

TURING

图灵新知

Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities

[英] 伊恩·斯图尔特◎著 张云◎译

数学万花筒

(修订版)



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities



[英] 伊恩·斯图尔特◎著 张云◎译

数学万花筒

(修订版)

人民邮电出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

数学万花筒 / (英) 伊恩·斯图尔特著 ; 张云译.
— 2版. — 北京 : 人民邮电出版社, 2017. 4
(图灵新知)
ISBN 978-7-115-44027-3

I. ①数… II. ①伊… ②张… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第276638号

内 容 提 要

本书是伊恩·斯图尔特教授在五十多年里收集的有趣的数学游戏、谜题、故事和八卦的精选。大部分内容独立成篇,你可以从几乎任意一处着手阅读。除去可以了解各种有趣的数学知识和八卦,你还可以亲自参与到数学当中,亲自制作数学游戏,试着解决数学谜题。作为参考,本书最后给出了那些有已知答案的问题的解答,以及一些供进一步探索的补充说明。本书适合各种程度的数学爱好者阅读。修订版对2010年版的译文进行了全面整理提升。

◆ 著 [英] 伊恩·斯图尔特

译 张 云

责任编辑 楼伟珊

责任印制 彭志环

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

北京艺辉印刷有限公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32

印张: 9.75

字数: 265千字

2017年4月第2版

印数: 7 501—12 500册

2017年4月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2009-2106号

定价: 39.00元

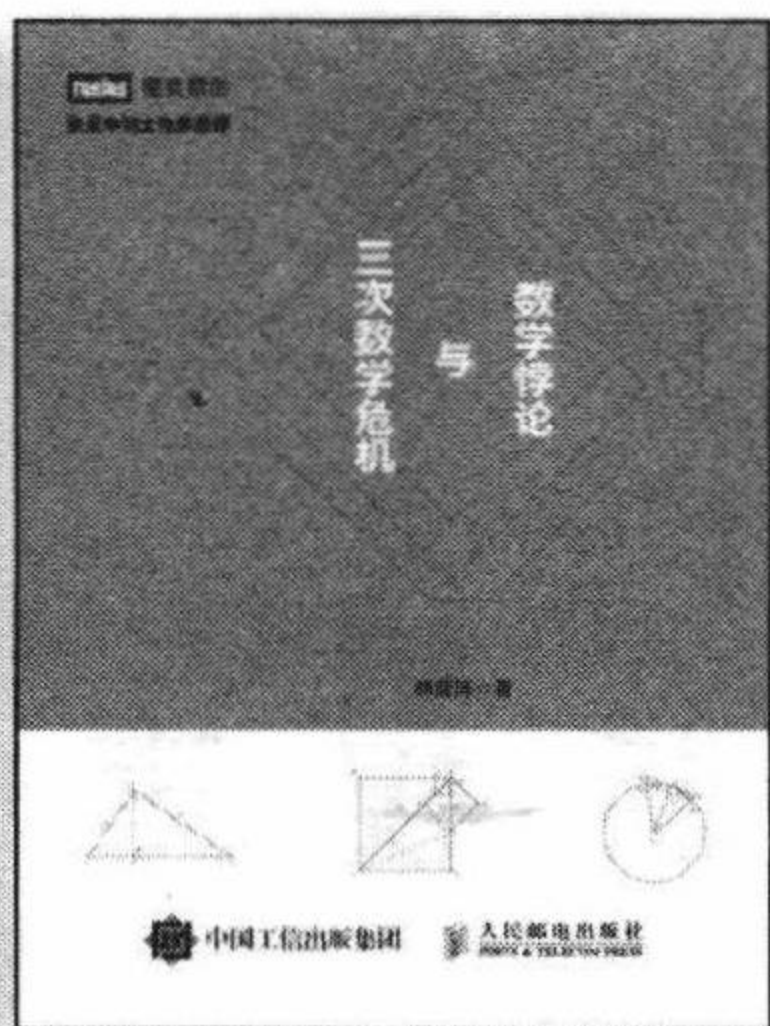
读者服务热线: (010)51095186转600 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

