圣才学习网
www.100xuexi.com

全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试辅导系列

注册土木工程师（岩土）基础考试

过关必做1500题（含历年真题）

（第3版）

主编：圣才学习网
www.100xuexi.com

中国石化出版社
HTTP://WWW.SINOPEC-PRESS.COM
教·育·出·版·中·心

全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列

注册土木工程师(岩土)基础考试

过关必做1500题(含历年真题)(第3版)

主编:圣才学习网

www.100xuexi.com

中国石化出版社

内 容 提 要

本书是全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试基础考试的过关必做习题集，包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排，共分为18章，根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题，其中包括了部分**历年真题**。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容，侧重于选用常考重难点习题，并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

圣才学习网（www.100xuexi.com）提供注册土木工程师（岩土）等各种工程类考试辅导方案【网络课程、多媒体e书、多媒体题库等】（详细介绍参见本书书前彩页）。购书享受大礼包增值服务【100元网授班+20元真题模考+20元圣才学习卡】。本书特别适用于参加全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试的考生，也可供各大院校土木工程专业的师生参考。

图书在版编目（CIP）数据

注册土木工程师（岩土）基础考试过关必做1500题：含历年真题／圣才学习网主编．—3版．—北京：中国石化出版社，2014.5
（全国注册土木工程师（岩土）执业资格考试辅导系列）
ISBN 978－7－5114－2811－0

Ⅰ.①注… Ⅱ.①圣… Ⅲ.①岩土工程－工程师－资格考试－习题集 Ⅳ.①TU－44

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第086383号

中国石化出版社出版发行
地址：北京市东城区安定门外大街58号
邮编：100011 电话：(010)84271850
读者服务部电话：(010)84289974
http://www.sinopec-press.com
E-mail：press@sinopec.com
北京东运印刷有限公司印刷
全国各地新华书店经销

*

787×1092毫米 16开本 26.75印张 4彩页 674千字
2014年6月第3版 2014年6月第1次印刷
定价：56.00元

《全国注册土木工程师(岩土)
执业资格考试辅导系列》
编　委　会

序　言

为了帮助考生顺利通过全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试，我们根据最新考试大纲和相关考试用书编写了注册土木工程师(岩土)执业资格考试辅导系列：

1.《注册土木工程师(岩土)基础考试过关必做1500题(含历年真题)》

2.《注册土木工程师(岩土)专业知识考试过关必做1500题(含历年真题)》

3.《注册土木工程师(岩土)专业案例考试过关必做500题(含历年真题)》

本书是全国注册土木工程师(岩土)执业资格考试基础考试的过关必做习题集，包括上午考试和下午考试。本书遵循最新考试大纲的内容编排，共分为18章，根据考试内容和相关要求精心编写了约1500道习题，其中包括了部分**历年真题**。所选习题基本涵盖了考试大纲规定需要掌握的知识内容，侧重于选用常考重难点习题，并对大部分习题进行了详细的分析和解答。

购买本书享受大礼包增值服务，登录相关网站，刮开所购图书封面防伪标的密码，即可享受大礼包增值服务：①价值100元的网授班。可冲抵价值100元的网授班学费。②价值20元的真题模考。可免费参加或者下载价值20元的历年真题模拟试题(在线考试)。③价值20元的圣才学习卡。您的账户可以获得20元充值，可在圣才学习网旗下所有网站进行消费。

与本书相配套，圣才学习网提供注册土木工程师(岩土)考试网络课程、多媒体e书、多媒体题库(免费下载，免费升级)(详细介绍参见本书书前彩页)。

圣才学习网(www.100xuexi.com)是一家为全国各类考试和专业课学习提供名师网络课程、多媒体e书、多媒体题库(免费下载，免费升级)等全方位教育服务的综合性学习型视频学习网站，拥有近100种考试(含418个考试科目)、194种经典教材(含英语、经济、管理、证券、金融等共16大类)，合计近万小时的面授班、网授班课程。

工程考试：www.100xuexi.com(圣才学习网)
考研辅导：www.100exam.com(圣才考研网)

圣才学习网编辑部

目　录

第一章　高等数学

第一节　空间解析几何

单项选择题(下列选项中，只有一项符合题意)

