

本书全面叙述了行星齿轮传动设计与制造的基本问题,如:分类、特点、运动学、功率的循环、效率、啮合几何特性,设计行星传动的均载机构、行星齿轮传动的润滑与冷却以及现代设计方法在行星传动设计上的应用。测绘、试验、CAD 和设计实例论述详尽,并讲述了主要构件的制造工艺、刀具和行星装配等问题。

本书可供从事齿轮传动工作的科研、设计、制造人员和大专院校师生参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

渐开线齿轮行星传动的设计与制造/渐开线齿轮行星传动的设计与制造编委会著. —北京:机械工业出版社, 2002. 4

ISBN 7-111-09832-3

I. 渐… II. 渐… III. ①渐开线齿轮-行星齿轮传动-机械设计  
②渐开线齿轮-行星齿轮传动-机械制造 IV. TH132. 425

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 007010 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:范兴国 盛君豪 版式设计:霍永明 责任校对:程俊巧

封面设计:姚毅 责任印制:何全君

北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2002 年 5 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub>·22.5 印张·581 千字

0 001—3 000 册

定价:43.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换  
本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677-2527

# 目 录

前言	
<b>第 1 章 概论</b> .....	1
1.1 术语与定义 .....	1
1.2 行星齿轮传动的类型 .....	2
1.3 行星齿轮传动的特点 .....	4
1.4 发展概况与方向 .....	5
<b>第 2 章 行星齿轮传动的运动学</b> .....	7
2.1 分析法 .....	7
2.2 图解法 .....	11
<b>第 3 章 行星齿轮传动的效率</b> .....	18
3.1 概述 .....	18
3.2 定轴齿轮传动的效率计算 .....	20
3.3 行星齿轮传动效率的计算 .....	21
3.4 2K-H 类行星齿轮传动的 效率计算 .....	22
3.5 3K 类行星齿轮传动的 效率计算 .....	27
3.6 渐开线少齿差行星传动的 效率计算 .....	33
<b>第 4 章 行星齿轮传动的啮合计算</b> .....	37
4.1 行星齿轮传动的齿轮齿数选择 .....	37
4.2 行星传动变位齿轮及几何计算 .....	52
<b>第 5 章 行星传动承载能力计算</b> .....	60
5.1 行星齿轮传动的受力分析 .....	60
5.2 计算方法的特点 .....	62
5.3 行星传动齿轮主要尺寸的 初步确定 .....	72
5.4 齿面接触疲劳强度校核计算 .....	77
5.5 轮齿弯曲疲劳强度校核计算 .....	81
<b>第 6 章 行星齿轮减(增)速器</b> .....	87
6.1 行星齿轮减速器(NGW 型 重载传动) .....	87
6.2 行星齿轮增速器(重载传动) .....	122
6.3 行星差速器 .....	125
<b>第 7 章 均载方法</b> .....	137
7.1 均载方法与装置 .....	137
7.2 均载方法与装置的选择 .....	147
7.3 均载构件等效误差分析与计算 .....	149
7.4 行星轮间载荷不均衡 系数的计算 .....	152
<b>第 8 章 主要构件的设计计算</b> .....	154
8.1 浮动用齿式联轴器的 设计与计算 .....	154
8.2 齿轮的设计与计算 .....	158
8.3 行星架的设计与计算 .....	167
8.4 基本构件和行星轮支撑结构 的设计与计算 .....	175
8.5 行星减速器机体结构 .....	181
8.6 整机结构尺寸分析 .....	183
<b>第 9 章 少齿差行星传动的设计</b> .....	187
9.1 概述 .....	187
9.2 传动型式及其传动比计算 .....	188
9.3 少齿差内啮合齿轮副的干涉与 变位系数的选择 .....	198
9.4 零齿差输出机构的设计与制造 .....	203
9.5 齿轮几何参数及尺寸选用表 .....	209
9.6 少齿差行星齿轮传动的 强度计算 .....	214
9.7 少齿差行星传动主要零件图 .....	220
<b>第 10 章 行星齿轮减速器的润滑   与冷却</b> .....	223
10.1 概述 .....	223
10.2 行星齿轮减速器的润滑 .....	224
10.3 润滑油的维护 .....	229
10.4 行星齿轮减速器的冷却 .....	230
<b>第 11 章 现代设计方法在行星传动   设计中的应用</b> .....	233
11.1 行星传动的可靠性设计 .....	233
11.2 确定行星传动的齿轮齿数 .....	237
11.3 变位齿轮传动的几何尺寸 计算 .....	239
11.4 行星传动的轮齿强度计算 .....	242
11.5 2K-H 行星齿轮减速器 优化设计 .....	249
<b>第 12 章 设计实例</b> .....	263
12.1 NGW 行星齿轮减速器设计 .....	263

12.2	渐开线少齿差行星减 速器设计 .....	275	14.2	试验装置 .....	326
<b>第 13 章</b>	<b>行星传动制造技术</b> .....	279	14.3	行星轮间载荷不均衡系数 的测定 .....	330
13.1	概述 .....	279	<b>第 15 章</b>	<b>行星齿轮减速器的测绘</b> .....	334
13.2	行星传动制造工艺规范 .....	287	15.1	概述 .....	334
13.3	主要零件加工工艺 .....	292	15.2	测绘前准备 .....	334
13.4	零齿差齿轮副的加工 .....	299	15.3	测绘步骤 .....	335
13.5	齿轮加工刀具 .....	301	15.4	测绘实例 .....	336
13.6	行星齿轮减速器装配、调整 及试验 .....	319	<b>参考文献</b> .....	346	
<b>第 14 章</b>	<b>试验</b> .....	326	<b>企业介绍</b> .....	347	
14.1	概述 .....	326			

# 第 1 章 概 论

## 1.1 术语与定义

### 1.1.1 轮系

由一系列齿轮组成的传动装置称齿轮机构或轮系，是应用最广泛的机械传动形式之一。根据轮系运转时各齿轮的几何轴线相对位置是否变动，可将轮系分为下列两种基本类型：

1) 定轴轮系 当轮系运转时，若组成该轮系的所有齿轮的几何轴线位置是固定不变的，称为定轴轮系或普通轮系。

2) 周转轮系 当轮系运转时，若组成轮系的齿轮中至少有一个齿轮的几何轴线不固定，而绕着另一齿轮的几何轴线回转者，称为周转轮系。图 1-1 所示的轮系，其中，齿轮 a、b 和构件 H 均绕几何轴线 OO 转动，而齿轮 g 一方面绕自身的几何轴线  $O_g$  转动（自转），同时又随  $O_g$  一起被构件 H 带着绕固定的几何轴线 OO 回转（公转），故为周转轮系。

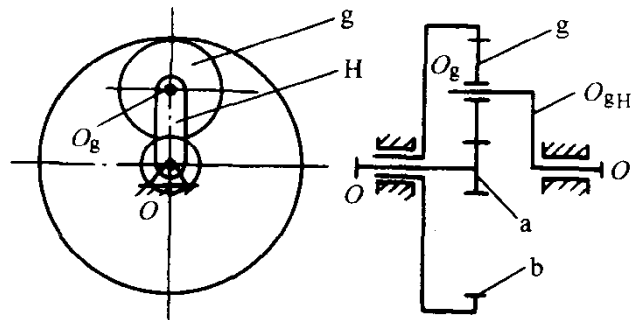


图 1-1 周转轮系

### 1.1.2 周转轮系的组成

1) 行星轮 在周转轮系中作自转和公转运动、如同行星的运动一样的齿轮称为行星齿轮，如图 1-1 中的齿轮 g。

2) 转臂 支承行星轮并使其公转的构件称为转臂（又称系杆、行星架），用符号 H 表示。

3) 中心轮 与行星轮相啮合而其轴线又与主轴线相重合的齿轮称中心轮，外齿中心轮用符号 a 或 c 表示，内齿中心轮用符号 b 或 e 表示。通常又将最小的外齿中心轮 a 称为太阳轮，而将固定不动的中心轮称为支持轮（内齿轮）。