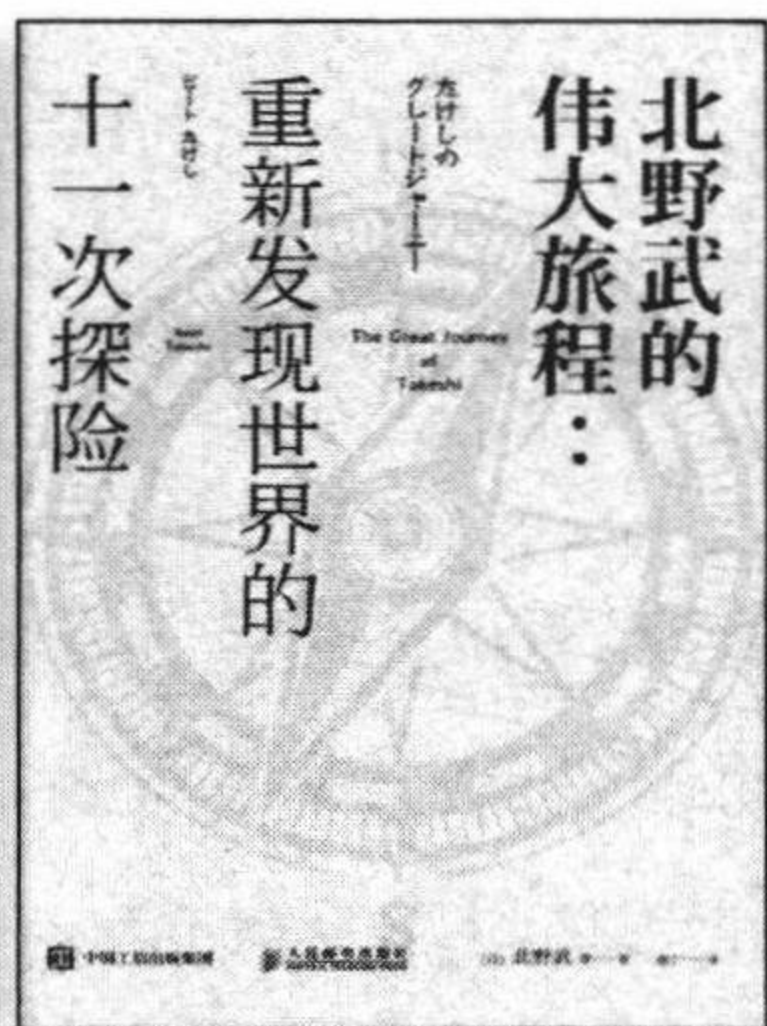
广告经营许可证: 京东工商广字第 8052 号



黑白, 2016-09, 45.00 元



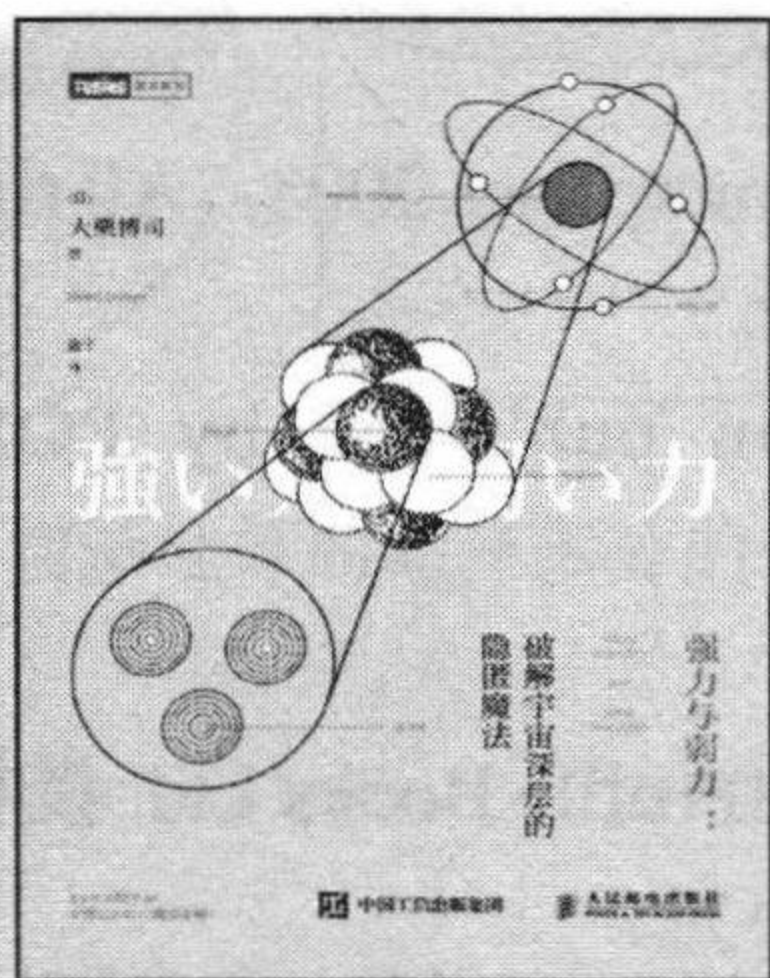
黑白, 2016-09, 49.00 元



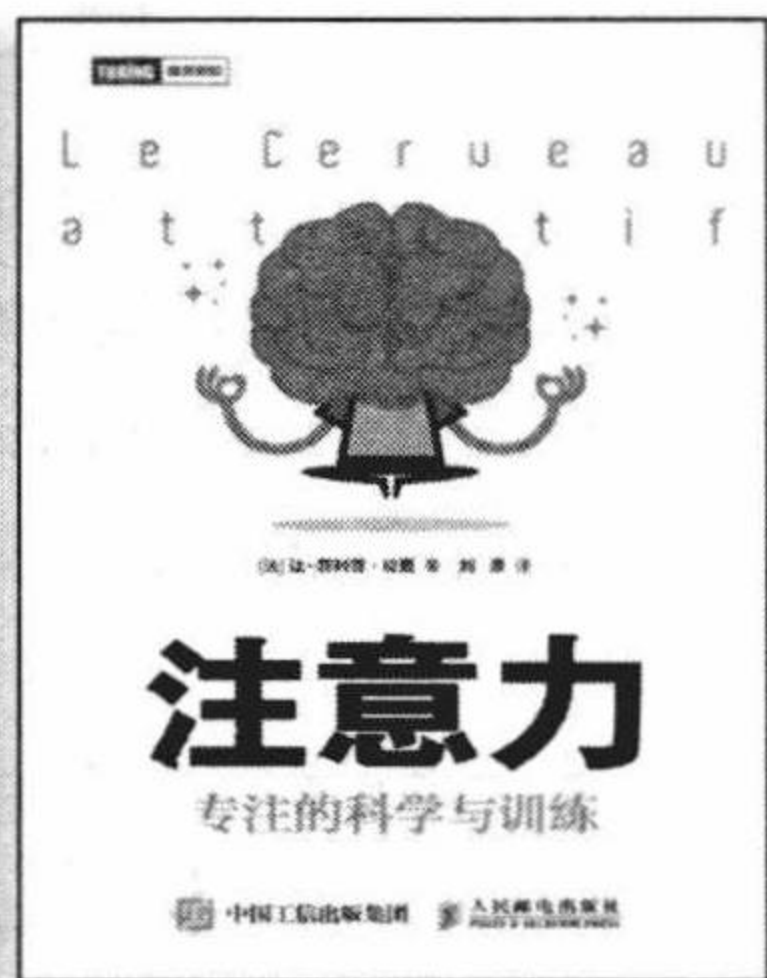
黑白, 2016-08, 42.00 元



黑白, 2016-05, 32.00 元



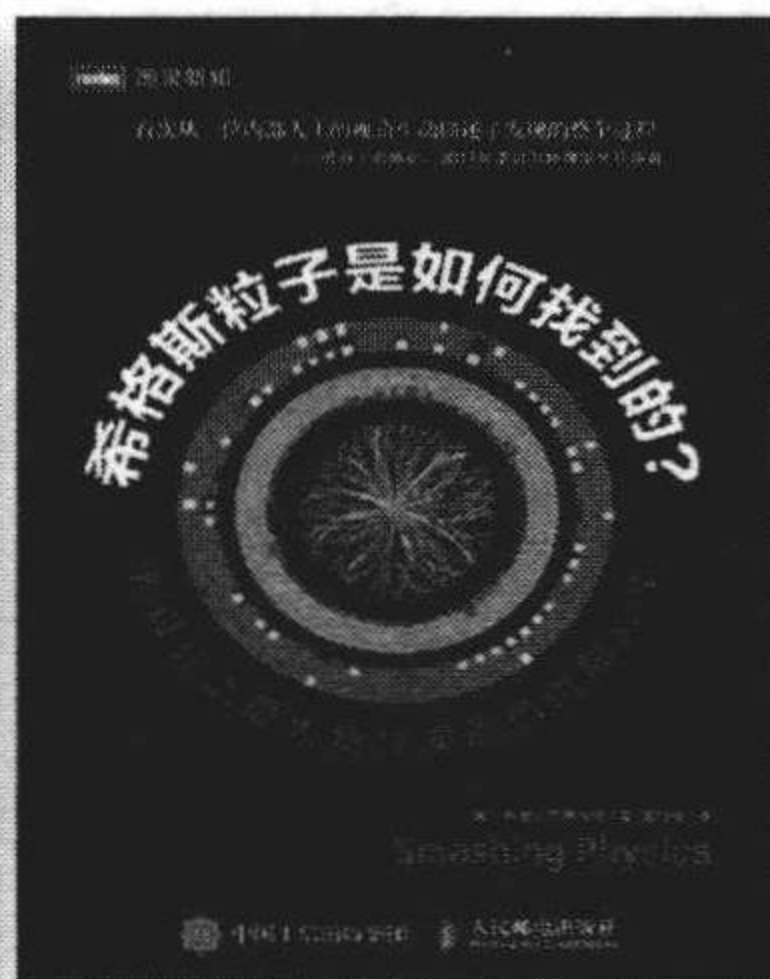
黑白, 2016-05, 39.00 元



黑白, 2016-05, 45.00 元



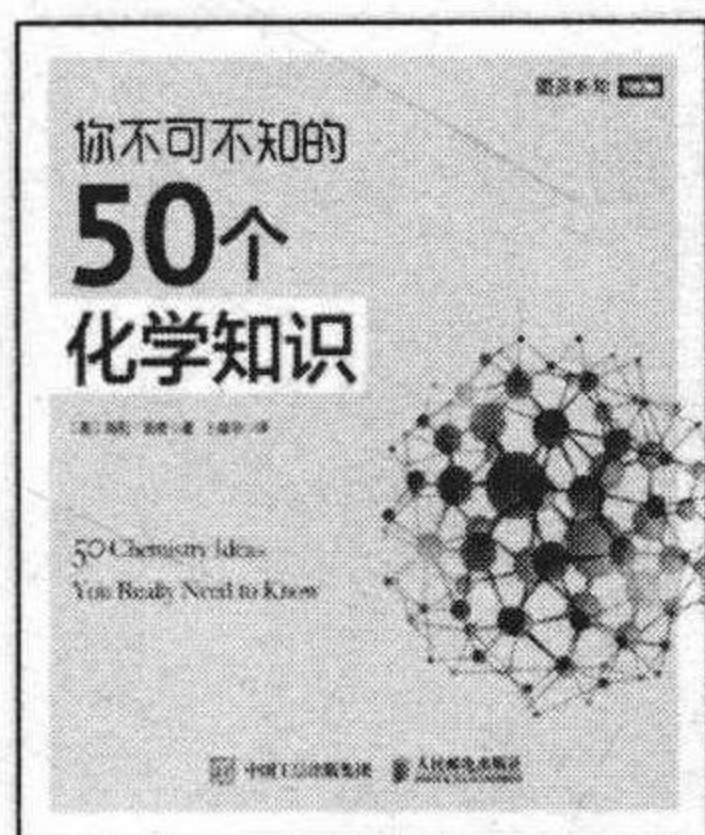