1. 已知向量 $\boldsymbol{\alpha}=(-3,\ -2,\ 1)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,\ -4,\ -5)$，则 $|\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}|$ 等于(　　)。[2013 年真题]

   A. 0　　B. 6　　C. $14\sqrt{3}$　　D. $14\boldsymbol{i}+16\boldsymbol{j}-10\boldsymbol{k}$

   【解析】$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -3 & -2 & 1\\ 1 & -4 & -5\end{vmatrix}=14\boldsymbol{i}-14\boldsymbol{j}+14\boldsymbol{k}$，所以

   $|\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}|=\sqrt{(14)^2+(-14)^2+(14)^2}=14\sqrt{3}$。

2. 设直线方程为 $\begin{cases}x=t+1\\ y=2t-2\\ z=-3t+3\end{cases}$，则该直线(　　)。[2010 年真题]

   A. 过点$(-1,\ 2,\ -3)$，方向向量为 $\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}$

   B. 过点$(-1,\ 2,\ -3)$，方向向量为 $-\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

   C. 过点$(1,\ 2,\ -3)$，方向向量为 $\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

   D. 过点$(1,\ -2,\ 3)$，方向向量为 $-\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$

   【解析】把直线方程的参数形式改写成标准形式 $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-3}$，则直线的方向向量为 $\pm(1,\ 2,\ -3)$，过点$(1,\ -2,\ 3)$。

3. 已知直线 L：$\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{2}$，平面 π：$-2x+2y+z-1=0$，则(　　)。[2013 年真题]

   A. L 与 π 垂直相交　　B. L 平行于 π 但 L 不在 π 上

   C. L 与 π 非垂直相交　　D. L 在 π 上

   【解析】直线 L 的方向向量为$(3,\ -1,\ 2)$，平面 π 的法向量为$(-2,\ 2,\ 1)$，$\frac{3}{-2}\neq\frac{-1}{2}\neq\frac{2}{1}$，故直线与平面不垂直；又 $3\times(-2)+(-1)\times2+2\times1\neq0$，所以直线与平面不平行。所以直线与平面非垂直相交。

4. 设直线 L 为 $\begin{cases}x+3y+2z=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$，则直线和平面的关系是(　　)。[2012 年真题]

1C　2D　3C　4C

A. L 平行于 π　　B. L 在 π 上　　C. L 垂直于 π　　D. L 与 π 斜交

【解析】直线 L 的方向向量为：$\boldsymbol{s}=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -10 \end{vmatrix}=-28\boldsymbol{i}+14\boldsymbol{j}-7\boldsymbol{k}$，即 $\boldsymbol{s}=\{-28,14,-7\}$。平面 π 的法线向量为：$\boldsymbol{n}=\{4,-2,1\}$。由上可得，$\boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{n}$ 坐标成比例，即 $\frac{-28}{4}=\frac{14}{-2}=\frac{-7}{1}$，故 $\boldsymbol{s}/\!/\boldsymbol{n}$ 直线 L 垂直于平面 π。

5. 设直线方程为 $x=y-1=z$，平面方程为 $x-2y+z=0$，则直线与平面（　　）。[2011 年真题]

A. 重合　　B. 平行不重合　　C. 垂直相交　　D. 相交不垂直

【解析】直线的方向向量 $\boldsymbol{s}=(1,1,1)$，平面的法向量 $\boldsymbol{n}=(1,-2,1)$，$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{n}=1-2+1=0$，则这两个向量垂直，即直线与平面平行。又该直线上的点 $(0,1,0)$ 不在平面上，故直线与平面不重合。

6. 方程 $x^2-\frac{y^2}{4}+z^2=1$，表示（　　）。[2012 年真题]

A. 旋转双曲面　　B. 双叶双曲面　　C. 双曲柱面　　D. 锥面

【解析】方程 $x^2-\frac{y^2}{4}+z^2=1$，即 $x^2+z^2-\frac{y^2}{4}=1$，可由 xoy 平面上双曲线 $\begin{cases} x^2-\frac{y^2}{4}=1 \\ z=0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转得到，或可由 yoz 平面上双曲线 $\begin{cases} z^2-\frac{y^2}{4}=1 \\ x=0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转得到。即该方程表示旋转双曲面。

