即第三章)。若有的学校、有的专业在“电路分析基础”课中讲授了网络部分的内容，在使用本教材时可只讲授第三~第六章。

3. 修订本更正了原版中极个别的印刷错误。

修订本包括双口网络、网络的频率特性、连续系统的时域分析、实频域分析、复频域分析、离散信号和系统分析等六章内容。实施本课程全部六章内容大约需 70 学时。

本书第一、二、三章由张永瑞同志编写；第四、五章由杨林耀同志编写；刘振起同志编写了第六章。吴大正教授指导了本书的编写工作，审阅了全书，并提出了许多宝贵意见，在此谨表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，又加时间紧迫，书中还会存在一些缺点与错误，恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 双口网络	1	练习题	61
§ 1.1 双口网络的方程与参数	1	§ 2.3 并联单调谐网络	62
一、Z 方程与 Z 参数	1	一、并联谐振	62
二、Y 方程与 Y 参数	3	二、频率特性	65
三、A 方程与 A 参数	4	三、通频带	68
四、H 方程与 H 参数	6	练习题	71
练习题	9	§ 2.4 双电感与双电容并联单调谐网络	72
§ 1.2 双口网络的联接	10	一、并联谐振	73
一、串联	10	二、接入系数与等效电路	76
二、并联	11	练习题	80
三、级联	11	小 结	81
四、双口网络联接有效性检验	12	习题二	84
练习题	16	自检题二	87
§ 1.3 双口网络的等效	17	第三章 连续系统的时域分析	89
一、双口网络的 Z 参数等效电路	17	§ 3.1 线性非时变连续系统的描述	
二、双口网络的 Y 参数等效电路	19	及其响应	89
练习题	20	一、系统模型	90
§ 1.4 双口网络的网络函数	21	二、微分方程解	92
一、双口网络的策动函数	22	练习题	98
二、传输函数	24	§ 3.2 阶跃函数和冲激函数	99
练习题	26	一、阶跃函数和冲激函数	99
§ 1.5 双口网络的实验参数与影象参数	27	二、单位冲激函数的性质	102
一、双口网络的实验参数	27	练习题	104
二、双口网络的影象参数	29	§ 3.3 冲激响应与阶跃响应	105
三、匹配级联网络	31	一、冲激响应	105
练习题	34	二、阶跃响应	107
小 结	35	练习题	111
习题一	36	§ 3.4 卷积积分及其应用	111
自检题一	40	一、卷积积分的基本运算过程	111
第二章 网络的频率特性	42	二、卷积积分运算规则	114
§ 2.1 一阶网络的频率特性	42	三、卷积积分应用于线性非时变	
一、一阶低通网络	42	系统分析	117
二、一阶高通网络	46	练习题	120
练习题	49	小 结	121
§ 2.2 串联单调谐网络	50	习题三	124
一、串联谐振	51	自检题三	128
二、频率特性	56	第四章 实频域分析	130
三、通频带	59	§ 4.1 周期信号的频域分析	130

一、傅里叶级数	130	练习题	201
二、傅里叶级数的指数形式和频谱	134	§ 5.5 系统函数 $H(s)$	201
三、周期信号的有效值和功率	138	一、系统的模拟	201
练习题	141	二、系统函数 $H(s)$	204
§ 4.2 非周期信号的频域分析	142	三、 $H(s)$ 的零、极点位置与时域特性 的关系	205
一、傅里叶变换	142	四、系统的因果性和稳定性	208
二、典型非周期信号的频谱	143	练习题	210
练习题	148	小 结	210
§ 4.3 傅里叶变换的性质	148	习题五	212
一、线性特性	148	自检题五	216
二、时移特性	148	第六章 离散信号和系统分析	218
三、频移特性	149	§ 6.1 离散时间信号	218
四、尺度变换特性	150	一、离散时间信号	218
五、对称性	152	二、基本离散信号	219
六、卷积定理	153	三、序列的运算	220
七、时域微分特性	154	练习题	228
八、时域积分特性	155	§ 6.2 离散系统时域分析	229
练习题	156	一、离散系统的描述	229
§ 4.4 任意信号激励下系统的响应	157	二、差分方程的解	232
一、周期信号激励下系统的响应	157	三、离散系统的单位响应	233
二、非周期信号激励下系统的响应	159	四、离散系统的零输入响应	237
练习题	162	五、离散系统的零状态响应	238
小 结	162	六、离散系统的时域分析	241
习题四	165	练习题	244
自检题四	169	§ 6.3 Z 变换	244
第五章 复频域分析	171	一、Z 变换	245
§ 5.1 由傅里叶变换到拉普拉斯变换	171	二、Z 变换的性质	246
§ 5.2 拉普拉斯变换的性质	174	三、逆 Z 变换	250
一、线性性质	174	练习题	253
二、延时特性	175	§ 6.4 离散系统的变换域分析	253
三、复频移特性	176	一、差分方程的变换域解法	254
四、尺度变换	177	二、系统函数	258
五、时域微分特性	177	三、离散系统的稳定性	262
六、时域积分特性	180	* 四、离散系统的频率响应特性	264
七、卷积定理	182	练习题	267
练习题	184	小 结	267
§ 5.3 拉普拉斯逆变换	185	习题六	268
练习题	189	自检题六	271
§ 5.4 电路的 S 域模型	189	参考文献	273
一、电路元件的 S 域模型	191	习题答案	274
二、基尔霍夫定律的 S 域形式	193		
三、利用拉氏变换分析电路的方法	195		