黑白, 2016-01, 39.00 元



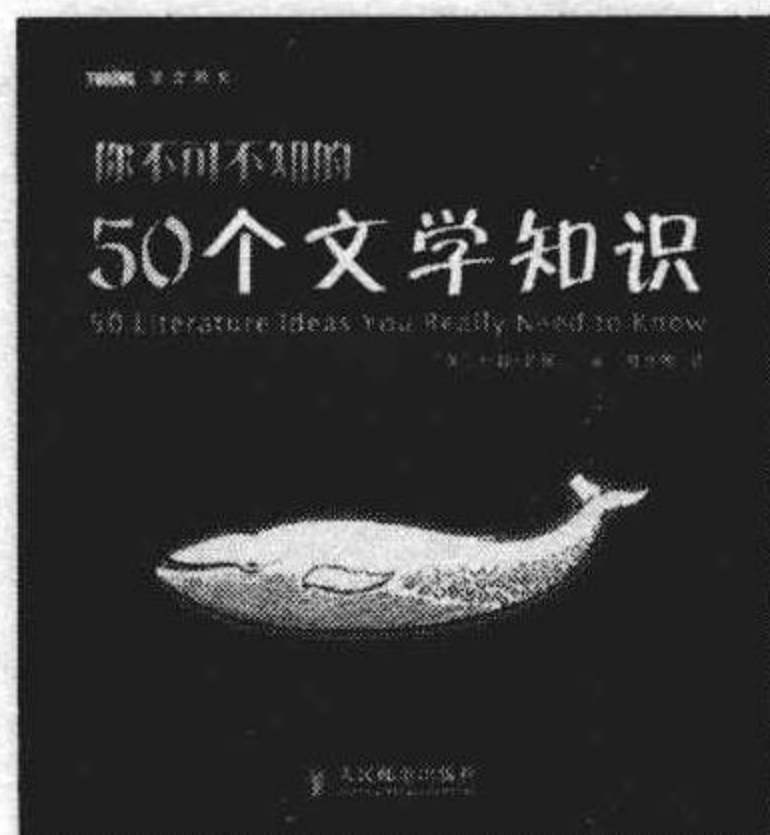
黑白, 2016-01, 39.00 元



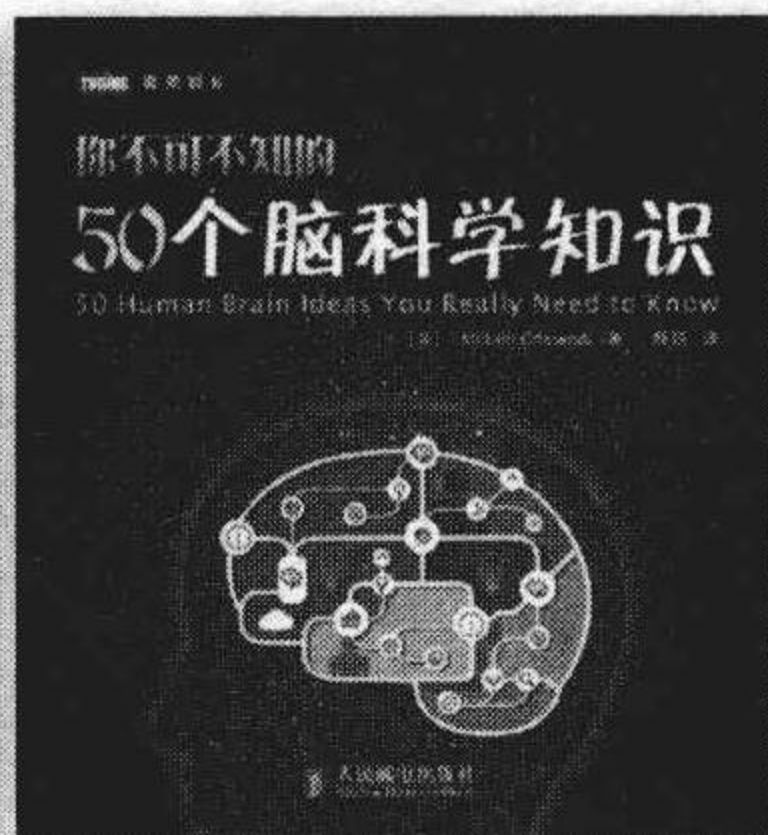
黑白, 2016-01, 69.00 元



黑白, 2016-11, 35.00 元



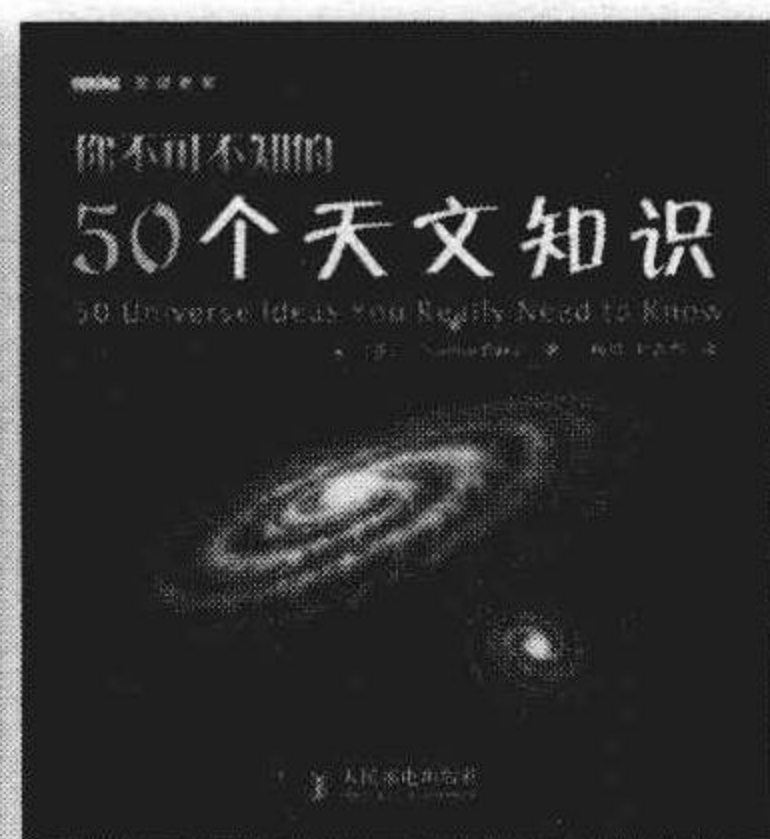
黑白, 2014-11, 32.00 元



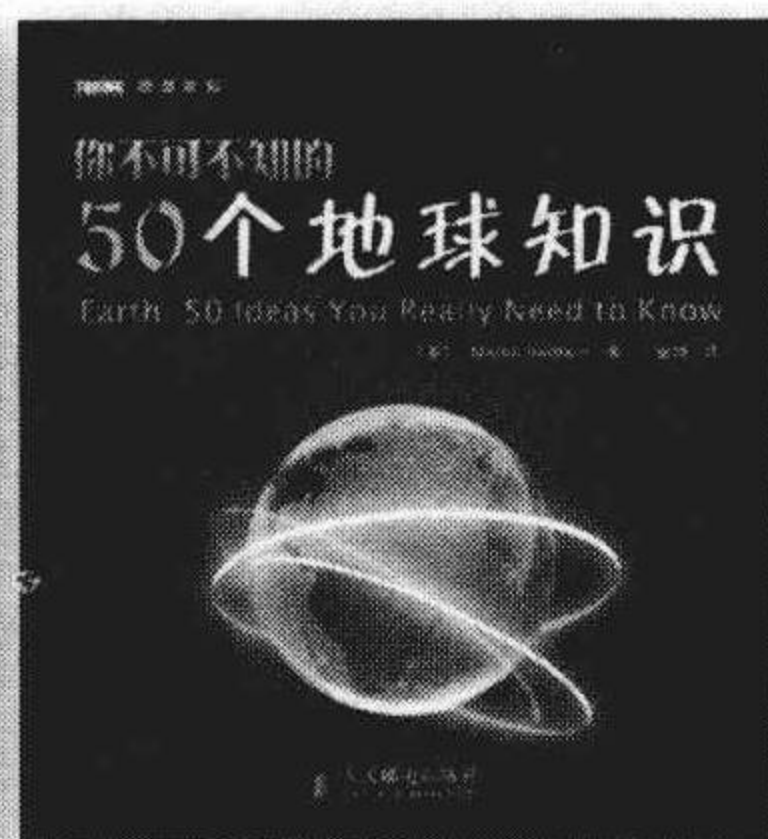
黑白, 2014-05, 32.00 元



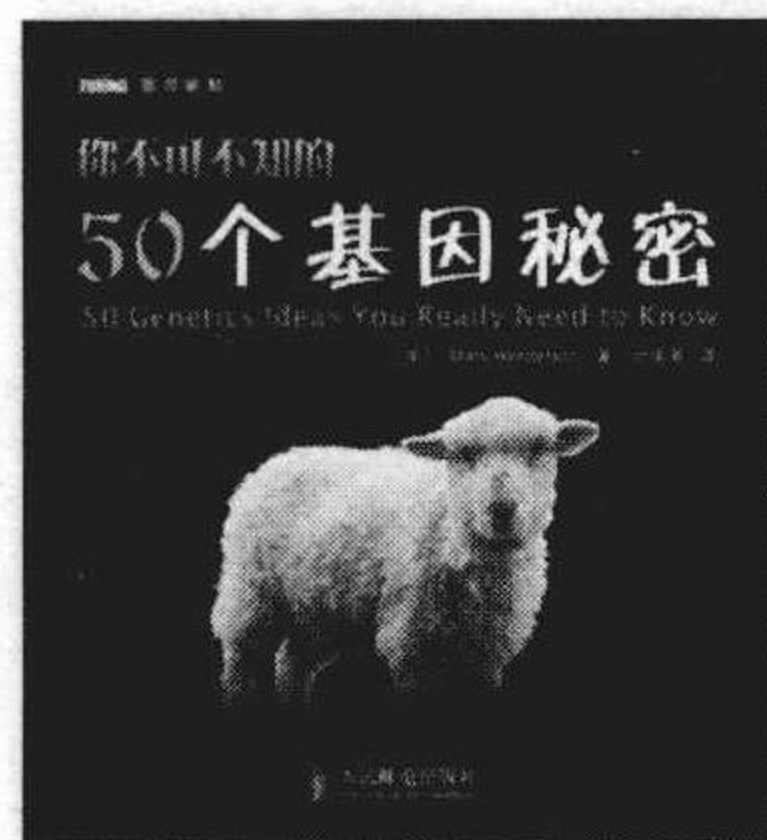
黑白, 2013-11, 32.00 元