7. 在三维空间中方程 $y^2-z^2=1$ 所代表的图形是（　　）。[2011 年真题]

A. 母线平行 x 轴的双曲柱面　　B. 母线平行 y 轴的双曲柱面

C. 母线平行 z 轴的双曲柱面　　D. 双曲线

【解析】由于 $\begin{cases} y^2-z^2=1 \\ x=0 \end{cases}$ 表示在 $x=0$ 的平面上的双曲线，故三维空间中方程 $y^2-z^2=1$ 表示双曲柱面，x 取值为 $(-\infty,+\infty)$，即为母线平行 x 轴的双曲柱面。

8. 曲线 $x^2+4y^2+z^2=4$ 与平面 $x+z=a$ 的交线在 yoz 平面上的投影方程是（　　）。[2012 年真题]

A. $\begin{cases} (a-z)^2+4y^2+z^2=4 \\ x=0 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} x^2+4y^2+(a-x)^2=4 \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x^2+4y^2+(a-x)^2=4 \\ x=0 \end{cases}$　　D. $(a-z)^2+4y^2+z^2=4$

【解析】令方程组为：$\begin{cases} x^2+4y^2+z^2=4 & ① \\ x+z=a & ② \end{cases}$，由式②得：$x=a-z$。将上式代入式①得：

5B　6A　7A　8A

$(a-z)^2+4y^2+z^2=4$。则曲线在 yoz 平面上投影方程为：$\begin{cases}(a-z)^2+4y^2+z^2=4\\x=0\end{cases}$。

9. 设 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$、$\boldsymbol{\gamma}$ 都是非零向量，若 $\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}$，则(　　)。

A. $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\gamma}$　　B. $\boldsymbol{\alpha}/\!/\boldsymbol{\beta}$ 且 $\boldsymbol{\alpha}/\!/\boldsymbol{\gamma}$　　C. $\boldsymbol{\alpha}/\!/(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$　　D. $\boldsymbol{\alpha}\perp(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$

【解析】根据题意可得，$\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha}\times\boldsymbol{\gamma}=\boldsymbol{\alpha}\times(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})=0$，故 $\boldsymbol{\alpha}/\!/(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\gamma})$。

10. 设 $\boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{k}$，与 $\boldsymbol{\alpha}$、$\boldsymbol{\beta}$ 都垂直的单位向量为(　　)。

A. $\pm(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$　　B. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$

C. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$　　D. $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$

【解析】根据题意，先将向量表示为点：$\boldsymbol{\alpha}=(1,2,3)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,-3,-2)$；

设与它们垂直的单位向量为 $\boldsymbol{\gamma}=(x,y,z)$，则有

$$\begin{cases}x+2y+3z=0\\x-3y-2z=0\\x^2+y^2+z^2=1\end{cases}$$

解得，$\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt{3}}\\y=\frac{1}{\sqrt{3}}\\z=-\frac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\frac{1}{\sqrt{3}}\\y=-\frac{1}{\sqrt{3}}\\z=\frac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$。表示成单位向量为：$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$。

11. 已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 均为非零向量，而 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，则(　　)。

A. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$　　C. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$　　D. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=0$

【解析】由 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$ 及 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 知，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$。即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$。

12. 设三向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足关系式 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则(　　)。

A. 必有 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　B. 必有 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$

C. 当 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$ 时必有 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{a}$ 与 $(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$ 均不为 0 时必有 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

【解析】因 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$ 且 $\boldsymbol{a}\neq0$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}\neq0$，故 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$，即 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$，$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$。

13. 设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 为非零向量，则与 $\boldsymbol{a}$ 不垂直的向量是(　　)。

A. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{b}-\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{a}$

【解析】由两向量垂直的充要条件：两向量的数量积为零，以及由向量的运算法则有

A 项，$\boldsymbol{a}\cdot[(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}]=0$；B 项，$\boldsymbol{a}\cdot\left[\boldsymbol{b}-\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|^2}\boldsymbol{a}\right]=0$；

9C　10D　11C　12D　13D

C 项，$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=0$；D 项，$\boldsymbol{a}\cdot[\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{a}]=|\boldsymbol{a}|^2\neq0$。