第一章 双口网络

随着集成电路技术的发展,越来越多的实用电路被集成在很小的芯片上,经封装以后使用在机器设备中。这犹如将整个网络装在“黑盒”内,只引出若干端子与其它网络或电源或负载相联接。对于这样的网络,人们往往只关注它的外部特性,而对其内部情况并不感兴趣。

一般来讲,若网络 N 有 n 个端子,如图 1.0-1(a)所示,则称为 n 端子网络;若网络的外部端子中,两两成对构成端口,如图 1.0-1(b)所示的网络有 n 个端口,则称为 n 端口网络。对于 n 端口网络,其构成端口的一对端子中流过的电流是同一电流。也就是说,在任意时间 t 流入端口一端子的电流,等于流出该端口的另一端子的电流。如图 1.0-1(b)中, $i_1 = i'_1, \dots, i_n = i'_n$ 。在电子技术中,多端子网络与多端口网络都有应用,但单口网络和双口网络的应用更为普遍。单口网络比较简单,任何二端子元件就是最简单的单口网络。本章主要讨论线性双口网络的描述及其分析方法。在具体讨论双口网络方程、参数之前,对所涉及的双口网络有以下几点约定:(1) 双口网络的端口电压、电流参考方向关联,如图 1.0-2 所示。为了方便,采用正弦稳态频域相量模型。(2) 双口网络 N 中只包含线性非时变电路元件,如有动态元件,其初始状态为零,且在网络 N 中不含任何独立电源。(3) 双口网络的一个端口接输入信号(称输入端口),另一端接负载(称输出端口),输入端口的各相量及参数用下脚标“1”表示,输出端口的各相量及参数用下脚标“2”表示。

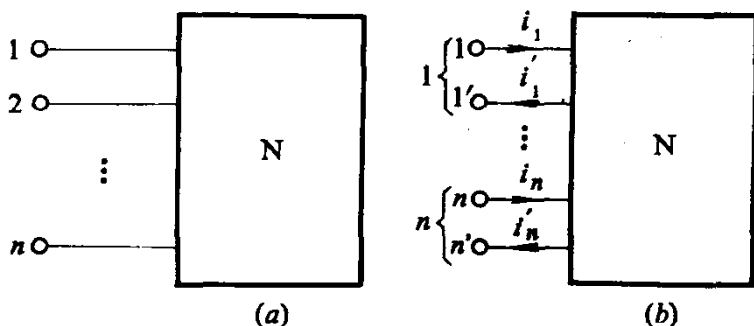


图 1.0-1 n 端子网络与 n 端口网络

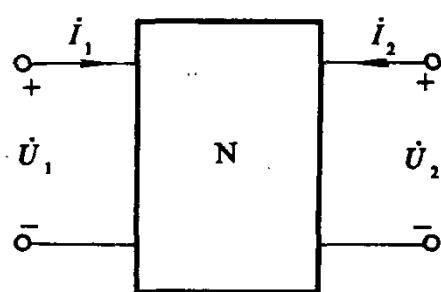


图 1.0-2 端口电压、电流参考方向关联之双口网络

§ 1.1 双口网络的方程与参数

双口网络共有 4 个端口相量,即 I_1 、 $\dot{U}_1$ 、 I_2 、 $\dot{U}_2$ 。若其中任意两个作自变量,另外两个作因变量,可组成 6 种不同形式的方程,与此相应有 6 种不同的网络参数。下面讨论较常用的 Z 方程、 Z 参数, Y 方程、 Y 参数, A 方程、 A 参数和 H 方程、 H 参数。

一、 Z 方程与 Z 参数

如果以电流 I_1 、 I_2 作等效电流源对双口网络激励,其响应为 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$,如图 1.1-1 所示,则根据叠加原理可得

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \quad (1.1-1a)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \quad (1.1-1b)$$

式(1.1-1)中 $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 前面的系数 Z_{kj} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 Z 参数, 它们具有阻抗的量纲。该方程称为 Z 方程。 Z 参数可由 Z 方程式(1.1-1)分别令 $\dot{I}_2=0$ 、 $\dot{I}_1=0$ 求得, 即

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad (1.1-2a)$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad (1.1-2b)$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad (1.1-2c)$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad (1.1-2d)$$