4) 基本构件 转臂 H 绕其转动的轴线称为主轴线，如图 1-1 中的 OO。凡是轴线与主轴线重合而又承受外力矩的构件称为基本构件，如图 1-1 中的中心轮 a、b 和转臂 H。大多数周转轮系都具有这三个基本构件。

### 1.1.3 周转轮系的种类

周转轮系按其平面机构自由度的数目，可分为行星轮系和差动轮系两种。

1) 行星轮系 平面机构自由度等于 1 的周转轮系称为行星轮系。在图 1-1 所示周转轮系中，运动构件（齿轮 a、g 及转臂 H，假设将 b 与机架固连）数  $n=3$ ，低副数  $P_1=3$ ，高副数  $P_h=2$ ，机构的自由度为：

$$W = 3n - 2P_1 - P_h = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$

这说明只要有一个主动构件，轮系就有确定的运动，即为行星轮系。将周转轮系的中心轮之一固定于机壳，其他两个基本构件分别为主动构件和从动构件的结构，都是行星轮系。若将转臂 H 固定于机壳上，就成定轴轮系了。

2) 差动轮系 平面机构自由度等于 2 的周转轮系称为差动轮系。如图 1-1 所示周转轮系的内齿轮 b 能绕基本轴线 OO 转动，其运动构件数  $n=4$ ，低副数  $P_1=4$ ，高副数  $P_h=2$ ，该机构的自由度为：

$$W = 3n - 2 \quad P_i - P_h = 3 \times 4 - 2 \times 4 - 2 = 2$$

这说明这种轮系必须有两个具有独立运动的主构件，才能有确定的运动，故为差动轮系。从结构上看，周转轮系三个基本构件都可以转动时就成为差动轮系。如果从一个基本构件输入运动，差动轮系就将此运动分解为另外两个基本构件的运动而输出；反之，如果从两个基本构件输入各自独立的运动，则差动轮系就将其合成为一个运动，由第三个基本构件输出。在实践中，前者如汽车后桥的差速器，后者如飞机螺旋桨用的一种驱动装置。

工程界习惯上常将行星轮系和差动轮系的齿轮传动机构统称为行星齿轮传动。

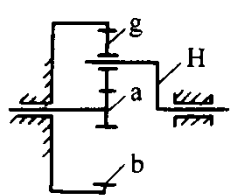
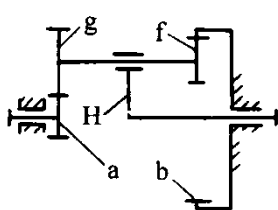
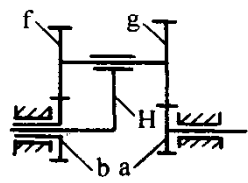
## 1.2 行星齿轮传动的类型

行星齿轮传动的类型很多，分类方法也不少。本书主要根据苏联库德略夫采夫(Кудрявцев)提出的按行星传动机构的基本构件的不同来进行分类。这是因为库氏的分类法较好地体现了行星传动机构的特点，而且在我国和国外(如前苏联、日本等)早已被人们普遍采用和接受了。在此分类法中，基本构件代号为：K—中心轮，H—转臂，V—输出轴。根据基本构件代号来命名，行星齿轮传动可分为2K-H、3K和K-H-V三种基本类型，其他结构型式的行星齿轮传动大都是它们的演化型式或组合型式。

此外，苏联的特卡钦科(Ткаченко)提出按传动机构中齿轮的啮合方式，将行星齿轮传动分为三种基本型式，即AA、II和AI三种，A表示外啮合，I表示内啮合。这与我国机械行业标准“NGW型行星齿轮减速器标准(JB/T 6502—1993)”相似。按传动机构中齿轮的啮合方式，可将上述三大基本类型再细分为许多传动型式，如NGW、NW、NN、NGWN和ZUWGW型等，其中按首字汉字拼音N—内啮合，W—外啮合，G—内外啮合公用行星齿轮，ZU—锥齿轮。

表1-1列出了常用行星齿轮传动机构的类型、机构简图、主要技术参数及应用特点，下面逐一加以阐述。

表 1-1 常用行星齿轮传动机构的类型及特点

传动类型		传动简图	传动比范围	传动效率	传动功率范围	特点及应用
组件	型					
2K-H 负号机构	NGW		$i_{aH}^b = 2.8 \sim 13$ 推荐 3~9	$\eta_{aH}^b = 0.97 \sim 0.99$	不限	适用于任何工况下任何功率的减速或增速装置
2K-H 负号机构	NW		$i_{aH}^b = 1 \sim 50$ 推荐值 8~16	$\eta_{aH}^b = 0.97 \sim 0.99$	不限	用途同上，但径向尺寸较紧凑，而制造安装较复杂
2K-H 正号机构	WW		$ i_{aH}^b  = 1.2 \sim$ 几千		很少用于动力传动，短时工作制 $\leq 20$	当传动比很大而传递功率很小时才采用。当H从动， $ i $ 小于某一值时机构自锁

(续)

传动类型		传动简图	传动比范围	传动效率	传动功率范围	特点及应用
组件	型					
2K-H 正号机构	NN		传递小功率 $i_{Ha}^b = 1700$ , 推荐 值 30~100	当 $i_{Ha}^b = 10 \sim 100$ $\eta_{Ha}^b = 0.7 \sim 0.9$	$\leq 40\text{kW}$	用于短时工作制中小功率传动。当 H 从动时 $ i $ 达某值后机构自锁。
2K-H 负号机构	ZUWG W		$i_{ab}^H = -1$	当 $n_b = 0$ 或 $n_a = 0$ , $\eta_{Ha}^b = 0.98$	$\leq 60\text{kW}$	主要用于差动装置
3K	NGWN		$ i_{ae}^b  = 500$ 推荐值 20~100	$\eta_{ae}^b = 0.8 \sim 0.9$	短期工作 $\leq 120\text{kW}$ , 长期工作 $\leq 10\text{kW}$	结构紧凑, 传动比范围较大, 但制造安装较复杂。适于短期工作中小功率传动。 $ i_{ae}^b $ 达某值后机构自锁
K-H-V	N		$i_{Hv}^b = 10 \sim 100$	$\eta_{Hv}^b = 0.8 \sim 0.97$	短期工作 $\leq 100\text{kW}$	结构紧凑, 外廓尺寸小, 渐开线齿形, 用于中小功率短时工作制; 摆线针轮可用于任意工作制

### 1.2.1 2K-H 型行星齿轮传动

拥有两个中心轮 (2K)、一个转臂 (H) 的行星齿轮机构的类型代号为 2K-H。在 2K-H 传动中, 若转臂固定, 中心轮 a 和 b 的回转方向相反, 则这种条件下的传动比  $i_{ab}^H$  (右上角标 H 代表固定构件) 规定为负号, 即  $i_{ab}^H < 0$ , 称为负号机构。若转臂 H 固定, 中心轮 a 和 b 的转向相同, 这时的传动比规定为正号, 即  $i_{ab}^H > 0$ , 称为正号机构。2K-H 类行星齿轮传动又可分为如下几种型式 (其传动简图见表 1-1):