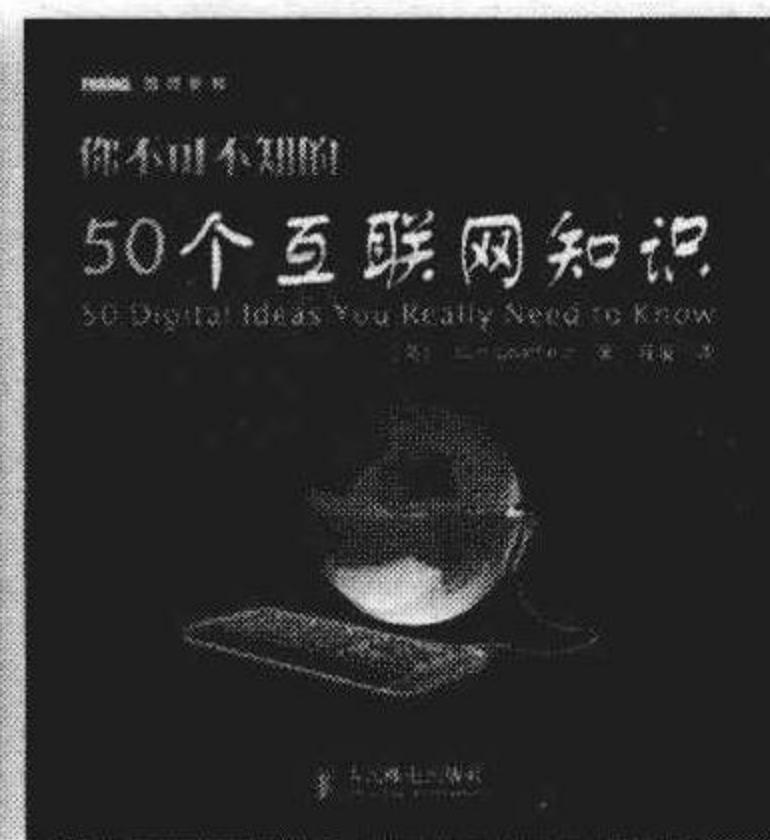
黑白, 2013-09, 32.00 元



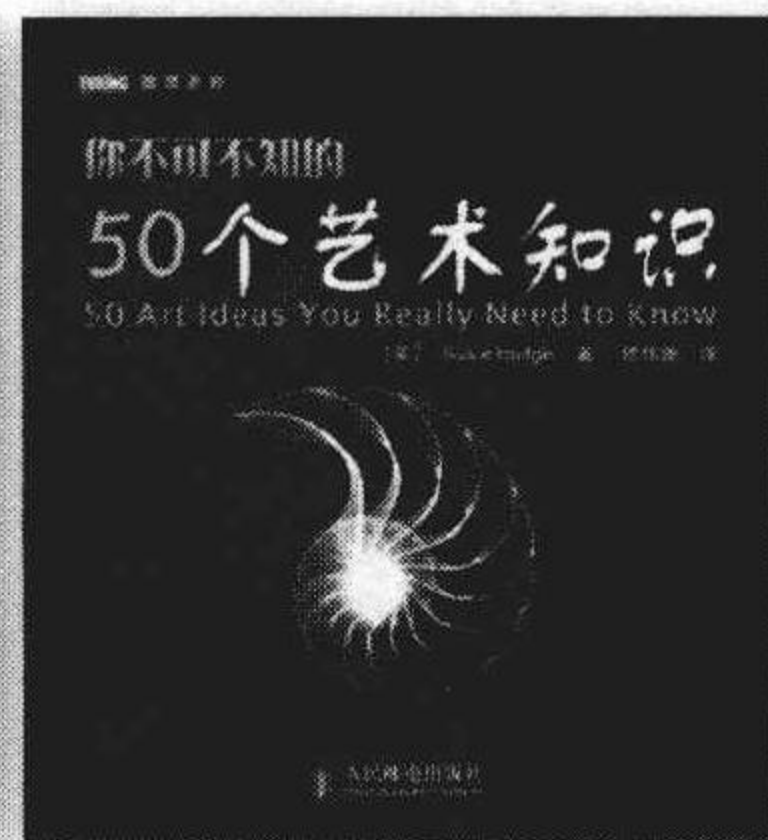
黑白, 2013-06, 32.00 元



黑白, 2013-05, 32.00 元



黑白, 2013-05, 32.00 元



黑白, 2013-03, 29.00 元



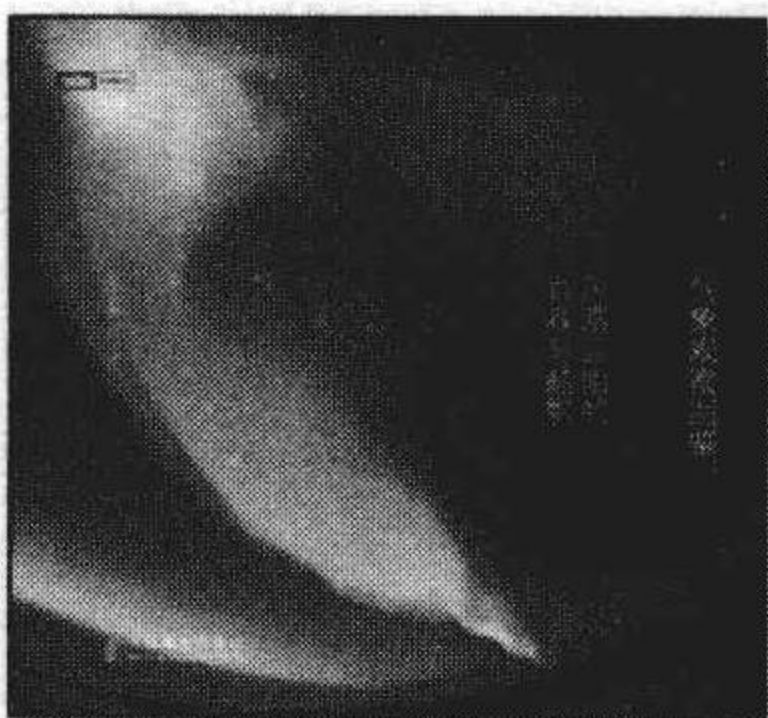
全彩, 2015-11, 59.00 元



全彩, 2015-11, 49.00 元



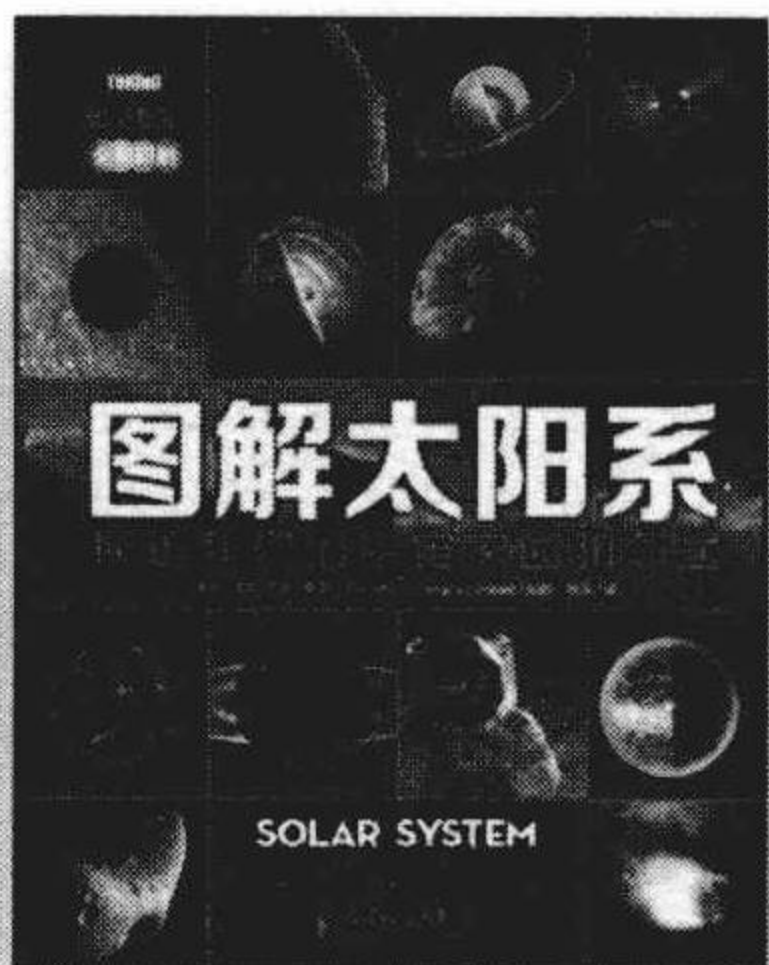
全彩, 2015-06, 49.00 元