式(1.1-2)表明了各参数的物理意义及其求取方法。 Z_{11} 表示输出端口开路时输入端口的电压相量与电流相量的比, 即输出端口开路时的输入阻抗。 Z_{21} 表示输出端口开路时的传输阻抗。 Z_{12} 表示输入端口开路时的传输阻抗。 Z_{22} 表示输入端口开路时的输出阻抗。4个 Z 参数都是在某端口开路情况下定义的, 所以 Z 参数又叫开路阻抗参数。这组参数便于用实验方法测得; 如果知道网络的内部结构, 根据式(1.1-2)进行计算也是容易的。

无源、线性非时变网络满足互易特性, 即满足

$$\left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad (1.1-3)$$

所以, 比较式(1.1-3)与式(1.1-2b)、(1.1-2c), 可知

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (1.1-4)$$

这就是说, 对于互易双口网络(又称可逆双口网络), 4个 Z 参数中只有3个参数是相互独立的。

如果将双口网络的输入端口与输出端口对调后, 其各端口电流、电压均不改变, 则称其为对称双口网络, 这种网络从联接结构看也是对称的。若双口网络是互易的, 且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{21} \\ Z_{11} &= Z_{22} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-5)$$

根据互易、对称双口网络的含义, 联系 Z 方程式(1.1-1), 理解式(1.1-5)是容易的。在这种情况下, 4个 Z 参数中只有两个是相互独立的。

将 Z 方程写为矩阵形式, 即

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

上式可简记为

$$\dot{U} = Z\dot{I} \quad (1.1-6)$$

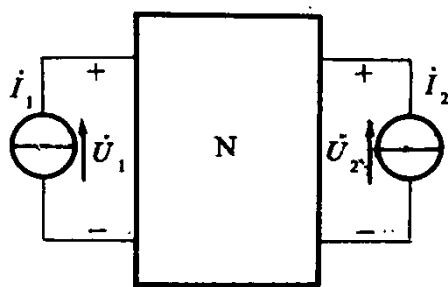


图 1.1-1 推导双口网络 Z 方程用图

式中, $\dot{U}$ 、 $\dot{I}$ 都是列向量, Z 称为 Z 参数矩阵, 即

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (1.1-7)$$

例 1.1-1 求常用 T 形双口网络(图 1.1-2)的 Z 参数矩阵。

解 由图, 根据求 Z 参数公式(1.1-2)可求得

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = Z_2$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = Z_2$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = Z_2 + Z_3$$

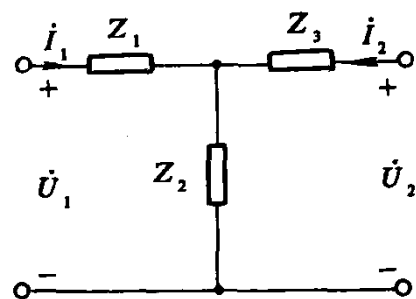


图 1.1-2 T 形双口网络

所以, 该双口网络的 Z 参数矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

二、Y 方程与 Y 参数

在图 1.1-3 的双口网络中, 若 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 作为等效电压源激励($\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 看作自变量), $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 作为响应相量(看作因变量), 它们的参考方向如图上所标示, 由叠加原理, 可得方程

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \quad (1.1-8a)$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \quad (1.1-8b)$$

式(1.1-8)中, $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 前面的系数 Y_{kj} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 Y 参数, 具有导纳量纲。该组方程称为 Y 方程。Y 参数可分别令 $\dot{U}_1=0$ (输入端口短路)、 $\dot{U}_2=0$ (输出端口短路)代入 Y 方程式(1.1-8)求得, 即

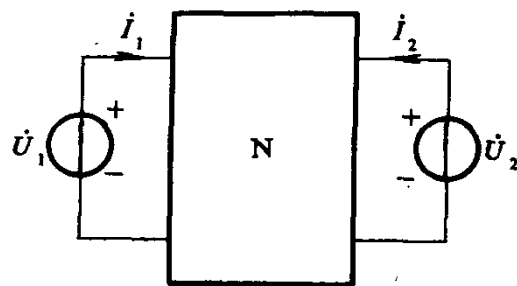


图 1.1-3 推导双口网络
Y 方程用图

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (1.1-9a)$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (1.1-9b)$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad (1.1-9c)$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad (1.1-9d)$$

式(1.1-9)表明了各 Y 参数的物理意义及计算方法。 Y_{11} 表示输出端口短路时的输入导纳。 Y_{21} 表示输出端口短路时的传输导纳。 Y_{12} 表示输入端口短路时的传输导纳。 Y_{22} 表示输入端

口短路时的输出导纳。4个Y参数都是在某个端口短路时定义的,所以Y参数又称为短路导纳参数。若网络是互易的,则根据互易特性也应满足

$$\left. \frac{i_2}{U_1} \right|_{v_2=0} = \left. \frac{i_1}{U_2} \right|_{v_1=0} \quad (1.1-10)$$