14. 设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为非零向量，且满足$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})$，$(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=($　　)。

A. 0　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{2}{3}\pi$

【解析】由两向量垂直的充要条件得：

$$\begin{cases}(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot(7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})=0\\(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\cdot(7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=0\end{cases}$$

即$\begin{cases}7|\boldsymbol{a}|^2+16\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-15|\boldsymbol{b}|^2=0 & ①\\7|\boldsymbol{a}|^2-30\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+8|\boldsymbol{b}|^2=0 & ②\end{cases}$

①－②得：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\dfrac{|\boldsymbol{b}|^2}{2}$，①×8＋②×15 得：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\dfrac{|\boldsymbol{a}|^2}{2}$，

由上两式得：$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$。

从而 $\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\dfrac{\frac{|\boldsymbol{b}|^2}{2}}{|\boldsymbol{b}|^2}=\dfrac{1}{2}$，因此 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$。

15. 已知 $|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，则 $|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=($　　)。

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

【解析】由 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{2}$，得 $\cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，因此

有 $|\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=2\sqrt{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=2$。

16. 设向量 $\boldsymbol{x}$ 垂直于向量 $\boldsymbol{a}=(2,3,-1)$和 $\boldsymbol{b}=(1,-2,3)$，且与 $\boldsymbol{c}=(2,-1,1)$的数量积为 -6，则向量 $\boldsymbol{x}=($　　)。

A. $(-3,3,3)$　　B. $(-3,1,1)$　　C. $(0,6,0)$　　D. $(0,3,-3)$

【解析】由题意可得，$\boldsymbol{x}/\!/\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，而 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(2,3,-1)\times(1,-2,3)=(7,-7,-7)=7(1,-1,-1)$，所以 $\boldsymbol{x}=(x,-x,-x)$。再由 $-6=\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{c}=(x,-x,-x)\cdot(2,-1,1)=2x$ 得，$x=-3$，所以 $\boldsymbol{x}=(-3,3,3)$。

17. 直线 L_1：$\begin{cases}x+2y-z=7\\-2x+y+z=7\end{cases}$与 L_2：$\begin{cases}3x+6y-3z=8\\2x-y-z=0\end{cases}$之间的关系是(　　)。

A. $L_1/\!/L_2$　　B. L_1，L_2 相交但不垂直

C. $L_1\perp L_2$ 但不相交　　D. L_1，L_2 是异面直线

【解析】由于 $\boldsymbol{l}_1=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&2&-1\\-2&1&1\end{vmatrix}=3\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+5\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{l}_1/\!/L_1$；$\boldsymbol{l}_2=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\3&6&-3\\2&-1&-1\end{vmatrix}=-9\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}-$

14C　15A　16A　17A

$15\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{l}_2 /\!/ L_2$；因$\frac{3}{-9}=\frac{1}{-3}=\frac{5}{-15}$，故 $\boldsymbol{l}_1 /\!/ \boldsymbol{l}_2$，即 $L_1 /\!/ L_2$。

18. 已知直线方程$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0\\A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0\end{cases}$中所有系数都不等于 0，且$\frac{A_1}{D_1}=\frac{A_2}{D_2}$，则该直线（　　）。

A. 平行于 x 轴　　B. 与 x 轴相交　　C. 通过原点　　D. 与 x 轴重合

【解析】因$\frac{A_1}{D_1}=\frac{A_2}{D_2}$，故在原直线的方程中可消去 x 及 D，故得原直线在 yoz 平面上的投影直线方程为$\begin{cases}By+Cz=0\\x=0\end{cases}$，在 yoz 平面上的投影过原点，故原直线必与 x 轴相交。

19. 已知直线 L_1 过点 $M_1(0,\ 0,\ -1)$ 且平行于 x 轴，L_2 过点 $M_2(0,\ 0,\ 1)$ 且垂直于 xoz 平面，则到两直线等距离点的轨迹方程为（　　）。