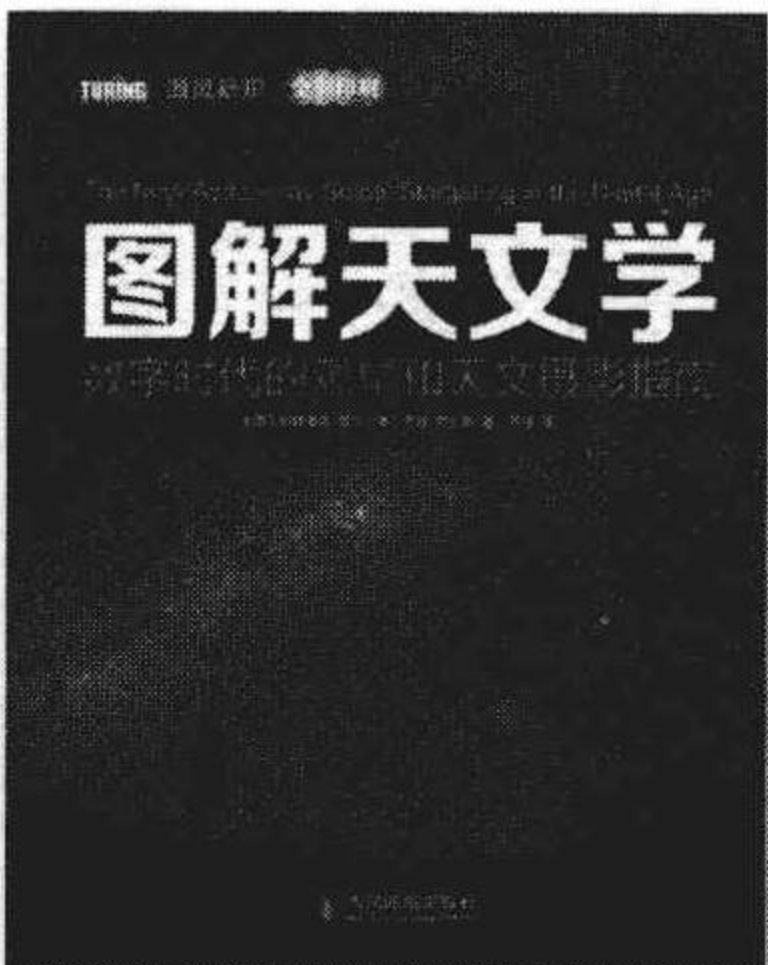
全彩, 2015-02, 49.00 元



全彩, 2015-01, 42.00 元



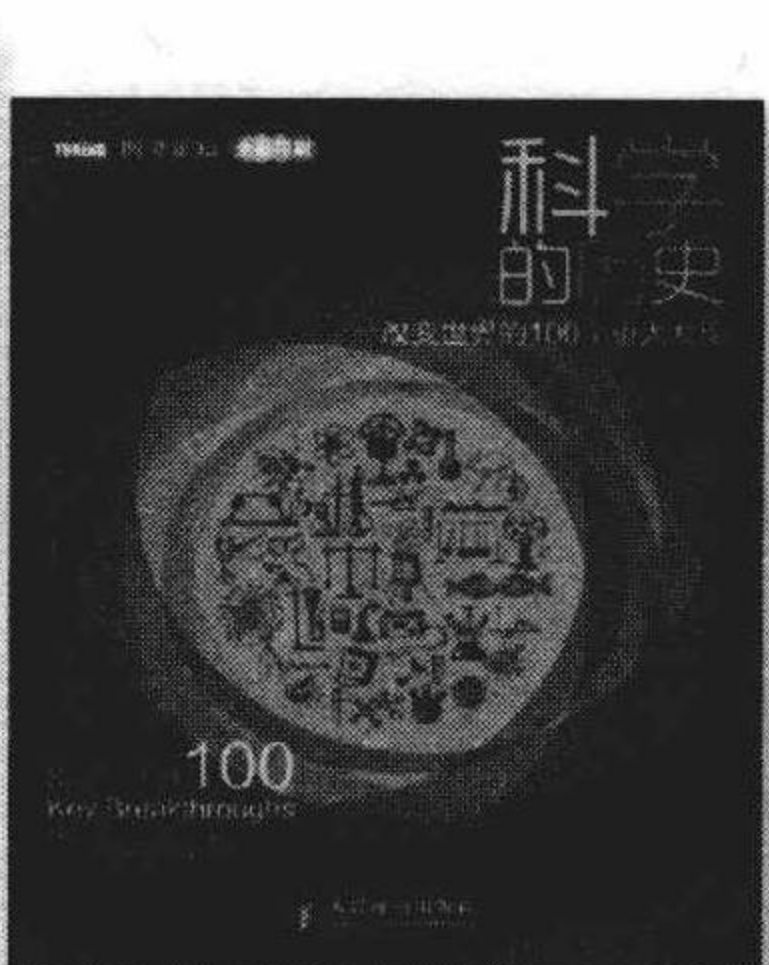
全彩, 2014-09, 79.00 元



全彩, 2014-07, 79.00 元



全彩, 2014-04, 69.00 元



全彩, 2014-03, 99.00 元

版 权 声 明

Original edition, entitled *Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities*, by Ian Stewart, ISBN 978-1-84668-064-9, published by Profile Books Ltd.