1) NGW 型 该型由内外啮合和公用行星轮组成。它的结构简单、轴向尺寸小、工艺性好、效率高, 然而传动比较小。但 NGW 型能多级串联成传动比大的轮系, 这样便克服了单级传动比较小的缺点。故 NGW 型成为动力传动中应用最多、传递功率最大的一种行星传动。

2) NW 型 该型由一对内啮合和一对外啮合齿轮组成。由于把行星轮做成双联齿轮, 使其为双排内外啮合而没有公用齿轮。与 NGW 型相比, NW 型传动比范围大、效率相仿、轴向尺寸大、结构较复杂、工艺性差一些, 当传动比大于 7 时, 径向尺寸显著减少。

3) WW 型 该型由双排两对外啮合齿轮组成。其突出的特点是能通过调整四个齿轮的齿数, 轻而易举地得到 1.2 至数千范围的传动比。但效率低, 并且随着传动比增加而急剧下降。当

传动比大于某数值后，轮系就自锁。故 WW 型多用于传递运动，而很少用于传递动力（若用于差动传动时，功率可较大）。

4) NN 型 该型由双排两对内啮合齿轮组成，通过调整行星轮与中心轮的齿数关系，可以得到的传动比范围比 NGW 型的大；但效率低，传动比大到一定程度会出现自锁。与 WW 型相比，NN 型尺寸紧凑、效率稍高。故 NN 型一般用于小功率、短时、间断工作制的传动装置中。

5) ZUWGW 型 该型由两对外啮合锥齿轮组成，有一个公用行星轮。除具有 NGW 型的特点外，其行星轮轴线与两中心轮轴线垂直，便于从两边出轴，主要用作差动装置，很少用作减速传动。

### 1.2.2 3K 型行星齿轮传动

这种传动由三个中心轮 a、b 和 e，转臂 H 以及双联行星齿轮组成。由于转臂 H 不承受外力矩，仅起支承行星轮的作用，故不是基本构件，三个中心轮是基本构件。按拥有基本构件的情况，将这类轮系称为 3K 型，而按啮合方式则为 NGWN 型。

3K 型轮系可以较小的尺寸实现小于 500 的传动比，且可以组成串联的多级 NGWN 型轮系。但与 2K-H 类的 NGW 型相比，效率低且随传动比的增加而显著降低，工艺性也差，故该轮系只适于中小功率的短时中断性工作制的动力传动装置。

### 1.2.3 K-H-V 型行星齿轮传动

这种传动的的基本构件为内齿中心轮 b、转臂 H 和构件 V，称为 K-H-V 类轮系。这类传动仅有一种型式，因只有一对内啮合齿轮，所以按啮合方式属于 N 型。

当转臂 H 输入运动时，行星轮 g 与内齿中心轮 b 啮合，因 b 是固定的，g 被迫绕自身轴线自转，同时又随转臂 H 绕主轴线公转。又因行星轮 g 与构件 V 不同心，其合成转动是平面运动，必须借助于一个输出机构才能将转动传给 V。这个输出机构称为 W 机构，常用的输出机构有销轴式、浮盘式、滑块式、零齿差式等（详见第 9 章）。

K-H-V 型轮系的传动比是靠一对内啮合齿轮的齿数差实现的，齿数差通常为 1~4。当主动齿轮的齿数足够多时就能得到大的传动比。所以又称少齿差行星齿轮传动。

K-H-V 型传动结构紧凑、尺寸小，单级传动比为 10~100，效率较高（齿轮用渐开线齿形时  $\eta_{HV}^p = 0.8 \sim 0.94$ ），齿轮强度高，常用于减速传动装置。

以上所述各行星齿轮机构，若它们的三个中心构件都回转，则成为差动齿轮机构。虽然 2K-H、3K 和 K-H-V 三种类型都可作为差动齿轮机构，但实际上只采用 2K-H 型做差动机构，因为它是在最低成本条件下能实现的最可靠机构。

此外，封闭行星齿轮机构（差动行星齿轮机构中的中心轮与转臂之间，或两中心轮之间形成封闭运动链）实际上大多也是 2K-H 型加上封闭运动链构成的。由上可见 2K-H 型应用范围之广。

## 1.3 行星齿轮传动的特点

行星齿轮传动与普通齿轮传动相比，当它们的零件材料和机械性能、制造精度、工作条件等均相同时，前者具有一系列突出的优点，因此它常被用作减速器、增速器、差速器和换向机构以及其它特殊用途。行星齿轮传动的主要特点如下：

(1) 体积小、重量轻、结构紧凑，传递功率大、承载能力高

这个特点是由行星齿轮传动的结构等内在因素决定的。

1) 功率分流 用几个完全相同的行星齿轮均匀地分布在中心轮的周围来共同分担载荷，因

而使每个齿轮所受的载荷较小，相应齿轮模数就可较小。

2) 合理地应用了内啮合 充分利用内啮合承载能力高和内齿轮（或称内齿圈）的空间容积，从而缩小了径向、轴向尺寸，使结构很紧凑而承载能力又很高。

3) 共轴线式的传动装置 各中心轮构成共轴线式的传动，输入轴与输出轴共轴线，使这种传动装置长度方向的尺寸大大缩小。

表 1-2 行星齿轮减速器与普通定轴齿轮减速器比较

项 目	行星齿轮减速器	普通定轴齿轮减速器
重量/kg	3471	6943
高度/m	1.31	1.80
长度/m	1.29	1.42
宽度/m	1.35	2.36
体积/m <sup>3</sup>	2.29	6.09
齿宽/m	0.18	0.41
损失功率/kW	81	95
圆周速度/m/s	42.7	99.4

### (2) 传动比大

只要适当选择行星传动的类型及配齿方案，便可利用少数几个齿轮而得到很大的传动比。在不作为动力传动而主要用以传递运动的行星机构中，其传动比可达到几千。此外，行星齿轮传动由于它的三个基本构

件都可以转动，故可实现运动的合成与分解，以及有级和无级变速传动等复杂的运动。

### (3) 传动效率高

由于行星齿轮传动采用了对称的分流传动结构，即它具有数个均匀分布的行星齿轮，使作用于中心轮和转臂轴承中的反作用力相互平衡，有利于提高传动效率。在传动类型选择恰当、结构布置合理的情况下，其效率可达 0.97~0.99。

### (4) 运动平稳、抗冲击和振动的能力较强。

由于采用数个相同的行星轮，均匀分布于中心轮周围，从而可使行星轮与转臂的惯性力相互平衡。同时，也使参与啮合的齿数增多，故行星齿轮传动的运动平稳，抗冲击和振动的能力较强，工作较可靠。

表 1-2 列出了 Delaval 公司生产的传动比  $i=7.15$ ，功率  $P=4400\text{kW}$  的行星齿轮减速器与一般减速器比较的结果，可见行星齿轮机构的优越<sup>[17]</sup>。

在具有上述特点和优越性的同时，行星齿轮传动也存在一些缺点，如结构形式比定轴齿轮传动复杂；对制造质量要求较高；由于体积小、散热面积小导致油温升高，故要求严格的润滑与冷却装置等。

## 1.4 发展概况与方向

### 1.4.1 发展概况

我国早在南北朝时代（公元 429~500 年），祖冲之发明了有行星齿轮的差动式指南车。因此我国行星齿轮传动的应用比欧美各国早 1300 多年。

1880 年德国第一个行星齿轮传动装置的专利出现了。19 世纪以来，随着机械工业特别是汽车和飞机工业的发展，对行星齿轮传动的发展有很大影响。1920 年首次成批制造出行星齿轮传动装置，并首先用作汽车的差速器。1938 年起集中发展汽车用的行星齿轮传动装置。二次世界大战后，高速大功率船舰、透平发电机组、透平压缩机组、航空发动机及工程机械的发展，促进行星齿轮传动的发展。