A. $x^2+y^2=4z$　　B. $x^2-y^2=2z$　　C. $x^2-y^2=z$　　D. $x^2-y^2=4z$

【解析】两直线的方程为：L_1：$\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{0}$，$L_2$：$\frac{x}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{0}$。设动点为 $M(x,\ y,\ z)$，则由点到直线的距离的公式知：$d_i=\frac{|\overrightarrow{M_iM}\times\boldsymbol{l}_i|}{|\boldsymbol{l}_i|}$（其中 $\boldsymbol{l}_i$ 是直线 L_i 的方向向量），则：$d_1=\frac{\sqrt{[-(z+1)]^2+(-y)^2}}{1}$；$d_2=\frac{\sqrt{[-(z-1)]^2+x^2}}{1}$。由 $d_1=d_2$ 得：$d_1^2=d_2^2$，故 $(z+1)^2+y^2=(z-1)^2+x^2$，即 $x^2-y^2=4z$。

20. 在平面 $x+y+z-2=0$ 和平面 $x+2y-z-1=0$ 的交线上有一点 M，它与平面 $x+2y+z+1=0$ 和 $x+2y+z-3=0$ 等距离，则 M 点的坐标为（　　）。

A. $(2,\ 0,\ 0)$　　B. $(0,\ 0,\ -1)$　　C. $(3,\ -1,\ 0)$　　D. $(0,\ 1,\ 1)$

【解析】A 项，点$(2,\ 0,\ 0)$不在平面 $x+2y-z-1=0$ 上；B 项，点$(0,\ 0,\ -1)$不在平面 $x+y+z-2=0$ 上；D 项，点$(0,\ 1,\ 1)$与两平面不等距离。

21. 设平面 α 平行于两直线$\frac{x}{2}=\frac{y}{-2}=z$ 及 $2x=y=z$，且与曲面 $z=x^2+y^2+1$ 相切，则 α 的方程为（　　）。

A. $4x+2y-z=0$　　B. $4x-2y+z+3=0$

C. $16x+8y-16z+11=0$　　D. $16x-8y+8z-1=0$

【解析】由平面 α 平行于两已知直线，知平面 α 的法向量为：$\boldsymbol{n}=(2,\ -2,\ 1)\times(1,\ 2,\ 2)=-3(2,\ 1,\ -2)$。设切点为$(x_0,\ y_0,\ z_0)$，则切点处曲面的法向量为$(2x_0,\ 2y_0,\ -1)$，故$\frac{2}{2x_0}=\frac{1}{2y_0}=\frac{-2}{-1}$，由此解得 $x_0=\frac{1}{2}$，$y_0=\frac{1}{4}$，从而 $z_0=x_0^2+y_0^2+1=\frac{21}{16}$。因此 α 的方程为：$2(x-\frac{1}{2})+(y-\frac{1}{4})-2(z-\frac{21}{16})=0$，即 $16x+8y-16z+11=0$。

18B　19D　20C　21C

22. 三个平面 $x=cy+bz$，$y=az+cx$，$z=bx+ay$ 过同一直线的充要条件是(　　)。

A. $a+b+c+2abc=0$　　B. $a+b+c+2abc=1$

C. $a^2+b^2+c^2+2abc=0$　　D. $a^2+b^2+c^2+2abc=1$

【解析】由于三个平面过同一直线⇔线性齐次方程组

$$\begin{cases}x-cy-bz=0\\cx-y+az=0\\bx+ay-z=0\end{cases}\text{有无穷解}\Leftrightarrow\text{行列式}\begin{vmatrix}1&-c&-b\\c&-1&a\\b&a&-1\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2abc=1。$$

23. 通过直线 $\begin{cases}x=2t-1\\y=3t+2\\z=2t-3\end{cases}$ 和直线 $\begin{cases}x=2t+3\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$ 的平面方程为(　　)。

A. $x-z-2=0$　　B. $x+z=0$　　C. $x-2y+z=0$　　D. $x+y+z=1$

【解析】因点$(-1,2,-3)$不在平面 $x+z=0$ 上，故可排除 B 项；因点$(3,-1,1)$不在$x-2y+z=0$和 $x+y+z=1$ 这两个平面上，故可排除 CD 两项，选 A 项。

24. 直线 L 为 $\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面 π 为 $4x-2y+z-2=0$，则(　　)。

A. L 平行于 π　　B. L 在 π 上　　C. L 垂直于 π　　D. L 与 π 斜交

【解析】直线 L 的方向向量

$$\boldsymbol{s}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&3&2\\2&-1&-10\end{vmatrix}=-7(4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$$