对照式(1.1-10)与式(1.1-9b)、(1.1-9c)可知

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (1.1-11)$$

这说明,在互易双口网络的Y参数中,也只有3个参数是相互独立的。同样,由互易、对称双口网络的含义,对照Y方程式(1.1-8),不难得到

$$\begin{cases} Y_{12} = Y_{21} \\ Y_{11} = Y_{22} \end{cases} \quad (1.1-12)$$

所以互易、对称双口网络也仅有两个Y参数相互独立。

将Y方程写成矩阵形式,即

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

上式简记为

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{U} \quad (1.1-13)$$

式中, $\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{U}$ 分别为端口电流、电压构成的列向量,Y称为Y参数矩阵,即

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (1.1-14)$$

例 1.1-2 图 1.1-4 为常用的 Π 形双口网络,求它的Y参数矩阵。

解 由图及求Y参数公式(1.1-9)可求得

$$Y_{11} = \left. \frac{i_1}{U_1} \right|_{v_2=0} = \frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} = \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{i_2}{U_1} \right|_{v_2=0} = -\frac{1}{Z_b}$$

此双口网络是无源双口网络,所以遵从互易性,有 $Y_{12} = Y_{21}$, 已知 Y_{21} 就不必再求 Y_{12} 了。

$$Y_{22} = \left. \frac{i_2}{U_2} \right|_{v_1=0} = \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} = \frac{Z_b + Z_c}{Z_b Z_c}$$

故得Y参数矩阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b} & -\frac{1}{Z_b} \\ -\frac{1}{Z_b} & \frac{Z_b + Z_c}{Z_b Z_c} \end{bmatrix}$$

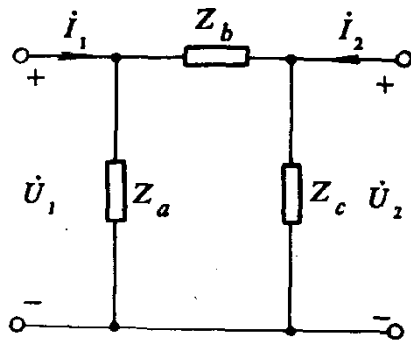


图 1.1-4 Π 形双口网络

三、A 方程与 A 参数

在信号传输中,双口网络方程常是将输入端口电压 U_1 、电流 i_1 与输出端口电压 U_2 和电流 i_2 联系起来的。按照一般习惯,接于输出端口的负载电流应由网络流出,但为了不改变前面的约定,仍设电流 i_2 流入网络,如图 1.1-5 所示。这样,A 方程可写为

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-I_2) \quad (1.1-15a)$$

$$I_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-I_2) \quad (1.1-15b)$$

式(1.1-15)中, $\dot{U}_2$ 、 I_2 前面的系数 A_{kj} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 A 参数, 在 4 个 A 参数中, 有的有量纲, 有的无量纲, 它们各自的物理含义可根据下列参数定义式理解, 即

$$A_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-I_2)=0} \quad (1.1-16a)$$

$$A_{21} = \left. \frac{I_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-I_2)=0} \quad (1.1-16b)$$

$$A_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-16c)$$

$$A_{22} = \left. \frac{I_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-16d)$$

A_{11} 是输出端口开路时的传输电压比, 无量纲。 A_{21} 是输出端口开路时的传输导纳, 其单位为 S(西门子)。 A_{12} 是输出端口短路时的传输阻抗, 其单位为 Ω (欧姆)。 A_{22} 是输出端口短路时的传输电流比, 无量纲。

将 A 方程写成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ (-I_2) \end{bmatrix} \quad (1.1-17)$$

由此可得 A 参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

对于互易双口网络, 可以证明 $|A|=1$, 即

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1 \quad (1.1-18)$$

若网络是互易的, 且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} &= 1 \\ A_{11} &= A_{22} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-19)$$

由式(1.1-18)、(1.1-19)可知, 在互易网络中有 3 个 A 参数是相互独立的。在互易、对称网络中, 有两个 A 参数相互独立。

例 1.1-3 求图 1.1-6 所示 X 形双口网络的 A 参数矩阵。

解 由式(1.1-16)可求得

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-I_2)=0} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{U}_1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{U}_1} \\ &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \end{aligned}$$

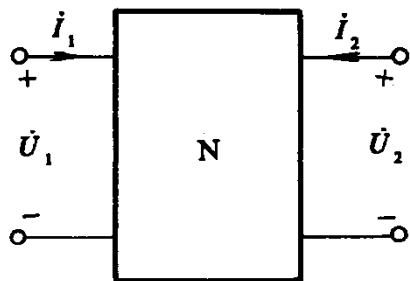


图 1.1-5 推导双口网络 A 方程用图

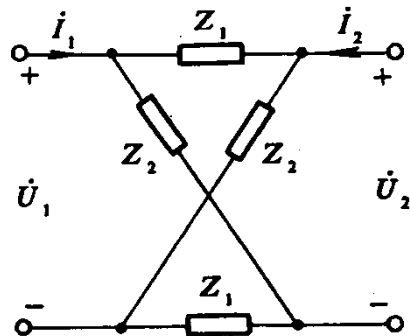


图 1.1-6 X 形双口网络

$$A_{21} = \left. \frac{I_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-I_2)=0} = \frac{I_1}{\frac{I_1}{2}Z_2 - \frac{I_1}{2}Z_1} = \frac{2}{Z_2 - Z_1}$$