高速大功率行星齿轮传动广泛的实际应用，于 1951 年首先在德国获得成功。1958 年后，英、意、日、美、苏、瑞士等国亦获得成功，均有系列产品，并已成批生产，普遍应用。英国 Allen



齿轮公司生产的压缩机用行星减速器，功率 25740kW；德国 Renk 公司生产的船用行星减速器，功率 11030kW。

低速重载行星减速器已由系列产品发展到生产特殊用途产品，如法国 Citroen 生产用于水泥磨、榨糖机、矿山设备的行星减速器，重量达 125t，输出转矩 3900kN·m；德国 Renk 公司生产矿井提升机的行星减速器，功率 1600kW， $i=13$ ，输出转矩 350kN·m；日本宇都兴产公司生产了一台 3200kW， $i=720/480$ ，输出转矩 2100 kN·m 的行星减速器。

我国从 20 世纪 60 年代起开始研制应用行星齿轮减速器，20 世纪 70 年代制订了 NGW 型渐开线行星齿轮减速器标准系列 JB1799—1976。一些专业定点厂已成批生产了 NGW 型标准系列产品，使用效果很好。已研制成功高速大功率的多种行星齿轮减速器，如列车电站燃气轮机（3000kW）、高速汽轮机（500kW）和万立方米制氧透平压缩机（6300kW）的行星齿轮箱。低速大转矩的行星减速器也已批量生产，如矿井提升机的 XL-30 型行星减速器（800kW），双滚筒采煤机之行星齿轮减速器（375kW）。

#### 1.4.2 发展方向

世界各先进工业国，经由工业化、信息化时代，正在进入知识化时代，行星齿轮传动在设计上日趋完善，制造技术不断进步，使行星齿轮传动已达到了较高水平。我国与世界先进水平虽存在明显差距，但随着改革开放带来设备引进、技术引进，在消化吸收国外先进技术方面取得长足的进步。目前行星齿轮传动正向以下几个方向发展：

1) 向高速大功率及低速大转矩的方向发展。例如年产 300kt 合成氨透平压缩机的行星齿轮增速器，其齿轮圆周速度已达 150m/s；日本生产了巨型船舰推进系统用的行星齿轮箱，功率为 22065kW；大型水泥磨中所用 80/125 型行星齿轮箱，输出转矩高达 4150 kN·m。在这类产品的设计与制造中需要继续解决均载、平衡、密封、润滑、零件材料与热处理及高效率、长寿命、可靠性等一系列设计制造技术问题。

2) 向无级变速行星齿轮传动发展。实现无级变速就是让行星齿轮传动中三个基本构件都转动并传递功率，这只要对原行星机构中固定的构件附加一个转动（如采用液压泵及液压马达系统来实现），就能成为无级变速器。

3) 向复合式行星齿轮传动发展。近年来，国外将蜗杆传动、螺旋齿轮传动、圆锥齿轮传动与行星齿轮传动组合使用，构成复合式行星齿轮箱。其高速级用前述各种定轴类型传动，低速级用行星齿轮传动，这样可适应相交轴和交错轴间的传动，可实现大传动比和大转矩输出等不同用途，充分利用各类型传动的特点，克服各自的弱点，以适应市场上多样化需要。如制碱工业澄清桶用蜗杆蜗轮-行星齿轮减速器，总传动比  $i=4462.5$ ，输出轴  $n=0.215\text{r/min}$ ，输出转矩 27200N·m。

4) 向少齿差行星齿轮传动方向发展。这类传动主要用于大传动比、小功率传动。

5) 制造技术的发展方向。采用新型优质钢材，经热处理获得高硬齿面（内齿轮离子渗氮，外齿轮渗碳淬火），精密加工以获高齿轮精度及低粗糙度（内齿轮精插齿达 5~6 级精度，外齿轮经磨齿达 5 级精度，粗糙度  $R_a 0.2\sim 0.4\mu\text{m}$ ），从而提高承载能力，保证可靠性和使用寿命。

## 第 2 章 行星齿轮传动的运动学

研究行星齿轮传动运动学的主要目的，是确定行星齿轮传动中构件间的传动比和各构件的角速度。其运动学分析大致可分为分析法和图解法两大类，其中分析法包括相对速度法、列表法和能量法等；图解法包括速度图解法和矢量图解法。

### 2.1 分析法

#### 2.1.1 相对速度法

相对速度法又称转化机构法，首先由威尔斯 (Willes) 于 1841 年提出的。理论力学中的相对运动原理，即“一个机构整体的绝对运动并不影响机构内部各构件间的相对运动”。这正如手表中的秒针、分针和时针的相对运动关系不因带表人的行动变化而变化。根据这一相对运动原理，我们给整个行星轮系加上一个与转臂 H 的角速度  $\omega_H$  大小相等、方向相反的公共角速度 ( $-\omega_H$ ) 后，则行星机构中各构件间的相对运动关系仍保持不变。但这时转臂 H 将固定不动，行星轮系便转化成了定轴齿轮传动，此假想的定轴齿轮传动称为原行星齿轮传动的转化机构。这样便可用定轴齿轮传动的传动比计算方法，首先算出转化机构的传动比，进而求得行星齿轮传动各构件间的传动比。

下面先讨论这种转化机构的常用方法——转臂固定法，其次再讨论转化机构法的普遍关系式。

#### 1. 转臂固定法

如图 2-1a 所示的行星齿轮传动中，设各构件的角速度方向如图所示。给整个行星齿轮传动加一个公共的角速度 ( $-\omega_H$ ) 后便得到图 2-1b 所示的转化机构。在转化机构中，各构件的角速度 (相对于转臂 H 的角速度) 如表 2-1 所示。

上表中， $\omega_a^H$ 、 $\omega_b^H$ 、 $\omega_g^H$  和  $\omega_H^H$  等符号的右上角标 H 表示构件 a、b、g 和 H 相对于转臂 H 的相对角速度。 $\omega_H^H=0$  表明转臂固定不动，即原来的行星轮系变为假想的定轴齿轮传动，如图 2-1b 所示。故应用定轴齿轮传动的传动比计算方法可得到转化机构中任意两构件的传动比。若中心轮 a、b 分别为转化机构的主从动轮，则其

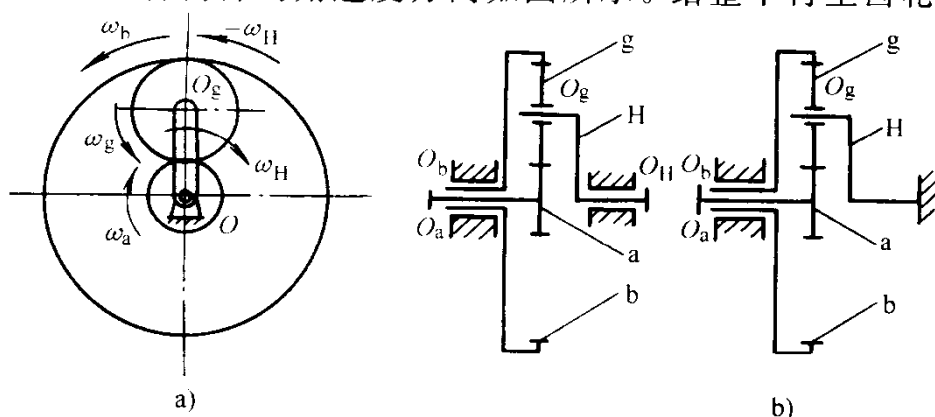


图 2-1 行星齿轮传动及其转化机构

表 2-1 行星轮系角速度

构件名称	原行星轮系中构件角速度	转化机构中的构件角速度
转臂 H	$\omega_H$	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$
中心轮 a	$\omega_a$	$\omega_a^H = \omega_a - \omega_H$
中心轮 b	$\omega_b$	$\omega_b^H = \omega_b - \omega_H$
行星轮 g	$\omega_g$	$\omega_g^H = \omega_g - \omega_H$