Copyright © Joat Enterprises 2008, All rights reserved. This translation published under License.

Translation edition published by POSTS & TELECOM PRESS
Copyright © 2017.

本书简体中文版由Profile Books Ltd. 授权人民邮电出版社独家出版。
版权所有，侵权必究。

目 录

| | | | |
|--------------------|----|-------------------|----|
| 从这里开始..... | 1 | 纽结理论..... | 27 |
| 遭遇外星人..... | 3 | 白尾巴猫..... | 30 |
| 动物点兵游戏..... | 4 | 找出假硬币..... | 31 |
| 奇妙的计算..... | 5 | 双方块日历..... | 34 |
| 纸牌三角..... | 5 | 数学笑话 1..... | 35 |
| 正十二面体立体模型..... | 6 | 作弊的骰子..... | 35 |
| “割断”手指..... | 7 | 一道古老的年龄问题..... | 36 |
| 农民卖大头菜..... | 8 | 为什么负负得正? | 36 |
| 四色定理..... | 9 | 白鹭装..... | 38 |
| 长毛狗故事..... | 15 | 希腊十字..... | 38 |
| 长毛猫故事..... | 18 | 如何记忆圆周率? | 39 |
| 帽中兔子..... | 18 | 哥尼斯堡七桥问题..... | 40 |
| 过河问题 1——农产品 | 19 | 如何有时间研究数学? | 42 |
| 更多奇妙的计算..... | 20 | 在五边形中寻找欧拉路径..... | 43 |
| 取出樱桃..... | 21 | 衔尾蛇环..... | 44 |
| 折出正五边形..... | 22 | 衔尾蛇环面..... | 45 |
| π 是什么? | 22 | 谁是毕达哥拉斯? | 45 |
| 立法规定 π 的值..... | 23 | 毕达哥拉斯定理的一些证明..... | 47 |
| 要是他们当初 | | 常量孔..... | 48 |
| 通过了这一法案..... | 24 | 费马大定理..... | 49 |
| 空玻璃杯..... | 25 | 毕达哥拉斯三元组..... | 56 |
| 有多少..... | 25 | 质因子..... | 57 |
| 三道脑筋急转弯..... | 26 | 毕达哥拉斯三元组一个 | |
| 骑士巡游..... | 26 | 不为人知的特性..... | 59 |

| | | | |
|-------------------------------|----|-----------------------|-----|
| 算 100 点 | 60 | 新基数词 | 90 |
| 用正方形拼出正方形 | 60 | 拼出基数词 | 92 |
| 幻方 | 62 | 拼写错误 | 93 |
| 平方的幻方 | 64 | 膨胀的宇宙 | 93 |
| 环路的内侧和外侧 | 65 | 什么是黄金比例? | 94 |
| 理论 vs.应用 | 67 | 什么是斐波那契数? | 96 |
| 幻六边 | 67 | 塑性数 | 101 |
| 五角星棋 | 67 | 家族聚会 | 102 |
| 墙纸模式 | 68 | 不松手! | 103 |
| 丢番图去世时多大年纪? | 70 | 定理: 所有数都是有趣的 | 103 |
| 不要以为数学家的算术都很好 | 70 | 定理: 所有数都是无趣的 | 104 |
| The Sphinx is a Reptile | 71 | 最常出现的数字 | 104 |
| 六度分隔 | 72 | 为什么这条曲线 | |
| 在尝试三等分角前必读 | 74 | 被称为女巫? | 107 |
| 兰福德立方体 | 77 | 莫比乌斯与莫比乌斯带 | 109 |
| 倍立方体 | 78 | 老笑话一则 | 111 |
| 幻星 | 78 | 另外三道脑筋急转弯 | 111 |
| 宽度固定的曲线 | 79 | 密铺之种种 | 111 |
| 连接电线 | 80 | 混沌理论 | 114 |
| 移动硬币 | 80 | 滑雪胜地 | 121 |
| 被骗走的车 | 81 | 皮克定理 | 121 |
| 空间填充曲线 | 82 | 几大数学奖项 | 123 |
| 误打误撞 | 83 | 为什么没有诺贝尔数学奖? | 125 |
| 方轮子 | 83 | 是否存在完全矩体? | 126 |
| 为什么不能除以零? | 84 | 真假悖论 | 127 |
| 过河问题 2——妒忌的丈夫 | 85 | 我的 MP3 播放器何时会重复? | 128 |
| 为什么你偏偏是博罗梅奥呢? | 86 | 六个猪圈 | 130 |
| 算个百分比 | 87 | 获得专利的质数 | 131 |
| 人分几种 | 87 | 庞加莱猜想 | 131 |
| 香肠猜想 | 88 | 河马逻辑 | 135 |
| 愚人结 | 89 | 兰顿蚂蚁 | 136 |

| | | | |
|---------------------------|-----|-----------------------------------|-----|
| 绳子上的猪..... | 138 | 麦克马洪方块..... | 178 |
| 突击考试..... | 139 | -1 的平方根是多少? | 178 |
| 反重力锥..... | 140 | 最美数学公式..... | 181 |
| 数学笑话 2..... | 141 | 为什么美丽的欧拉公式 是正确的? | 181 |
| 为什么高斯选择成为 一位数学家? | 141 | 复电话..... | 183 |
| 娥眉月是什么形状? | 145 | 撬动地球..... | 183 |
| 数学背景..... | 145 | 分形: 大自然的几何学..... | 184 |
| 什么是梅森质数? | 146 | 缺失的符号..... | 190 |
| 哥德巴赫猜想..... | 149 | 有志者墙竟成..... | 190 |
| 更下面的龟..... | 151 | 一些常数的前 50 位..... | 191 |
| 希尔伯特酒店..... | 152 | 里夏尔悖论..... | 191 |
| 连续统大巴..... | 155 | 水电气三通..... | 193 |
| 一个令人困惑的剖分..... | 157 | 困难的问题实际上很简单? | 193 |
| 一个真正令人困惑的剖分..... | 158 | 不要选到山羊..... | 196 |
| 我袖子里没有东西..... | 161 | 所有三角形都是等腰三角形..... | 197 |
| 我裤腿里没有东西..... | 162 | 年龄的平方..... | 198 |
| 两条垂线..... | 162 | 哥德尔定理..... | 198 |
| 人能听出鼓的形状吗? | 164 | 如果 π 不是个分数, 那如何能算出它? | 202 |
| e 是什么? | 167 | 无穷收益..... | 204 |
| 皇后出行..... | 168 | 听天由命..... | 205 |
| 正多面体..... | 168 | 又有多少..... | 205 |
| 欧拉公式..... | 171 | 彩虹是什么形状的? | 207 |
| 今天是周几? | 173 | 外星人绑架..... | 208 |
| 严格从逻辑上讲..... | 174 | 黎曼猜想..... | 208 |
| 是否合逻辑? | 174 | 哈代与上帝..... | 213 |
| 配种问题..... | 175 | 黎曼猜想的证否..... | 213 |
| 公平分配..... | 175 | 公园谋杀案..... | 214 |
| 第六宗罪..... | 176 | 立方体干酪..... | 215 |
| 奇怪的算术..... | 177 | 生命游戏..... | 215 |
| 井有多深? | 177 | | |

vi | 目 录

| | | | |
|------------------|-----|--------------|-----|
| 奇偶赛马 | 221 | 复杂性科学 | 231 |
| 为什么不能如法炮制? | 222 | 名副其实 | 235 |
| 数学笑话 3 | 223 | 龙形曲线 | 236 |
| 开普勒猜想 | 224 | 翻棋游戏 | 237 |
| 牛奶箱问题 | 228 | 球形面包切片 | 238 |
| 男女平等 | 228 | 数理神学 | 238 |
| 公路网 | 229 | 秘密小抄 | 243 |
| 同义反复谚语 | 229 | | |

从这里开始

在我十四岁时，我开始记笔记。一个数学笔记。在你认为我可悲之前，我有必要解释一下，这个笔记并不是用来记录学校里教授的数学，而是用来记录我搜集到的任何我感到有趣但又**没有**在学校教授的数学。后来我发现，这样的数学相当多，因为很快我不得不又买了一个笔记本。

好吧，现在你可以对我嗤之以鼻了。不过在你这样做之前，你有没有注意到这个令人悲伤的小故事里的讯息？你在学校里学的数学并不是**数学的全部**。或者换个更好的说法：**你在学校里没有学到的数学其实十分有趣**。事实上，其中很多会趣味十足，特别是当你不需要担心通过考试或者正确求和时。

我的笔记本逐渐累积到了六本之多（我现在还保留着它们），而等到我发现复印机的好处，我的数学笔记便开始填充文件柜。本书则是我的文件柜的精选，是有趣的数学游戏、谜题、故事和八卦的大杂烩。大部分内容独立成篇，所以你可以从几乎任意一处着手阅读。小部分内容则形成了一些短小的系列。我一直认为，大杂烩就该五花八门，而本书就是如此。

书中的游戏和谜题包括一些经久不衰的经典，它们一度十分流行，后来也会时不时地重新出现，而当它们重新出现时，它们往往会再次激起人们的兴致。比如跑车和山羊谜题以及十二枚硬币称重谜题都曾在媒体上引起过巨大轰动：一个在美国，一个在英国。书中还有大量材料是全新的，专为本书而设计。我努力使谜题多样化，所以书中既有逻辑谜题、几何谜题，也有数字谜题、概率谜题；既有数学文化的奇闻轶事可

供一笑，也有需要实际操作和制作的问题。

知道一点数学的好处之一是可以让朋友们刮目相看。（不过我建议还是低调点好，因为你这样做也有可能会惹恼他们。）为了达到这个目的，一个很好的方法是努力跟上最新的热点。所以我在书中穿插了一些短文，用非正式、非技术性的文字解释一些在媒体上已被大肆报道的最新数学进展，比如费马大定理、四色定理、庞加莱猜想、混沌理论、分形、复杂性科学，以及彭罗斯模式。好吧，也会谈到一些尚未解决的问题，以表明数学并非已经全部大功告成。其中有些问题是消遣性的，有些则是严肃的，比如 $P=NP?$ 问题，解决这个问题可以获得百万美元的奖金。你可能之前没有听说过这个问题，但你需要知道有这笔奖金。

此外，还有一些篇幅更短的文字会谈到许多耳熟能详却依然引人入胜的话题，比如 π 、质数、毕达哥拉斯定理、排列以及密铺，谈及有关它们的有趣事实和发现。而关于著名数学家的趣闻轶事则给本书添加了历史深度，并让我们有机会善意地调笑他们可爱的小缺点。

最后，尽管我的确说过，你可以从几乎任意一处着手阅读（相信我，你确实可以），但老实说，最好还是从头开始，可以依照顺序跳着阅读。毕竟前面的一些内容会对理解后面的内容有所帮助，而且前面的内容一般来说也比较简单，而后面的内容其中有些就比较……具有挑战性。不过我已经尽量把一些简单的内容掺杂在各处，以免你太快地耗尽脑力。

我希望通过展示数学有趣而迷人的一面来激发你的想像力。我希望你能通过阅读本书享受到乐趣，而如果本书能吸引你亲自参与到数学当中，体验发现带来的兴奋，并了解数学的重要发展（不管它们是来自四千年前的、上一周的，或是未来的），我更会喜出望外。

伊恩·斯图尔特

2008年1月于英国考文垂

遭遇外星人

太空船“无助号”绕着心智不健全星的轨道飞行。夸克船长和克波克大副被传送到了星球的表面。

“根据《银河大指南》的记载，这个星球上生活着两个智能的外星种族。”夸克说。

“没错，船长，分别是诚实族和说谎族。他们都讲银河语，不过根据他们回答问题的方式可以辨别他们的种族，因为诚实族总是说真话，而说谎族总是说假话。”

“但在外形上——”

“——没有区别，船长。”

夸克听到了什么声音。他转过身来，发现三个外星人正慢慢接近自己。他们看上去完全一样。

“欢迎来到心智不健全星！”一个外星人说。

“谢谢。我叫夸克。你是……”夸克停住了。“问他们叫什么没有意义，”他自言自语道，“因为就我们所知，问出的名字将是错误的。”

“这合乎逻辑，船长。”克波克说。

“鉴于我们的银河语说得不太好，”夸克随机应变道，“希望你们不介意我叫你们阿尔菲、贝蒂和杰玛。”他一边说一边依次指向那三个外星人。然后他对克波克小声说：“我们也不知道他们的性别。”

“他们都是她他它性。”克波克说。

“管他什么性。阿尔菲，我问你：贝蒂属于哪个种族？”

“说谎族。”

“哦。贝蒂：阿尔菲和杰玛属于不同的种族吗？”

“不是。”

4 | 动物点兵游戏

“好……他们很健谈，不是吗？嗯……杰玛：贝蒂属于哪个种族？”

“诚实族。”

夸克看似胸有成竹地点了点头。“好了，这样的话，事情就清楚了。”

“什么清楚了，船长？”

“他们分别属于哪个种族。”

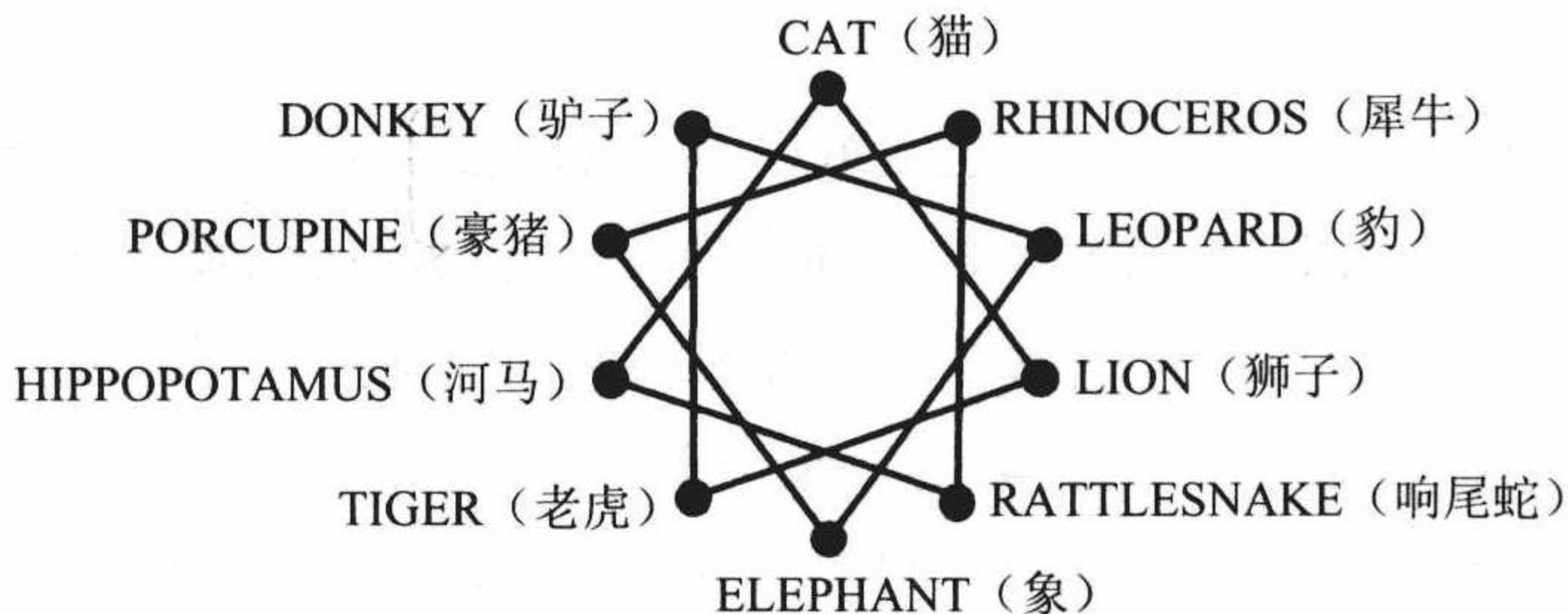
“明白了。那他们分别是——？”

“我一点头绪也没有，克波克。逻辑推理难道不是你的特长吗？”

详解参见第244页。

动物点兵游戏

这是一个适合在聚会上跟儿童玩的很棒的数学游戏。每个人依次从下图中选择一种动物，然后逐个字母拼出这个动物的英文名称；与此同时，你或另外一个小孩在听到一个字母后点十角星的一个顶点——要求是，你必须从标有“RHINOCEROS”的顶点开始，并沿着每条线顺时针移动。结果很神奇，当他们念出最后一个字母时，你会点到对应的动物。



拼名称找动物

为什么会这样？其实很简单，沿线遇到的第三个词是“CAT”，有三个字母；第四个词是“LION”，有四个字母；依此类推。为了避免让人

一眼看穿这个花招，位置0、1和2处的动物分别有10、11和12个字母。由于点十次后你会回到起点，所以一切正常。

为了更好地掩饰这个花招，可以使用动物的图像——在上图中，为了清晰起见，我使用了它们的名称。

奇妙的计算

你的计算器也可以表演一些把戏。

(1) 进行下面的乘法运算，你发现了什么规律？

$$1 \times 1$$

$$11 \times 11$$

$$111 \times 111$$

$$1111 \times 1111$$

$$11\ 111 \times 11\ 111$$

如果继续增加1的个数，这种模式还会继续吗？

(2) 输入数

$$142\ 857$$

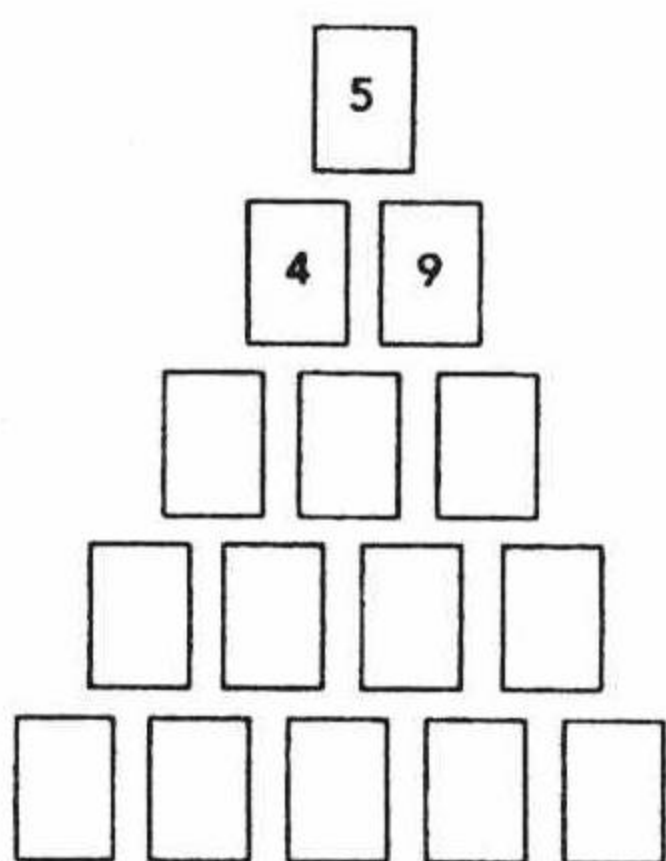
(最好存储到寄存器中)，并将其分别与2、3、4、5、6和7相乘。你注意到了什么？

详解参见第244页。

纸牌三角

我有十五张牌，分别从1到15连续编号。我想把它们排列成一个三角形。我已经摆出了最上面的三张牌，如下图所示。

6 | 正十二面体立体模型



纸牌三角

我想让每张牌都是其正下方左右两张牌的差。例如，5是4与9的差。（总是用较大的数减去较小的数，以便得到的差总为正值。）显而易见，这个条件对最下面一行不适用。

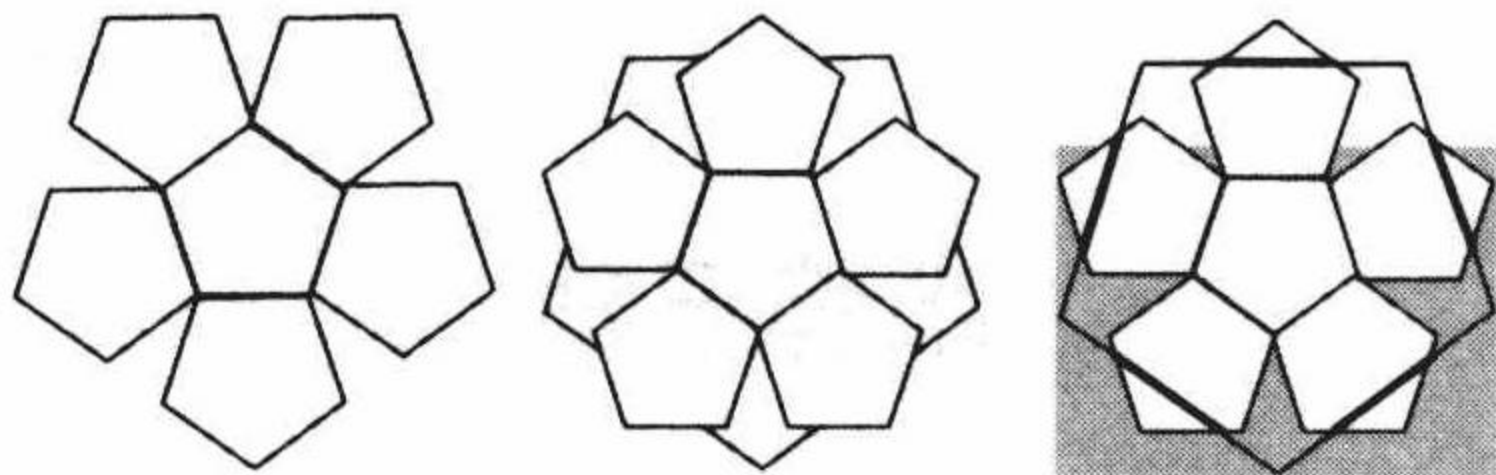
最上面的三张牌已经摆好了，并且它们符合要求。你知道该如何摆放剩下的十二张牌吗？

用从1开始的连续整数，数学家已经找到分别有两行、三行或四行的、像这样的“差三角”。人们已经证明，不存在有六行或六行以上的差三角。

详解参见第245页。

正十二面体立体模型

正十二面体由十二个正五边形构成，是五种正多面体之一。



制作正十二面体立体模型的三个步骤

从一块厚纸板上剪出两个与上面左图相同的形状，直径约10厘米。