$$A_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} = \frac{\frac{2Z_1Z_2}{Z_1+Z_2} I_1}{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} I_1 - \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I_1} = \frac{2Z_1Z_2}{Z_2 - Z_1}$$

$$A_{22} = \left. \frac{I_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} = \frac{I_1}{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} I_1 - \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I_1} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1}$$

故得 X 形双口网络的 A 参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} & \frac{2Z_1Z_2}{Z_2 - Z_1} \\ \frac{2}{Z_2 - Z_1} & \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \end{bmatrix}$$

本题的 X 形双口网络也是互易、对称网络, 因而 $A_{11} = A_{22}$, 故在求出 A_{11} 之后就不必再由定义式求 A_{22} 了。求得 A_{11} 、 A_{22} 、 A_{21} (或 A_{12}) 之后, 还可应用 $|A|=1$ 的关系式, 求出 A_{12} (或 A_{21})。

四、H 方程与 H 参数

在分析晶体管电路时, 常以 I_1 、 $\dot{U}_2$ 为自变量, 而以 $\dot{U}_1$ 、 I_2 为因变量。这时双口网络的 H 方程可写为

$$\dot{U}_1 = H_{11}I_1 + H_{12}\dot{U}_2 \quad (1.1-20a)$$

$$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}\dot{U}_2 \quad (1.1-20b)$$

式中, H_{kj} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 H 参数 (又叫混合参数)。令 $\dot{U}_2=0$ (输出端口短路)、 $I_1=0$ (输入端口开路) 代入式 (1.1-20) 便可求得各 H 参数, 即

$$H_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{I_1} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-21a)$$

$$H_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-21b)$$

$$H_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{I_1=0} \quad (1.1-21c)$$

$$H_{22} = \left. \frac{I_2}{\dot{U}_2} \right|_{I_1=0} \quad (1.1-21d)$$

由式 (1.1-21) 可看清各 H 参数的物理意义。 H_{11} 是输出端口短路时的输入阻抗, 单位为 Ω 。 H_{21} 是输出端口短路时的传输电流比, 无量纲。 H_{12} 是输入端口开路时的传输电压比, 无量纲。 H_{22} 是输入端口开路时的输出导纳, 单位为 S。

H 方程也可写成矩阵形式, 即

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1.1-22)$$

由此可得 H 参数矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

若网络是互易的, 可以证明

$$H_{12} = -H_{21} \quad (1.1-23)$$

这说明 H 参数中只有 3 个参数是相互独立的。若网络是互易的且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} H_{12} &= -H_{21} \\ |H| &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-24)$$

式(1.1-24)说明只有两个 H 参数是相互独立的。

例 1.1-4 图 1.1-7 是一晶体管放大器的等效电路, 试求它的各 H 参数。

解 将图 1.1-7 输出端口短路, 如图 1.1-8 所示。由图 1.1-8 求得

$$H_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \Big|_{v_2=0} = R_1$$

$$H_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \Big|_{v_2=0} = \beta$$

将图 1.1-7 输入端口开路, 如图 1.1-9 所示。由图 1.1-9 可求得

$$H_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = 0$$

$$H_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{1}{R_c}$$

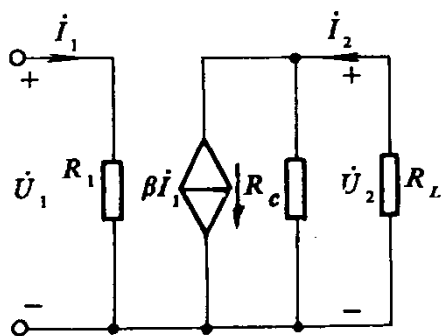


图 1.1-7 晶体管放大器的等效电路

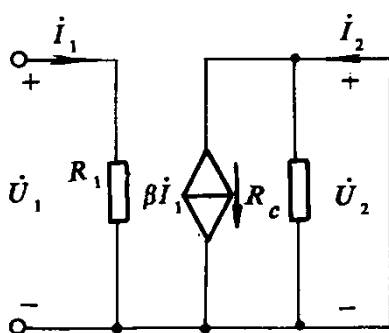


图 1.1-8

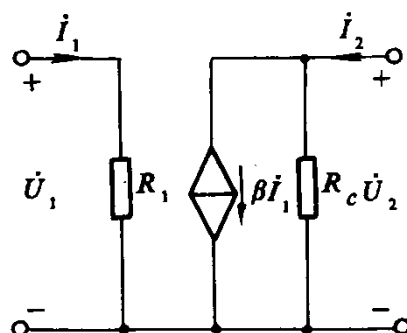


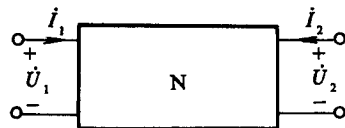
图 1.1-9

故得 H 参数矩阵

$$H = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ \beta & \frac{1}{R_c} \end{bmatrix}$$

以上介绍了双口网络常用的 4 种方程与参数, 它们都可以用来描述同一个双口网络的特性。不同类型的参数只是由于对输入、输出端口 4 个相量选用不同的自变量、因变量造成的。但无论哪一组参数, 它们都是仅决定于网络本身内部结构、元件参数及信号源频率的量, 它们与信号源的幅度大小、负载情况无关。既然各组网络参数都可以客观地描述同一个双口网络的特性, 那么对同一个双口网络来说, 只要它的各组参数有定义, 它们之间一定可以相互转换。推导参数间相互转换关系的基本思路是: 由已知参数方程, 解出用已知参数表示的所要转换的参数方程, 对照、比较相应的系数, 即可得参数间相互转换关系。

表 1-1 双口网络四种方程和参数关系



	方 程	可 逆	可 逆 对 称	用 Z 表示	用 Y 表示	用 A 表示	用 H 表示
Z	$\dot{U}_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2$ $\dot{U}_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2$	$Z_{12} = Z_{21}$	$Z_{12} = Z_{21}$ $Z_{11} = Z_{22}$	$Z_{11} \quad Z_{12}$ $Z_{21} \quad Z_{22}$	$Y_{22}/ Y \quad -Y_{12}/ Y $ $-Y_{21}/ Y \quad Y_{11}/ Y $	$A_{11}/A_{21} \quad A /A_{21}$ $1/A_{21} \quad A_{22}/A_{21}$	$ H /H_{22} \quad H_{12}/H_{22}$ $-H_{21}/H_{22} \quad 1/H_{22}$
Y	$i_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$ $i_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$	$Y_{12} = Y_{21}$	$Y_{12} = Y_{21}$ $Y_{11} = Y_{22}$	$Z_{22}/ Z \quad -Z_{12}/ Z $ $-Z_{21}/ Z \quad Z_{11}/ Z $	$Y_{11} \quad Y_{12}$ $Y_{21} \quad Y_{22}$	$A_{22}/A_{12} \quad - A /A_{12}$ $-1/A_{12} \quad A_{11}/A_{12}$	$1/H_{11} \quad -H_{12}/H_{11}$ $H_{21}/H_{11} \quad H /H_{11}$
A	$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-i_2)$ $i_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-i_2)$	$ A = 1$	$ A = 1$ $A_{11} = A_{22}$	$Z_{11}/Z_{21} \quad Z /Z_{21}$ $1/Z_{21} \quad Z_{22}/Z_{21}$	$-Y_{22}/Y_{21} \quad -1/Y_{12}$ $- Y /Y_{21} \quad -Y_{11}/Y_{21}$	$A_{11} \quad A_{12}$ $A_{21} \quad A_{22}$	$- H /H_{21} \quad -H_{11}/H_{21}$ $-H_{22}/H_{21} \quad -1/H_{21}$
H	$\dot{U}_1 = H_{11}i_1 + H_{12}\dot{U}_2$ $i_2 = H_{21}i_1 + H_{22}\dot{U}_2$	$H_{12} = -H_{21}$	$H_{12} = -H_{21}$ $ H = 1$	$ Z /Z_{22} \quad Z_{12}/Z_{22}$ $-Z_{21}/Z_{22} \quad 1/Z_{22}$	$1/Y_{11} \quad -Y_{12}/Y_{11}$ $Y_{21}/Y_{11} \quad Y /Y_{11}$	$A_{12}/A_{22} \quad A /A_{22}$ $-1/A_{22} \quad A_{21}/A_{22}$	$H_{11} \quad H_{12}$ $H_{21} \quad H_{22}$

说明：(1) 表中 $|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$ ， $|Y|$ 、 $|A|$ 、 $|H|$ 的表达式与 $|Z|$ 类似。(2) 本表所列参数均约定它流 i_2 的参考方向为流入网络，有的教材中规定以流出网络的 i_2 为参考方向，这时表中与 i_2 有关的参数均相差一负号。

例如, 由 A 参数转换为 Z 参数的关系式可作如下推导: 由式(1.1-15b)得

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{A_{21}} \dot{I}_1 + \frac{A_{22}}{A_{21}} \dot{I}_2 \quad (1.1-25)$$

将式(1.1-25)代入式(1.1-15a), 即得

$$\dot{U}_1 = \frac{A_{11}}{A_{21}} \dot{I}_1 + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21}} \dot{I}_2 \quad (1.1-26)$$

式(1.1-25)与式(1.1-26)就是用 A 参数表示的 Z 方程, 将这两式与式(1.1-a)、(1.1-b)对照比较, 即得

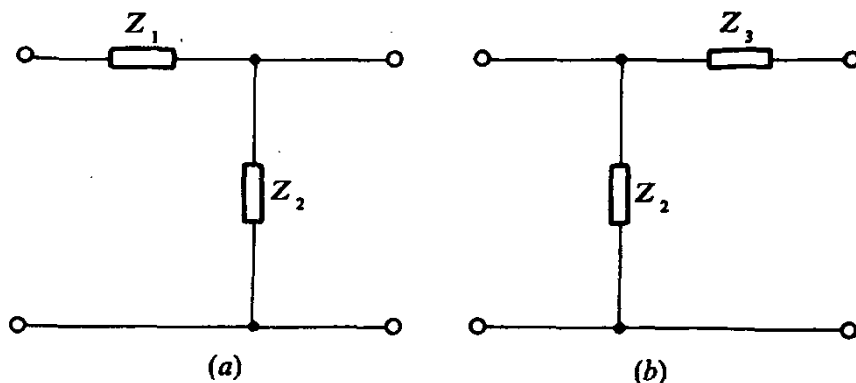
$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= \frac{A_{11}}{A_{21}}, & Z_{12} &= \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21}} \\ Z_{21} &= \frac{1}{A_{21}}, & Z_{22} &= \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-27)$$

由式(1.1-27)并分别考虑互易网络、互易且对称网络 Z 参数特点, 即可得出式(1.1-18)与式(1.1-19)所表述的这两种网络 A 参数的特点。

表 1-1 给出了 4 种常用参数的相互转换关系, 可供读者使用时查阅。

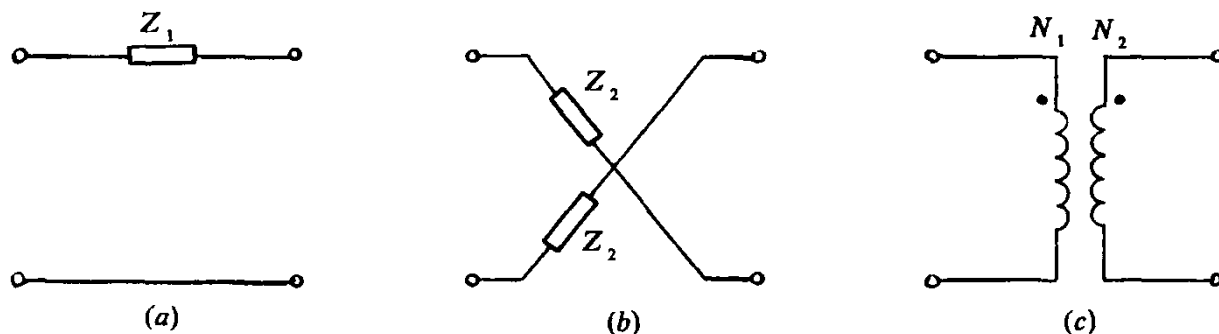
练习题

1.1-1 求图示双口网络的 Z 参数、Y 参数和 A 参数。



练习题 1.1-1 图

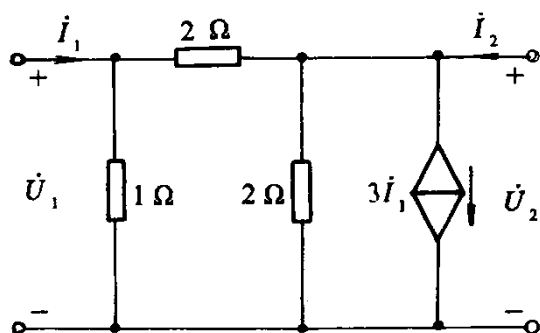
1.1-2 求图示双口网络的 A 参数。



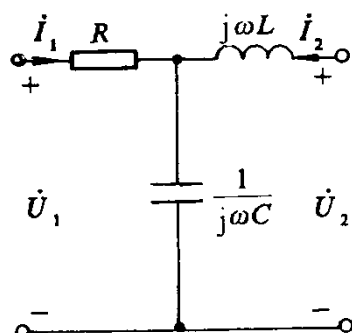
练习题 1.1-2 图

1.1-3 求图示双口网络的 Y 参数矩阵与 Z 参数矩阵。

1.1-4 求图示双口网络的 H 参数。



练习题 1.1-3 图



练习题 1.1-4 图

§ 1.2 双口网络的联接

双口网络的联接比单口网络(即二端钮网络)的联接复杂,它不但有串联、并联,而且还有串并联、并串联、级联等多种形式。这一节仅介绍常用的双口网络联接形式,即串联、并联与级联。在讨论这三种双口网络联接形式之前,应先明确双口网络联接的有效性概念。若双口网络在作各种联接以后,仍能保持流入一个端子的电流等于同一端口上另一个端子上流出的电流,则称为有效性联接。研究双口网络的有效性联接是有意义的,下面对双口网络的串联、并联、级联的讨论是在认定有效性联接条件下进行的。至于双口网络联接有效性的检验将在本节最后作介绍。

一、串联

两双口网络的输入端口和输出端口分别作串联联接,称两双口网络串联。相串联的两双口网络通常称为子双口网络,串联后构成的大双口网络称为复合双口网络,如图 1.2-1 所示。

对于双口网络的串联,采用 Z 参数分析比较方便。图 1.2-1 中, Z_a 、 Z_b 分别表示相串联的两个子双口网络的 Z 参数矩阵,虚线框内为两子双口网络串联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量如图中所标示。

由图 1.2-1 可见

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

即

$$I = I_a = I_b \quad (1.2-1)$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1a} \\ U_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{1b} \\ U_{2b} \end{bmatrix}$$

即

$$U = U_a + U_b \quad (1.2-2)$$

由双口网络 Z 方程,可知

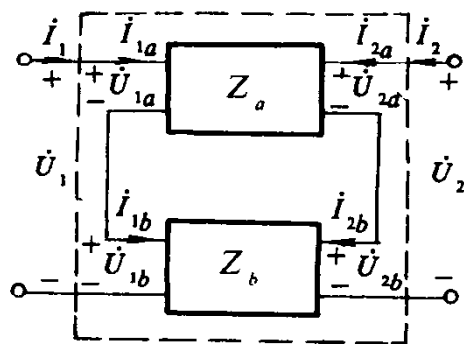


图 1.2-1 双口网络的串联

$$\dot{U}_a = Z_a \dot{I}_a \quad (1.2-3a)$$

$$\dot{U}_b = Z_b \dot{I}_b \quad (1.2-3b)$$

将式(1.2-3a)与式(1.2-3b)代入式(1.2-2), 并考虑式(1.2-1), 得

$$\dot{U} = (Z_a + Z_b) \dot{I} \quad (1.2-4)$$

设此复合双口网络可以用一个等效双口网络代替, 并设其阻抗参数矩阵为 Z , 则应有

$$\dot{U} = Z \dot{I} \quad (1.2-5)$$

比较式(1.2-4)与式(1.2-5)得

$$Z = Z_a + Z_b \quad (1.2-6)$$

由式(1.2-6)可见, 由两个双口网络串联而成的复合双口网络的阻抗参数等于相串联的两子双口网络的阻抗参数之和。

二、并联

若两双口网络的输入端口、输出端口分别并联, 则称两双口网络并联, 如图 1.2-2 所示。图中 Y_a 、 Y_b 分别为相并联的两子双口网络的导纳参数矩阵, 虚线框内为两子双口网络并联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量标示于图上。

对于双口网络的并联, 采用导纳参数分析比较方便。由图 1.2-2 可看出:

$$\dot{U} = \dot{U}_a = \dot{U}_b \quad (1.2-7)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_b \quad (1.2-8)$$

由双口网络的 Y 参数方程可知

$$\dot{I}_a = Y_a \dot{U}_a \quad (1.2-9a)$$

$$\dot{I}_b = Y_b \dot{U}_b \quad (1.2-9b)$$

将式(1.2-9a)与式(1.2-9b)代入式(1.2-8), 并考虑式(1.2-7), 得

$$\dot{I} = (Y_a + Y_b) \dot{U} \quad (1.2-10)$$

设此复合双口网络可以用一个等效双口网络代替, 并设其导纳参数矩阵为 Y , 则应有

$$Y = Y_a + Y_b \quad (1.2-11)$$

式(1.2-11)告诉我们, 由两个双口网络并联而成的复合双口网络的导纳参数等于相并联的两双口网络的导纳参数之和。

三、级联

图 1.2-3 为两双口网络的级联形式。级联时, 第一个双口网络的输出端口是与第二个双口网络的输入端口相联的。图中, A_a 、 A_b 分别为相级联的两子双口网络的 A 参数矩阵, 虚线框内为两双口网络级联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量标示于图上。

对于双口网络的级联, 采用 A 参数分析比较方便。由图 1.2-3, 显然有:

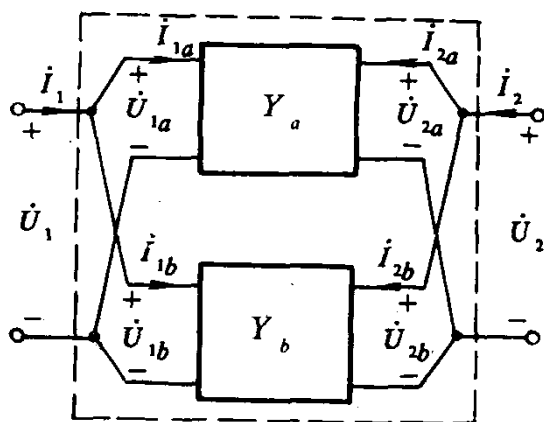


图 1.2-2 双口网络的并联