传动比为：

$$i_{ab}^{H} = \frac{\omega_a^H}{\omega_b^H} = \frac{\omega_a - \omega_H}{\omega_b - \omega_H} = -\frac{z_g}{z_a} \cdot \frac{z_b}{z_g} = -\frac{z_b}{z_a} \quad (2-1)$$

式中  $i_{ab}^H$  的上角标 H 表示固定构件，第一下标 a 表示主动构件，第二下标（右下）b 表示从动构件。由上式可知，只要已知任意两个构件的角速度（例如  $\omega_a$  和  $\omega_H$ ）和各齿轮齿数，便可求出第三个构件的角速度（例如  $\omega_b$ ），而构件 a、b 之间，a、H 之间的传动比也就可以求得。

若行星轮系的中心轮 b 固定（即  $\omega_b = 0$ ），则由上式可得：

$$i_{ab}^{H} = \frac{\omega_a^H}{\omega_b^H} = \frac{\omega_a - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_a}{\omega_H} = 1 - i_{aH}^b$$

故

$$i_{aH}^b = 1 - i_{ab}^H = 1 + \frac{Z_b}{Z_a} \quad (2-2)$$

在计算上述转化机构传动比  $i_{ab}^H$  时，应注意两点：首先是必须按定轴轮系计算，注意传动比的正负号，若  $i_{ab}^H > 0$ ，称该行星轮系为正号机构；若  $i_{ab}^H < 0$ ，称为负号机构。正号机构与负号机构在传动比、效率等传动性能上大不相同。其次须考虑各构件的转速方向，规定同一正方向，若构件的实际转速与规定正方向相同，应以正号代入；若与规定方向相反，应以负号代入。若计算得到的转速为正或负，则分别说明所求转速与规定的正方向相同或相反。

## 2. 行星轮系传动比计算的普遍关系式

对于构件旋转轴线平行的周转轮系，根据上述相对运动原理的转化机构法已得到转臂固定法的计算公式。现在将推广到涉及三个基本构件中的任一构件固定的方法，即给轮系一个与任一指定基本构件转速（为使用方便起见，以转速代替角速度）大小相等方向相反的转速，使该构件固定，从而形成转化机构，以建立普遍关系式。

分析一周转轮系中三个基本构件 A、B 和 C 的转速时，可分别按 A、B 固定而列出转速关系方程式。

$$\text{构件 A 和 C 相对于 B 运动时：} i_{AC}^B = \frac{n_A - n_B}{n_C - n_B} \quad (2-3a)$$

$$\text{构件 A 和 B 相对于 C 运动时：} i_{AB}^C = \frac{n_A - n_C}{n_B - n_C} \quad (2-3b)$$

$$\text{将两式相加得：} i_{AC}^B + i_{AB}^C = 1$$

$$\text{移项得：} i_{AC}^B = 1 - i_{AB}^C \quad (2-4a)$$

由式 (2-4a) 可看出：将等号左边  $i$  的上角标 B 与其下标的右下角标 C 互换位置，就得到等号右边第二项。这个规律使这普遍关系式便于记忆。

按照这一规律，还可得到下列关系式：

$$i_{BC}^A = 1 - i_{BA}^C, \quad i_{CB}^A = 1 - i_{CA}^B \quad (2-4b)$$

公式 (2-4) 即为行星轮系传动比计算的普遍关系式。

将式 (2-3) 与式 (2-4) 联立求解，可得：

$$\begin{aligned} n_A &= i_{AC}^B n_C + i_{AB}^C n_B \\ n_B &= i_{BA}^C n_A + i_{BC}^A n_C \\ n_C &= i_{CA}^B n_A + i_{CB}^A n_B \end{aligned} \quad (2-5)$$

上述这组公式，当已知两个构件的转速和传动比时便可求得另一构件的转速。由这组公式

可知： $i$  的第一个下标与等式左边  $n$  的下标相同，而  $i$  的第二个下标与所乘因子  $n$  的下标相同。

将式 (2-4) 及式 (2-5) 与转臂固定法公式 (2-1) 和 (2-2) 和定轴传动中的“角标换位，互为倒数”的传动比关系（即  $i_{ab} = \frac{n_a}{n_b} = 1/(n_b/n_a) = 1/i_{ba}$ ，主从动构件换位时，传动比互为倒数）结合起来，就能简便地求出轮系在各种传动方式下的传动比。

## 2.1.2 各类行星齿轮传动的传动比计算

### 1. 2K-H 型

NGW 型传动比计算已如式 (2-2)。

NW 型其传动简图见表 1-1。当内齿中心轮  $b$  固定，太阳轮  $a$  主动，转臂  $H$  从动时，其传动比  $i_{aH}^b$  依式 (2-2) 直接列出为：

$$i_{aH}^b = 1 - i_{ab}^H$$

依式 (2-1) 可得转化机构之  $i_{ab}^H$ ：

$$i_{ab}^H = - (z_g/z_a) (z_b/z_f) = - (z_g z_b) / (z_a z_f)$$

故

$$i_{aH}^b = 1 + \frac{z_g z_b}{z_a z_f} \quad (2-6a)$$

同理，当太阳轮  $a$  固定，内齿中心轮  $b$  主动，转臂  $H$  从动时的传动比为：

$$i_{bH}^a = 1 - i_{ba}^H$$

故

$$i_{bH}^a = 1 + \frac{z_a z_f}{z_g z_b} \quad (2-6b)$$

WW 型与 NN 型，其机构简图见表 1-1。当转臂固定时转化机构的传动比  $i_{ab}^H$  均为正值，称正号机构的行星轮系。

依式 (2-1) 转化机构的传动比为：

$$i_{ab}^H = 1 + \frac{z_g z_b}{z_a z_f} \quad i_{ba}^H = 1 + \frac{z_a z_f}{z_g z_b}$$

依传动比普遍公式 (2-2) 得：

$$i_{aH}^b = 1 - i_{ab}^H = 1 - \frac{z_g z_b}{z_a z_f} \quad (2-7a)$$

$$i_{bH}^a = 1 - i_{ba}^H = 1 - \frac{z_a z_f}{z_g z_b} \quad (2-7b)$$

### 2. K-H-V 型

传动机构简图见表 1-1，属 N 型。当转臂固定时转化机构的传动比为正值，属正号机构。

依式 (2-1) 转化机构的传动比为：

$$i_{VK}^H = i_{gb}^H = \frac{z_b}{z_g} \quad i_{KV}^H = i_{bg}^H = \frac{z_g}{z_b}$$

依式 (2-2) 得 K-H-V 的传动比：

$$i_{HV}^K = i_{Hg}^b = \frac{1}{i_{gH}^b} = \frac{1}{1 - i_{gb}^H} = \frac{1}{1 - \frac{z_b}{z_g}} = \frac{z_g}{z_b - z_g} \quad (2-8a)$$

$$i_{HK}^V = i_{Hb}^g = \frac{1}{i_{bH}^g} = \frac{1}{1 - i_{bg}^H} = \frac{1}{1 - \frac{z_g}{z_b}} = \frac{z_b}{z_b - z_g} \quad (2-8b)$$

实际应用中, K-H-V 轮系主要按 H 主动, 行星轮  $g$  或内齿轮  $b$  从动的方式作减速器使用。其传动比与齿数差 ( $z_b - z_g$ ) 相关, 齿数差越小, 传动比就越大, 故通常称少齿差行星传动。