平面 π 的法向量 $\boldsymbol{n}=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，所以 $\boldsymbol{s}/\!/\boldsymbol{n}$，即直线 L 垂直于平面 π。

25. 设有直线 L_1：$x=-1+t$，$y=5-2t$，$z=-8+t$，L_2：$\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$，则两线的夹角为(　　)。

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

【解析】两直线的夹角即为两直线的方向向量的夹角，而 L_1 的方向向量为 $\boldsymbol{s}_1=(1,-2,1)$，$L_2$ 的方向向量为 $\boldsymbol{s}_2=(1,-1,0)\times(0,2,1)=(-1,-1,2)$。

$\boldsymbol{s}_1$，$\boldsymbol{s}_2$ 夹角 α 的余弦为：$\cos\alpha=\dfrac{\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2}{|\boldsymbol{s}_1||\boldsymbol{s}_2|}=\dfrac{3}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}$，所以 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$。

26. 过点$(-1,2,3)$垂直于直线 $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{6}$ 且平行于平面 $7x+8y+9z+10=0$ 的直线是(　　)。

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$　　B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$　　D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$

22D　23A　24C　25C　26A

【解析】直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$的方向向量为 $\boldsymbol{s}=(4, 5, 6)$，平面 $7x+8y+9z+10=0$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(7, 8, 9)$。显然 A、B、C 中的直线均过点$(-1, 2, 3)$。对于 A 中直线的方向向量为 $\boldsymbol{s}_1=(1, -2, 1)$，有 $\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{s}_1\perp\boldsymbol{n}$，可见 A 中直线与已知直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$垂直，与平面 $7x+8y+9z+10=0$ 平行。

27. 若直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$与$\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$相交，则必有(　　)。

A. $\lambda=1$　　B. $\lambda=\frac{3}{2}$　　C. $\lambda=-\frac{4}{5}$　　D. $\lambda=\frac{5}{4}$

【解析】如果两直线相交，则这两条直线的方向向量与这两条直线上两点连线构成的向量应在同一平面上，由此来确定 λ。点 $A(1, -1, 1)$，$B(-1, 1, 0)$分别为两条直线上的一点，则$\overrightarrow{AB}=(-2, 2, -1)$，两条直线的方向向量分别为 $\boldsymbol{s}_1=(1, 2, \lambda)$，$\boldsymbol{s}_2=(1, 1, 1)$，这三个向量应在同一个平面上，即：

$$\begin{vmatrix}-2 & 2 & -1\\ 1 & 2 & \lambda\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=4\lambda-5=0\text{，解得：}\lambda=\frac{5}{4}\text{。}$$

28. 过点 $P(1, 0, 1)$且与两条直线 L_1：$\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{0}$和 L_2：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{1}$都相交的直线的方向向量可取为(　　)。

A. $(-1, 1, 2)$　　B. $(-1, 1, -2)$

C. $(1, 1, -2)$　　D. $(1, 1, 2)$

【解析】设过点 $P(1, 0, 1)$的直线 L 分别与直线 L_1 与 L_2 交于点 A 和点 B，由 L_1 和 L_2 的方程知，存在常数 λ 使点 A 的坐标为$(\lambda, \lambda-1, -1)$，存在常数 μ 使点 B 的坐标为$(1+\mu, 2, 3+\mu)$，且$\overrightarrow{PA}/\!/\overrightarrow{PB}$，即：$\frac{\lambda-1}{\mu}=\frac{\lambda-1}{2}=\frac{-2}{2+\mu}$。由此可求得 $\lambda=0$，$\mu=2$，即点 A 为$(0, -1, -1)$，点 B 为$(3, 2, 5)$。从而，直线 L 的方向向量可取任一平行于$\overrightarrow{AB}=(3, 3, 6)$的非零向量。

29. 下列方程中代表锥面的是(　　)。

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}-z^2=0$　　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}-z^2=1$　　C. $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}-z^2=1$　　D. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}+z^2=1$

【解析】锥面方程的标准形式为：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$。

30. 已知曲面 $z=4-x^2-y^2$ 上点 P 处的切平面平行于平面 $2x+2y+z-1=0$，则点 P 的坐标是(　　)。

A. $(1, -1, 2)$　　B. $(-1, 1, 2)$　　C. $(1, 1, 2)$　　D. $(-1, -1, 2)$

【解析】即求曲面 S：$F(x, y, z)=0$，其中 $F(x, y, z)=z+x^2+y^2-4$ 上点 P 使 S 在该

27D　28D　29A　30C

点处的法向量 $\boldsymbol{n}$ 与平面 π：$2x+2y+z-1=0$ 的法向量 $\boldsymbol{n}_0=(2,\ 2,\ 1)$平行。

S 在 $P(x,\ y,\ z)$处的法向量 $\boldsymbol{n}=\left(\frac{\partial F}{\partial x},\ \frac{\partial F}{\partial y},\ \frac{\partial F}{\partial z}\right)=(2x,\ 2y,\ 1)$。$\boldsymbol{n}/\!/\boldsymbol{n}_0\Leftrightarrow\boldsymbol{n}=\lambda\boldsymbol{n}_0$，$\lambda$ 为常数，即 $2x=2\lambda$，$2y=2\lambda$，$1=\lambda$。即 $x=1$，$y=1$，又点 $P(x,\ y,\ z)\in S\Rightarrow z=4-x^2-y^2|_{(x,y)=(1,1)}=2$，求得 $P(1,\ 1,\ 2)$(P 不在给定的平面上)。

31. 母线平行于 ox 轴且通过曲线$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程为(　　)。

A. $3x^2+2z^2=16$　　B. $x^2+2y^2=16$　　C. $3y^2-z^2=16$　　D. $3y^2-z=16$

【解析】因柱面的母线平行于 x 轴，故其准线在 yoz 平面上，且为曲线在 yoz 平面上的投影，在方程组$\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$中消去 x 得：$\begin{cases}3y^2-z^2=16\\x=0\end{cases}$，此即为柱面的准线，故柱面的方程为：$3y^2-z^2=16$。

32. 曲线 L：$\begin{cases}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{5}=1 & ①\\x-2z+3=0 & ②\end{cases}$在 xoy 面上的投影柱面方程是(　　)。

A. $x^2+20y^2-24x-116=0$　　B. $4y^2+4z^2-12z-7=0$

C. $\begin{cases}x^2+20y^2-24x-116=0\\z=0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}4y^2+4z^2-12z-7=0\\x=0\end{cases}$

【解析 1】投影柱面方程是一个二元方程，C、D 表示的是曲线。而 B 中的方程中含 z，不可能是 L 在 xoy 面上的投影柱面方程。

【解析 2】由②得 $z=\frac{x+3}{2}$，代入①化简得：$x^2+20y^2-24x-116=0$，为 L 在 xoy 面上的投影柱面方程。

33. 方程$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-\frac{z^2}{3}=0$ 是一旋转曲面方程，它的旋转轴是(　　)。

A. x 轴　　B. y 轴　　C. z 轴　　D. 直线 $x=y=z$

【解析】由$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}=\frac{z^2}{3}$，所以 $z=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{x^2+y^2}$。

故曲面是由直线 $z=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}x$ 或 $z=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}y$ 绕 z 轴旋转而成。

34. 在曲线 $x=t$，$y=-t^2$，$z=t^3$ 的所有切线中，与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线(　　)。

A. 只有 1 条　　B. 只有 2 条　　C. 至少有 3 条　　D. 不存在

【解析】求曲线上的点，使该点处的切向量 $\boldsymbol{\tau}$ 与平面 $x+2y+z=4$ 的法向量 $\boldsymbol{n}=(1,\ 2,\ 1)$垂直。曲线在切点处的切向量 $\boldsymbol{\tau}=(x'(t),\ y'(t),\ z'(t))=(1,\ -2t,\ 3t^2)$。又 $\boldsymbol{n}\perp\boldsymbol{\tau}\Leftrightarrow\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\tau}=0$，即 $1-4t+3t^2=0$，解得：$t=1$，$t=\frac{1}{3}$。(对应于曲线上的点均不在给定的平面上)因此，只有两条这种切线。

31C　32A　33C　34B