### 3. 3K 型

传动机构简图见表 1-1。其中  $b$  固定,  $a$  主动,  $e$  从动。其组成情况相当于两个 2K-H 轮系耦合而成, 第一级为  $a$ 、 $b$ 、 $g$ 、 $H$  组成的 NGW 型,  $a$  主动、 $H$  从动; 第二级为  $b$ 、 $e$ 、 $H$  和行星轮  $g$  与  $f$  组成的 NN 型,  $H$  主动,  $e$  从动。

其转化机构的传动比为:

$$i_{ab}^{.H} = -\frac{z_b}{z_a} \quad i_{eb}^{.H} = \frac{z_f z_b}{z_e z_g}$$

其总传动比为  $i_{ae}^b$ :

$$i_{ae}^b = \frac{n_a}{n_e} = \frac{n_a n_H}{n_H n_e} = i_{aH}^{.b} i_{He}^{.b}$$

应用“角标换位, 互为倒数”和式 (2-2) 普遍关系式可得:

$$i_{ae}^b = \frac{i_{aH}^{.b}}{i_{eH}^{.b}} = \frac{1 - i_{ab}^{.H}}{1 - i_{eb}^{.H}} = \frac{1 + \frac{z_b}{z_a}}{1 - \frac{z_f z_b}{z_e z_g}} \quad (2-9a)$$

若  $e$  固定,  $a$  主动,  $b$  从动, 其传动比公式为  $i_{ab}^e$ , 推导过程与上面相似。转化机构

$$i_{ae}^{.H} = -\frac{z_g z_e}{z_a z_f}, \quad i_{be}^{.H} = \frac{z_g z_e}{z_b z_f}$$

$$i_{ab}^e = \frac{n_a}{n_b} = \frac{n_a n_H}{n_H n_b} = i_{aH}^{.e} i_{Hb}^{.e} = \frac{i_{aH}^{.e}}{i_{bH}^{.e}} = \frac{1 - i_{ae}^{.H}}{1 - i_{be}^{.H}} = \frac{1 + \frac{z_g z_e}{z_a z_f}}{1 - \frac{z_g z_e}{z_b z_f}} \quad (2-9b)$$

### 4. C-I 型

用定轴轮系或其他机构来封闭差动轮系所得的组合机构称为封闭行星轮系, 简称 C-I 轮系。封闭行星轮系中单独与差动轮系的一个基本构件连接的伸出轴标号为 C, 封闭机构的伸出轴标号为 I, 被封闭的差动轮系的两个基本构件分别标号为  $a$  和  $b$ , 据此封闭行星轮系简称 C-I。将基本构件  $a$ 、 $b$  分别与伸出轴 I 联系起来, 标号为  $a$ -I、 $b$ -I 的传动链, 即封闭机构, 可以是定轴轮系、周转轮系, 也可以是电气、液压装置。

图 2-2 所示为由齿轮 1、2、3、4 组成的定轴轮系和由齿轮 5、6、7 与转臂 H 组成差动轮系所构成的封闭行星轮系。可以看出, 差动轮系的两个基本构件  $a$  和  $b$  所具有的两个自由度, 被定轴轮系封闭为一个自由度, 即 I 轴的转动。

C-I 轮系的一个最突出的特点是将 I 轴输入的动力, 分成两路传给输出轴 C, 从而实现机构的进一步小型化。

传动比计算。首先分析 C-I 轮系中差动轮系的三个基本构件与输出轴联接的情况, 进行改名标号, 确定构件 C、I、 $a$ 、 $b$  和封闭关系  $a$ -I、 $b$ -I。如果改名标号时  $a$ 、 $b$  中包括转臂 H, 应将 H 标为  $b$ 。然后用差动轮系的转速普遍

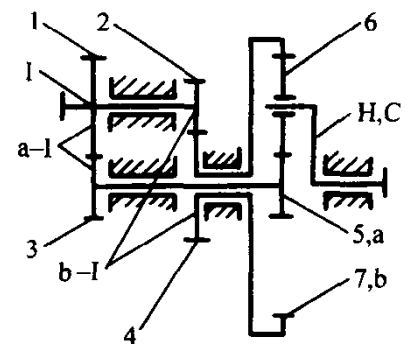


图 2-2 封闭行星轮系机构

关系式 (2-5) 推导传动比计算公式。

$$n_C = i_{CA}^B n_A + i_{CB}^A n_B$$

上式标号 C 用于 C 轴，标号 A 用于构件 a，标号 B 用于构件 b，则上式变为：

$$n_C = i_{Ca}^b n_a + i_{Cb}^a n_b$$

将上式除以构件 I 的转速  $n_1$ ，并将封闭关系 a-I、b-I 的传动比  $i_{aI} = n_a/n_1$ ， $i_{bI} = n_b/n_1$ ，代入，则得：

$$i_{CI} = i_{Ca}^b i_{aI} + i_{Cb}^a i_{bI} \quad (2-10a)$$

若构件 I 主动，C 从动，其传动比为：

$$i_{IC} = \frac{1}{i_{CI}} + 1 / (i_{Ca}^b i_{aI} + i_{Cb}^a i_{bI}) \quad (2-10b)$$

**例题** 在图 2-2 所示的 C-I 封闭行星轮系中，已知  $z_1 = 36$ ， $z_2 = 20$ ， $z_3 = 24$ ， $z_4 = 40$ ， $z_5 = 16$ ， $z_6 = 24$ ， $z_7 = 64$ ，试求传动比  $i_{1H}$ 。

**解：**转臂 H 单独与一伸出轴联接，依 C-I 中的定义标号为 C，另一伸出轴标号为 I。与 I 轴相联的两个构件即中心轮 5、7 分别标号为 a、b。由于构件 b 与轮 4 固结为一体，轮 2 固结在 I 轴上，故轮 4 与轮 2 的传动为 b-I 传动。同理，轮 3 与轮 1 的传动为 a-I 传动。

$$i_{1H} = i_{IC} = \frac{1}{i_{CI}} = \frac{1}{i_{Ca}^b i_{aI} + i_{Cb}^a i_{bI}}$$

$$i_{Ca}^b = \frac{1}{i_{aC}^b} = \frac{1}{1 - i_{ab}^C} = \frac{1}{1 + \frac{z_7}{z_5}} = \frac{1}{1 + \frac{64}{16}} = 0.2$$

$$i_{aI} = -\frac{z_1}{z_3} = -\frac{36}{24} = -1.5$$

$$i_{Cb}^a = \frac{1}{i_{bC}^a} = \frac{1}{1 - i_{ba}^C} = \frac{1}{1 + \frac{z_5}{z_7}} = \frac{1}{1 + \frac{16}{64}} = 0.8$$

$$i_{bI} = -\frac{z_2}{z_4} = -\frac{20}{40} = -0.5$$

代入得：

$$i_{1H} = i_{IC} = \frac{1}{i_{Ca}^b i_{aI} + i_{Cb}^a i_{bI}} = \frac{1}{0.2 \times (-1.5) + 0.8 \times (-0.5)} = \frac{1}{-0.3 + (-0.4)} = -1.43$$

列表法仍依相对运动概念，应用理论力学中绕二平行轴转动角速度的合成原理来求各构件的转速和传动比。至于能量法求行星齿轮传动比的问题，通过第 5 章中行星齿轮传动的受力分析部分很容易得到解决。限于篇幅，这两种方法从略。

## 2.2 图解法

### 2.2.1 速度图解法

#### 1. 原理

作平面运动的构件绕瞬心回转时，构件上各点的速度分布呈三角形图。由圆柱齿轮组成的行星轮系属于平面机构，利用行星齿轮传动中各瞬心点（如啮合节点、齿轮中心、转臂回转中心等）绘出速度图。然后根据该速度图求出行星齿轮传动的传动比或任一构件的角速度。

如图 2-3 所示构件以角速度  $\omega$  绕瞬心  $O$  点回转。构件上任意一点  $A$  的速度  $v_A$ ，其大小等于构件的角速度  $\omega$  与  $A$  至绝对瞬心  $O$  的距离  $r_A$  之乘积，其方向则垂直于该点与瞬心的连线  $AO$  并与  $\omega$  的转向一致。

即  $v_A = r_A \omega$ ，或  $\omega = v_A / r_A$

如果取图中构件的长度比例尺为  $\mu_l$  (单位  $\text{m}/\text{mm}$ )，速度比例尺为  $\mu_v$  (单位  $\text{ms}^{-1}/\text{mm}$ )，则  $OA = r_A / \mu_l$ ， $AA' = v_A / \mu_v$ 。连接  $OA'$ ，称之为速度线，它表示构件  $OA$  线上所有各点速度矢量端点的集合和速度分布规律。三角形  $OAA'$  称速度三角形。

$$\omega = \mu_v AA' / (\mu_l OA) = \frac{\mu_v}{\mu_l} \tan \varphi \quad (2-11)$$

上式表明，构件角速度与转速角  $\varphi$  成正比。 $\omega$  的正、负值按下述规则确定：速度线在以瞬心为原点的直角坐标系的第一、三象限时取正值，在二、四象限时取负值。正值表示构件顺时针旋转，负值表示逆时针旋转。这种构件之间速度关系的图称速度图。

当取比例尺  $\mu_l = 1\text{m}/\text{mm}$ ， $\mu_v = 1\text{ms}^{-1}/\text{mm}$  时， $\omega = \tan \varphi$

则传动比为转速角的正切之比。据这一原理和方法便可确定行星轮系的传动比。

## 2. 2K-H 型传动

以图 2-4 所示的 2K-H 型传动为例进行运动分析。

### (1) 作速度图

取长度比例尺  $\mu_l$ ，按已知各构件尺寸绘制该传动机构简图。图中  $OA = r_a / \mu_l$ ， $OB = r_b / \mu_l$ ， $OO_g = (r_a + r_g) / \mu_l$ 。 $r_a$ 、 $r_b$  和  $r_g$  分别为轮 a、b 和 g 的节圆半径。

根据已知参数，计算轮 a 的圆周速度  $v_a = r_a \omega_a$ ，取速度比例尺  $\mu_v$ ，沿  $v_a$  的方向绘线段  $AA' = v_a / \mu_v$ 。

判断确定各构件的瞬心。轮 a 和转臂 H 的瞬心在主轴线  $O$  上。因轮 b 固定，行星轮 g 的瞬心应该在内啮合节点 B 上，其速度等于零，为绝对瞬心。行星轮中心和转臂上  $O_g$  为同速点，称为相对瞬心。

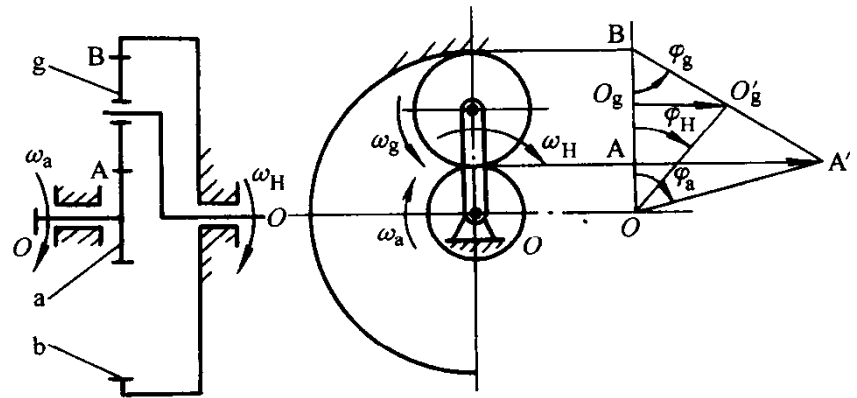


图 2-4 2K-H 型传动的速度图

绘制各构件的速度线。作出轮 a 的速度线  $OA'$ 。因 B 点速度为零，连接  $A'B$  得速度三角形  $\triangle BAA'$ ，则斜线  $A'B$  表示行星轮 g 的线速度变化规律。过  $O_g$  作  $OO_g$  的垂线交  $BA'$  于  $O'_g$ ，则  $O_g O'_g$  代表转臂 H 上  $O_g$  点的速度。连接  $OO_g O'_g$  得转臂的速度三角形  $\triangle OO_g O'_g$ ， $OO_g$  是速度线，表示转臂的线速度变化规律。

### (2) 图解法计算

由图 2-4 所示速度图，再依式 (2-11)，可求得各构件的角速度：

$$\omega_a = \frac{\mu_v}{\mu_l} \tan \varphi_a \quad \omega_H = \frac{\mu_v}{\mu_l} \tan \varphi_H \quad \omega_g = \frac{\mu_v}{\mu_l} \tan \varphi_g$$

各构件的角速度方向如图中所示。

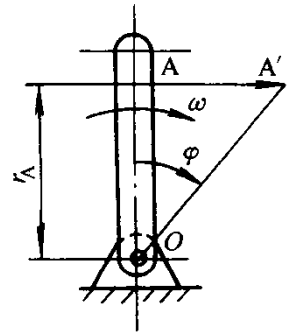


图 2-3 转动构件的速度分析

$$i_{aH}^{.b} = \frac{\omega_a}{\omega_H} = \frac{\tan\varphi_a}{\tan\varphi_H}$$

图中  $\omega_a$  与  $\omega_H$  方向与符号相同,故  $i_{aH}^{.b}$  为正道。

由上所述得出:行星齿轮传动中任意两个构件的传动比,等于对应的速度三角形图中速度斜线与基线夹角的正切之比值,即:

$$i_{AB} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\tan\varphi_A}{\tan\varphi_B} \quad (2-12)$$

### (3) 列出精确传动比计算公式

由于作图的误差,速度图解法确定的传动比或构件的角速度值有一定的误差。为了得到精确的计算结果,可用速度图解分析的方法,即根据速度图中各相关线段的几何关系,得出用齿轮节圆半径或齿数表示的传动比计算公式。

传动比  $i_{aH}^{.b}$  计算公式。由图 2-4 的速度三角形  $\triangle BAA'$  知  $O_g O_g' = AA'/2$ , 即,  $v_{O_g} = v_H = v_a/2$ ,

$$i_{aH}^{.b} = \frac{\omega_a}{\omega_H} = \frac{\frac{v_a}{r_a}}{\frac{v_a}{2(r_a+r_g)}} = \frac{r_a+r_a+2r_g}{r_a} = 1 + \frac{r_b}{r_a} = 1 + \frac{z_b}{z_a}$$

## 3. 3K 型传动

### (1) 作速度图

取长度比例尺  $\mu_l$ ,依各构件几何尺寸绘制 3K 型传动机构简图。依中心轮 a、b、e,行星轮 g、f 的节圆半径,可得 A、B、E、 $O_g$  各点,  $OO_g = (r_a+r_b)/2$ 。

判断确定各构件的瞬心。轮 a、转臂 H 的瞬心在主轴线上 O 上。轮 b 固定,行星轮 g 的瞬心在与内齿轮啮合节点 B 上,其速度等于零,为绝对瞬心。行星轮中心和转臂上  $O_g$  为同速点,称为相对瞬心。

绘制各构件的速度线,绘出速度图。分别将机构中各瞬心 A、B、O、 $O_g$  和 E 点平移到基线 OY 上。在各瞬心点处作 OY 的垂线,取  $AA' = v_a$ ,连接  $A'O$  得 a 轮的速度三角形  $\triangle AA'O$ 。因 b 轮固定, B 点为绝对瞬心,其速度为零。连接  $A'B$  得双联行星齿轮 g 和 f 的速度三角形  $\triangle AA'B$ 。在  $O_g$  处作垂线交  $A'B$  线于  $O_g'$ 。在 E 处作垂线(速度向量),交  $A'B$  线于 E',连接  $E'O$  得轮 e 的速度三角形  $\triangle EE'O$ ,从而得出 3K 型传动的速度图如图 2-5b、c 所示。

### (2) 图解法计算

由上述速度图求得传动比为:

$$i_{ae}^{.b} = \frac{\omega_a}{\omega_e} = \frac{\tan\varphi_a}{\tan\varphi_e}$$

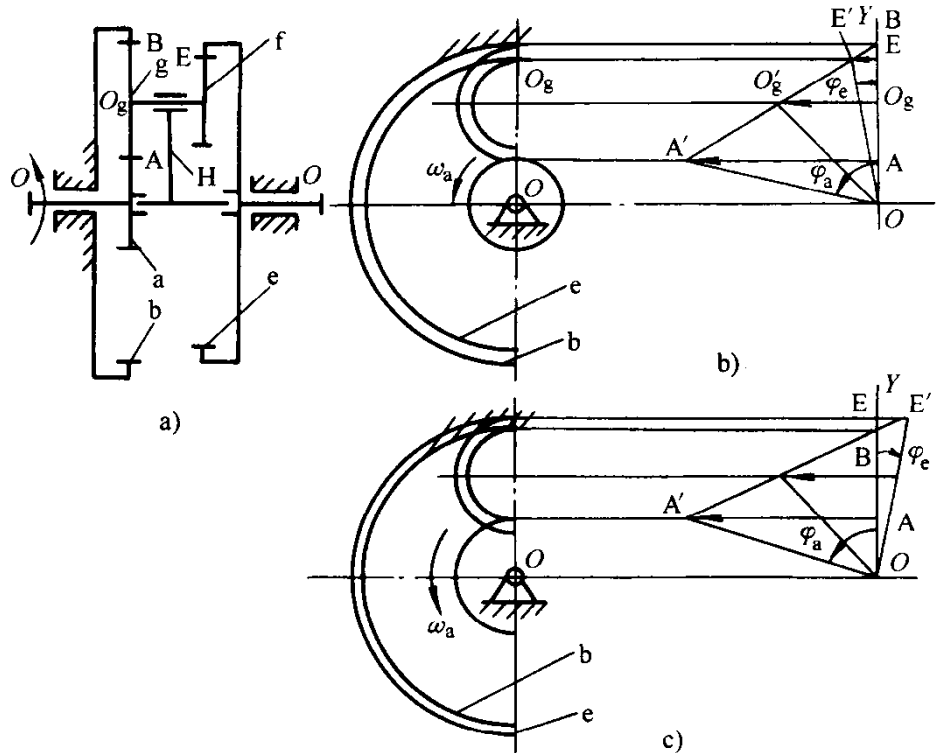


图 2-5  
a)、b)  $r_b > r_e$  c)  $r_b < r_e$



若  $\varphi_a$  与  $\varphi_e$  方向相同, 如 2-5b 所示, 则  $i_{ae}^b$  为正号; 若  $\varphi_a$  与  $\varphi_e$  方向相反, 如 2-5c 所示, 则  $i_{ae}^b$  为负号。

从上面速度图中可直观地看出各构件的速度关系。当轮 b 与轮 e 的节圆半径相差很小时, 在 OY 上 E 点更接近于 B 点,  $V_E$  相对于  $V_A$  就很小; 再若轮 e 的节圆半径  $r_e$  相对于轮 a 之  $r_a$  很大时, 则  $\omega_e \left( = \frac{v_e}{r_e} \right)$  相对于  $\omega_a \left( = \frac{v_a}{r_a} \right)$  就非常小。这两点将使 3K 型传动获得的传动比  $i_{ae}^b$  很大。同时还可看出: 当  $r_b > r_e$  时 (图 2-5b), 轮 a 和轮 e 的角速度 (速度、转速角) 方向相同, 则  $i_{ae}^b > 0$ ; 当  $r_b < r_e$  时 (图 2-5c), 轮 a 和轮 e 的角速度方向相反, 则  $i_{ae}^b < 0$ 。这一直观性是分析法所不具备的。

### (3) 速度图解分析法计算精确传动比

根据速度图中各相关线段的几何关系, 可得出用齿轮节圆半径或齿数表示的传动比计算公式。本小节只分析图 2-5b, 即  $r_b > r_e$ 。对图 2-5c, 即  $r_b < r_e$ , 因推导过程大致相同, 故省略之。

图 2-5b 中  $\triangle BAA'$  与  $\triangle BEE'$  相似, 故

$$\frac{EE'}{AA'} = \frac{BE}{BA}$$

$$EE' = AA' \frac{BE}{BA} = v_a \frac{r_g - r_f}{r_b - r_a} = v_e$$

$$i_{ae}^b = \frac{\omega_a}{\omega_e} = \frac{v_a/r_a}{v_e/r_e} = \frac{v_a/r_a}{\frac{v_a}{r_e} \left( \frac{r_g - r_f}{r_b - r_a} \right)} = \frac{r_e}{\left( \frac{r_g - r_f}{r_b - r_a} \right) r_a} = \frac{r_e (r_b - r_a)}{r_a (r_g - r_f)} = \frac{z_e (z_b - z_a)}{z_a (z_g - z_f)}$$

**例题** 已知一 3K 型传动,  $z_a = 21, z_b = 105, z_c = 102, z_g = 42, z_f = 39$ 。试用速度图解分析法计算其传动比。

**解:** 将已知参数代入上式得:

$$i_{ae}^b = \frac{102(105 - 21)}{21(42 - 39)} = \frac{102 \times 84}{21 \times 3} = 136$$

若用分析法的计算公式 (见表 2-1):

$$i_{ae}^b = \frac{1 + \frac{z_b}{z_a}}{1 - \frac{z_f z_b}{z_e z_g}} = \frac{1 + \frac{105}{21}}{1 - \frac{39 \times 105}{102 \times 42}} = 136$$

可见两种方法计算结果相同。但速度图解法分析计算的推导过程较繁琐, 应用较少, 一般只用作速度图进行方案定性分析。精确传动比的定量计算仍用分析法所得之公式。

## 2.2.2 矢量图解法

对于由圆锥齿轮组成的行星齿轮机构, 如表 1-1 所示的 2K-H 型行星传动。由于该传动中每一对相互啮合的圆锥齿轮的轴线相交, 故它们的角速度矢量方向不全都平行。因此不能应用转臂固定法和速度图解法来计算各构件的角速度及其传动比, 而采用角速度矢量图解法较为方便。

先介绍理论力学中角速度的矢量表示法。角速度矢量  $\omega$  的大小等于角速度绝对值  $|\omega|$ , 它的方向沿着转轴, 其指向应遵循右手法则。据此在行星传动机构中, 其构件的角速度  $\omega$  可以表示为沿其转轴的一个矢量, 称角速度矢量。该矢量的方向按右手法则确定, 以一定的比例尺表示其大小。对于作复合转动的构件, 据理论力学中的点的速度合成定理: 动点的绝对角速度矢量, 等于它的牵连角速度矢量与相对角速度矢量的几何和, 故可列出合成转动的矢量方程式为: