

工 程 经 济 学

黄渝祥 邢爱芳 编著

同济大学出版社

内 容 提 要

本书吸收了国外工程经济学中的有用原理和方法，结合近几年来我国可行性研究中经济分析的实践，系统地阐述了工程项目方案的经济评价、比选的判据和方法，分析了新方法和过去沿用方法的内在联系；对新建、技术改造、设备更新和中外合资经营等主要工程项目形式的特殊性及其国民经济评价，以及价值工程方法等都作了简要的介绍。

本书可作为大专院校各类工科专业技术经济课程的基础教材，也可供计划、设计和投资控制部门的干部、工程技术人员参考。

责任编辑 王 利

封面设计 徐 繁

工 程 经 济 学

黄渝祥 邢爱芳 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

无锡县印刷总厂八分厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:10.625 字数:272千字

1985年1月第1版 1985年1月第1次印刷

印数 1—20000 科技新书目: 83—243

·统一书号: 15335·004 定价: 1.65元

前 言

本书是在我校翟立林教授1981年编写的“工程经济学”教材的基础上，根据我们几年来教学实践的经验，並吸收国内近几年可行性研究的成果修改补充而成的。本书阐述了国外工程项目经济分析的理论和方法，並力求与我国过去采用的技术经济分析方法相衔接，同时反映我国当前经济分析中的一些实际做法。本书注意是把各个行业技术经济分析中共同的、带有规律性的原理和方法抽象出来，进行系统阐述，因此，它适合于作为各类工科专业技术经济学课程的基本教材。各个专业可以结合不同行业的特点适当加以补充。

采用本书作为教材时的课内教学时数建议为35—40。为了帮助学生加深理解、掌握内容，每章都附有一定数量的习题，学生以选做一半左右为宜。

本书也可供从事设计、投资决策和项目评估等工作的技术经济人员参考。

翟立林教授、华南工学院王剑琴副教授对全书的编写提出了许多宝贵意见与帮助，改正了一些错误，並做了最后的审核。参加本书编写修改的还有朱懿铭同志。

由于我们水平有限，编审时间又仓促，本书一定还有不少缺点和错误，请广大读者不吝指正。

同济大学经济管理学院

黄渝祥 邢爱芳

一九八四年九月

目 录

第一章 基本概念	
一 工程技术的两重性	(1)
二 社会主义制度下经济效果的评价原则	(2)
三 货币的时间价值	(3)
四 工程经济学的研究对象和研究范围	(4)
第二章 含时间因素的货币等值计算	
一 利息公式	(6)
二 等值的计算	(15)
习题	(22)
第三章 投资方案的评价判据	
一 投资回收期和投资效果系数	(24)
二 净现值、将来值和年度等值	(26)
三 内部收益率	(30)
四 几种评价判据的比较	(35)
五 动态回收期	(36)
习题	(38)
第四章 投资方案的比较和选择	
一 相对投资回收期、计算费用和年度费用	(40)
二 产出不同的方案比较原则	(42)
三 投资增额净现值	(43)
四 投资增额收益率	(45)
五 互斥的方案组合的形成	(47)
六 服务寿命不等的方案比较	(50)
习题	(53)
第五章 工程项目的现金流量与经济要素的估计	
一 新建工业项目的净现金流量	(56)
二 净现金流量的计算实例	(58)
三 技术改造和技术革新项目的现金流量	(60)
四 中外合资经营项目的现金流量	(61)
五 经济要素的预测与估计	(62)
六 成本的估计方法	(62)
七 成本数据的调整	(65)
八 成本估计关系	(68)
九 工程项目的寿命周期	(69)
习题	(71)

第六章	设备更新方案的比较	
一	更新方案比较的特点和原则	(72)
二	设备的经济寿命	(74)
三	更新方案的比较	(79)
四	更新分析的计算实例	(82)
五	设备租赁的经济分析	(87)
	习题	(89)
第七章	费用—效益分析	
一	企业评价、国民经济评价和社会评价	(91)
二	影子价格	(92)
三	外部效果	(93)
四	无形效果	(96)
五	公共项目的评选方案实例	(97)
六	费用—效果分析	(99)
	习题	(101)
第八章	敏感度和风险分析	
一	风险因素和传统决策办法	(102)
二	敏感度分析	(104)
三	按照期望值进行决策	(108)
四	方差对决策的影响	(110)
五	决策树方法	(111)
六	蒙特卡洛方法	(115)
	习题	(124)
第九章	价值工程	
一	价值工程的产生和发展	(126)
二	什么是价值工程	(126)
三	对象的选择和情报资料的搜集	(129)
四	功能分析、整理和评价	(131)
五	目标的选定	(135)
六	方案的评价和选择	(141)
七	试验与提案	(144)
八	活动成果的评价和总结	(145)
	习题	(147)

附表
参考书目

第一章 基本概念

一、工程技术的两重性

工程技术和科学不同，是科学的应用。科学家的目的在于增加人类已经积累起来的系统的知识，发现宇宙间的各种规律。对于工程技术人员来说，知识本身不是目的，而是他们用来设计和制造各种结构、系统、过程等等的素材。

工程技术的先进性表现在两个方面。一个方面是它能够创造落后技术所不能创造的产品和劳务。例如宇宙航行技术、海底资源开发技术、原子能利用技术等等。另一方面是它能够用更少的物力和人力创造出相同的产品和劳务。

工程技术作为人类进行生产斗争的手段，它的经济目的性是十分明显的。因此，对于任何一种技术，在一般的情况之下，都不能不考虑经济效果的问题。脱离了经济效果的标准，技术是好、是坏、是先进、是落后，都无从加以判断。

既然人类发展技术是为了经济的目的，因而技术不断发展的过程，也就是其经济效果不断提高的过程，随着技术的日新月异，人类越来越能够用较少的人力、物力获得更多更好的产品或劳务。从这一方面来看，技术的先进性是同它的经济合理性相一致的。凡是先进的技术，一般说来，总是具有较高的经济效果；恰恰是较高的经济效果才决定它是先进的技术。

但是另一方面，在技术的先进性和其经济合理性之间又存在着一定的矛盾。这是因为在实际的生产斗争中采用技术时不能不凭借当时当地的具体的自然条件和社会条件，而条件不同，技术所带来的效果也不同。某种技术在某种条件下体现出较高的经济效果，而在另一种条件下就不一定是这样。可能从远景的发展方向来看，应该采用某种技术，而从近期的利益来看，则需要采用另一种技术。这类的例子是很多的。例如，大家知道，铁路机车的牵引动力，从总效率方面比较，以电力牵引为最优，内燃牵引其次，蒸汽牵引最差。采用电力牵引，可以节省燃料，提高行车速度，降低运输成本，但是需要建设庞大的电力网和许多发电站。因此，目前阶段，世界上许多国家仍然以蒸汽牵引或内燃牵引作为主要的牵引动力。由此可见，联系到具体的自然条件和社会条件，并非一切先进的技术都是经济合理的。

因此，为了保证工程技术很好地服务于经济，最大限度地满足社会的需要，就必须研究在当时当地的具体条件之下采用哪一种技术才是适合的。这个问题显然不是单单由技术是先进或落后所能够决定，而必须通过经济效果的计算和比较才能够解决。

归纳以上所述，可见工程技术有两类问题。一类是科学技术方面的问题，另一类是经济分析方面的问题。前者是研究如何把自然规律应用于工程实践，这些知识构成了诸如工程力学、工程材料学等学科的内容；后者是研究经济规律在工程问题中的应用，这些知识构成工程经济类学科的内容。

随着科学技术的飞跃发展，为了用有限的资源来满足人们的需要，可能采用的工程技术方案越来越多。怎样以经济效果为标准把许多技术上可能的方案互相比较，作出评价，从中选择最优方案的问题，就越来越突出，越来越复杂。工程经济学(Engineering Economy)

这门学科就是在这样的背景下产生的。

人们在生产实践中逐步体会到工程经济的重要性。很多重大工程技术的失误不是由于科学技术上的原因，而是经济分析上的失算。英法两国联合试制的协和号超音速客机在技术上完全达到了原来的设计要求，是世界上最先进的。但是由于耗油量太大、噪音太响，尽管速度快，并不能吸引足够的客商，由此蒙受了极大的损失。这是国际上公认的重大的工程技术失误的一个例子。另一个典型的例子是国际通用电子计算机商品编码技术。七十年代，西方发达国家考虑到电子计算机的应用前景，决定对所有商品进行数字编码，采用光电读入包装纸上印的编码符号（如图1—1所示）输入电子计算机，对商品的价格、售出量、存贮量等等进行自动计算。这个项目在技术上并没有遇到任何解决不了的困难。但是，由于没有充分考虑到顾客的心理状态——在超级市场中，顾客只有当看到每种商品的价格后才能放心地选择商品，营业员还得对每种商品打上经常变化的价格。因此，这项技术并没有发挥预期的效果。



图1—1 商品的编码符号

我国在社会主义经济建设中取得了重大的成就。但是由于长期来的左倾路线的干扰以及多种主客观的原因，很多工程项目的经济效益是不好的。产品不对路、资源利用率不高、盲目引进国外资金密集的成套项目而不重视国内丰富资源的利用等情况长期严重地存在，以致耗用了大量的人力物力而并没有使人民生活水平得到应有的改善。三中全会以来，党和政府再三强调了经济建设要以提高经济效益为中心的方针，这是完全符合经济发展的客观规律和我国的具体状况的。一个好的工程师不仅要对他所提出的方案的技术可能性负责，也必须对其经济合理性负责，只有这样，他的工作才有利于社会主义经济建设，才有利于满足广大人民的需要，这就要求他掌握这门学科所探讨的规律性。

工程技术经济方面的规律性远没有自然规律那么精密和严格。这是因为经济规律牵涉到人们的行为和社会现象的研究。情况远比自然现象复杂多变。因此，工程经济学的内容也在不断地充实和发展之中。不能期望能一下子找到一种能给出绝对正确结论的方法。重要的是要掌握基本的经济概念以求在实际问题中灵活的运用。

二、社会主义制度下经济效果的评价原则

要研究工程技术的经济方面，就是要计算工程技术方案的经济效果。在任何经济活动中总是用一定的投入取得一定的产出。在社会主义条件下，生产的目的就是更好地满足社会需要。因此，产出是指满足社会需要的产品和劳务。投入是指劳动和其它有用物品的消耗。经济效果高就是说经济活动产出的所得要大于投入的所失。只有所有经济活动的所得大于所失，整个社会的经济才能发展，人民的需要才能不断地得到满足；否则社会经济要萎缩，人民生活会不断贫困。这个道理是很显然的。例如，某采煤方案要用电，生产电要用煤，如果采一吨煤耗用的电需要一吨或一吨以上的煤，那么这种采煤方案就叫得不偿失，或者说它的经济效果是负的，应该坚决放弃，在多个可行的方案中，一般总是采用经济效果高的方案。

为了能对经济效果进行定量的计算，要对不同质的产出和投入进行统一尺度的度量。要精密地做到这一点是很困难的。目前能唯一付之实用的近似方法是用价格对产出的“得”和

投入的“失”进行货币计量。这样，经济效果在形式上就表现为利润。我们对利润的追求和资本主义企业对利润的追求有本质的不同。资本家生产的根本目的直接表现为利润，满足社会需要是从属于这个根本目的的。因此，在对待利润问题上，社会主义和资本主义的根本区别在于：

1. 社会主义的利润是讲究整个社会经济效果的一种形式。我们的目标是经济效果而不是利润。当利润因种种原因（如价格不合理或存在不能用价格度量的社会得失等等）不能正确地反映经济效果时，就应坚决地放弃它。

2. 利润是社会剩余产品的货币表现，在社会主义制度下，它为全社会所共有，是提高人民生活水平和发展经济的来源；在资本主义社会，利润为资本家所有，是资本家剥削工人的剩余劳动。

因此，尽管经济效果在计算中形式上和资本主义企业有很多相似之处，但应该看到这种内在的本质区别。

三、货币的时间价值

既然我们通常用货币单位来计量工程技术方案的得失，我们在经济分析时就主要着眼于方案在整个寿命期内的货币收入和支出的情况，这种货币的收入和支出称之为现金流量（Cash Flow）。能不能把方案寿命期内不同时期发生的现金流量加总（代数和）来代表方案的经济效果呢？先让我们看两个例子。

例一 有一个总公司面临两个投资方案 A, B, 寿命期都是 4 年，初始投资也相同，均为 10,000 元。实现利润的总数也相同，但每年数字不同，具体数据见表 1—1。

单位：元 表 1—1

年 末	A	B
0	-10,000	-10,000
1	+ 7,000	+ 1,000
2	+ 5,000	+ 3,000
3	+ 3,000	+ 5,000
4	+ 1,000	+ 7,000

如果其它条件都相同，我们应该选用那个方案呢？从直觉和常识，我们会觉得方案 A 优于方案 B。为什么？

例二 另有两个方案 C 和 D, 其它条件相同，仅现金流量不同。可用图形象地表示为图 1—2 所示。

方案 C 与 D 在现金流量上唯一的不同是在初始现金流出上。总投资 6,000 元在方案 C 上为一次支出（第一年年初），而方案 D 分两年支出（第一年 and 第二年年初）。依据日常积累的认识，我们会判断方案 D 比方案 C 好。

是什么样的认识使我们作出上述明确的判断的呢？在例子中，方案 A 的得益比方案 B 早；方案 D 比方案 C 晚一年支出 3,000 元。这就是说，货币的支出和收入的经济效应不仅与货币量的大小有关，而且与发生的时间有关。同样 1 元钱今年到手与明年到手的“价值”是不同的。先到手的资金可以用来投资而产生新的价值。因此，今年的一元要比明年的一元更

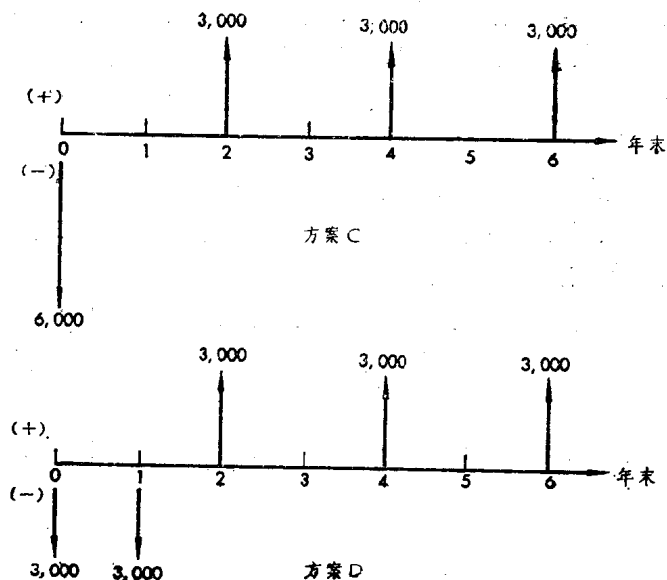


图 1—2 方案C—D的现金流量图 (单位: 元)

值钱。这种货币的时间价值在银行的利息中可以体现出来。如果年利率是5%，那么今年到手的一元存入银行，到明年底就可以到手1.05元，就是说，今年的一元等值于明年的1.05元。换一种说法，明年的一元相当于今年的 $\frac{1}{1.05} = 0.9524$ 元。我们的银行除了付给利息外，还鼓励人民存款以支持国家的社会主义建设，体现了这种货币的时间价值的存在。

承认货币的时间价值并不是否定劳动创造价值的原理。虽然从形式上看货币会产生新的价值，但这种计算只是承认这样一种事实：劳动只有与生产资料相结合才能创造新的价值。讲货币的时间价值就是承认生产资料的重要性，这并不意味着否定劳动创造价值的学说。

由于货币的时间价值的存在，使不同时间上发生的现金流量无法直接加以比较，这就使方案的经济评价变得比较复杂了。以图1—3为例，从现金流量的绝对数看，方案E比方案F好；但从货币的时间价值看，方案F似乎有它的好处。如何比较这两个方案的优劣就构成了这本教材要讨论的重要内容。这种考虑了货币时间价值的经济分析方法，使方案的评价和选择变得更现实和可靠。

四、工程经济学的研究对象和研究范围

工程经济学的研究对象是工程项目的经济性方面。这里所说的项目是指投入一定资源的计划、规划和方案并可以进行分析和评价的独立单位。因此工程项目的含义是很广泛的，它可以是一个拟建中的工厂、车间；也可以是一项技术革新或改造的计划；可以是设备、甚至设备中某一部件的更换方案，也可以是一项巨大的水利枢纽或交通设施。

任何工程项目都可以划分成更小的、便于进行分析和评价的子项目。通常，一个项目是指有独立的功能和明确的费用投入者。例如，拟建一个汽车工厂，采用的是通用轮胎。轮胎可以由本厂制造，也可以向其它工厂购进甚至进口。这样轮胎一项可以作为一个独立项目进行专门研究。又如，某水利工程，其水坝和引水渠道等在规划和设计上紧密相连，把它们分成两个项目就不合适了。

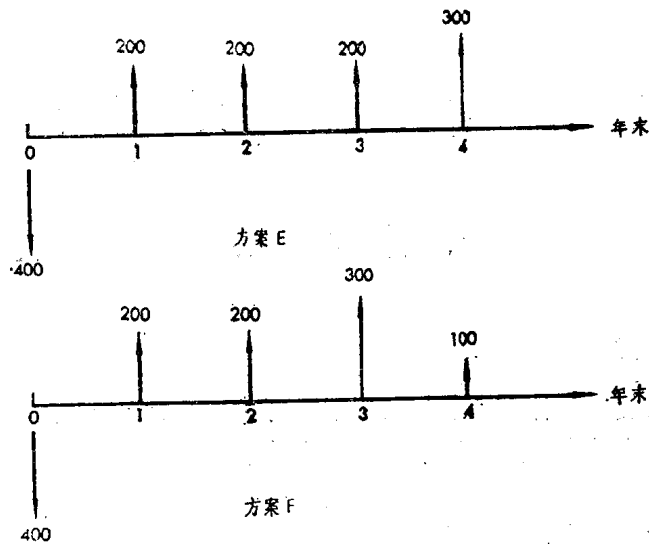


图 1-3 方案E与F的现金流量图(单位: 元)

工程经济学通常以工程项目为研究对象, 拟建中的企业可以是一个工程项目, 但企业往往还包括工程项目以外的经济活动。全面的企业经济活动的研究是企业经济学的任务。当然, 大的工程项目涉及比企业更大的范围。

工程项目的经济性的研究还有个出发点问题。社会主义所有制的性质要求工程项目的经济评价应从整个国民经济或整个社会为出发点进行考察。这就是要研究工程项目的宏观效果。但是, 工程项目的实现又必须落实到某个部门、地区或企业等具体单位, 这些单位在经济上又有相对的独立性, 它们关心自己所主持的项目的局部经济效果或微观经济效果。理想的情况是, 微观的效果与宏观的效果相一致, 企业得益越多, 社会也因此受益越大。这种情况下, 就可以以微观效果(如企业经济评价)来间接地评价工程项目的社会效果。这样做起来要方便得多。但是, 由于种种原因, 工程项目的宏观经济效果与微观效果也会有不一致, 甚至是矛盾的情况。例如, 当项目的投入资源的价格偏低, 产出价格偏高时, 从企业角度往往会过高地估价项目的经济效益, 甚至把从宏观角度来看是不可行的项目, 看成是经济效益很好的项目。又如, 由于企业经济评价通常不包括工程项目造成的环境污染和生态平衡破坏等社会损失, 由局部考虑的经济收益还不足以弥补给社会造成的其他方面的损失, 这种情况是完全可能的。当然, 反过来也有这种情况: 从整个国民经济来看完全是有利的项目, 但从部门或企业来看是无利可图, 就有可能拒绝或消极地对待这些项目。

因此, 作为完整的工程项目的经济评价应包括微观和宏观两个方面, 并应以宏观效果作为评价的主要依据。宏观与微观不一致方面的研究将有助于国家制定合理的政策(如税收或补贴政策等), 以合理调整部门或企业的得益。

第二章 含时间因素的货币等值计算

一、利息公式

(一) 利息的种类

利息分为单利及复利两种。利息可以按年也可以按不等于一年的周期计算。用以表示计算利息的时间单位称为计息周期。以下暂时假定计息周期为一年。

1. 单利

每期均按原始本金计息,这种计息方式称为单利。在以单利计息的情况下,利息与时间是线性关系,不论计息期数为多大,只有本金计息,而利息不计利息。设 P 代表本金, n 代表计息期数, i 代表利率, I 代表所付或所收的总利息。则

$$I = Pni$$

假如以单利方式借入一笔资金1,000元,规定年利率为6%,则在第一年末尾时利息应为

$$I = 1,000 \times 1 \times 0.06 = 60 \text{元}$$

年末应付的本利和等于1,060元。

当借入一项资金的时间等于 n 个利息周期时,应在每期末尾时计算利息。假如以年利率6%借入资金1,000元,共借4年,其偿还的情况应如表2—1所示。

单位: 元 表 2—1

年	年初欠款 A	年末应付利息 B	年末欠款 $A + B$	年末偿还
1	1,000	$1,000 \times 0.06 = 60$	1,060	0
2	1,060	$1,000 \times 0.06 = 60$	1,120	0
3	1,120	$1,000 \times 0.06 = 60$	1,180	0
4	1,180	$1,000 \times 0.06 = 60$	1,240	1240

2. 复利

将这期利息转为下期的本金,下期将按本利和的总额计息,这种计息方式称为复利。在以复利计息的情况下,除本金计息外,利息再计利息。上例如果按复利计息,偿还方式如表2—2所示。

单位: 元 表 2—2

年	年初欠款 A	年末应付利息 B	年末欠款 $A + B$	年末偿还
1	1,000	$1,000 \times 0.06 = 60$	1,060	0
2	1,060	$1,060 \times 0.06 = 63.60$	1,123.60	0
3	1,123.60	$1,123.60 \times 0.06 = 67.42$	1,191.02	0
4	1,191.02	$1,191.02 \times 0.06 = 71.46$	1,262.48	1,262.48

从表2—2中可以看出，同一笔借款，在 i ， n 相同的情况下，用复利计算出的利息金额数比用单利计算出的利息金额数大，当所借本金越大，利率越高，年数越多时，两者差距就越大。

(二) 现金流量图

在工程经济的研究中往往要考察企业的某一项活动，例如，采购一部机器的经济效果如何。在这种情况下，为了便于考察，需要把该项活动用某种方法从整个企业中分离出来，正象在力学中画出一个自由体的图形一样。例如为了考察采购一部机器的经济效果，就必须把有关这部机器的收入和支出都计算出来，然后可以看出投资的回收情况。

在考察不同投资方案的经济效果时，利用所谓现金流量图(cash flow diagram)把各个方案的现金出入情况表示出来，是一种很方便的方法。图2—1表示了上例按复利计算时借款人和贷款人的现金流量图。

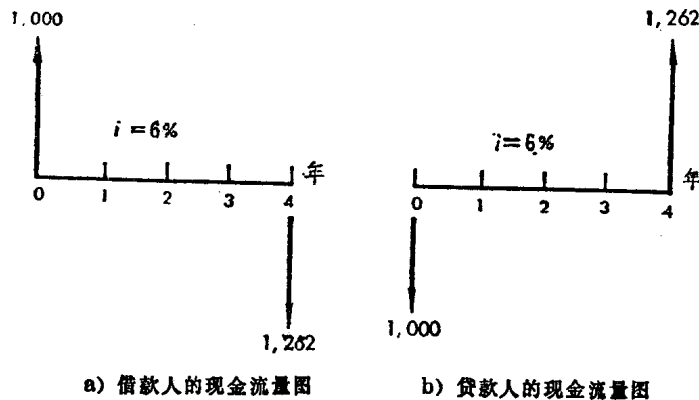


图2—1 两种立脚点的现金流量图(单位:元)

对现金流量图有如下几点说明:

1. 水平线是时间标度，时间的推移是自左向右，每一格代表一个时间单位(年、月、日)。标度上的数字表示时间已经推移到的单位数。应该注意，第 n 格的终点和第 $n+1$ 格的起点是相重合的。
2. 箭头表示现金流动的方向，向下箭头表示支出(现金的减少)，向上箭头表示现金收入(现金的增加)，箭头的长短与收入或支出的大小成比例。
3. 现金流量图与立脚点有关。图2—1a是借款人的立脚点，图2—1b是贷款人的立脚点。

(三) 利息公式

以后采用的符号如下:

i = 利率;

n = 计息期数;

P = 现在值，即相对于将来值的任何较早时间的价值;

F = 将来值，即相对于现在值的任何以后时间的价值;

它们之间的关系是:

现在值 + 复利利息 = 将来值

将来值 - 复利利息 = 现在值

$A = n$ 次等额支付系列中的一次支付，在各个计息期末实现。

根据现金的不同支付方式介绍主要的复利计算公式如下：

1. 一次支付复利公式

如果有一项资金 P 按年利率 i 进行投资， n 年以后本利和应为多少？这项财务的安排可用下列的现金流量图表示（图2—2）， n 年末的将来值：

$$F = P(1+i)^n \quad (2-1)$$

为了计算方便，我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 n 计算出 $(1+i)^n$ 值，列成一个系数表。这个系数叫作一次支付复利系数，通常用 $(F/P i, n)$ 代表。这样，式（2—1）可写成：

$$F = P(F/P i, n)$$

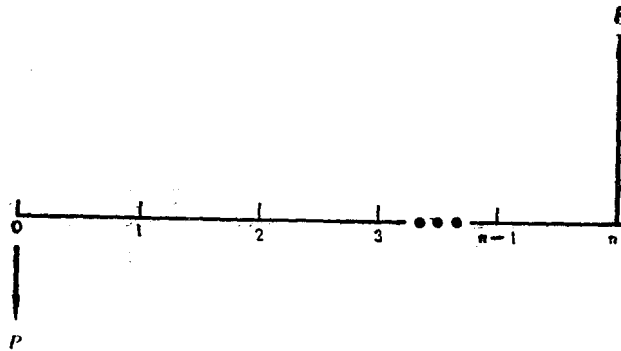


图 2—2 一次支付复利现金流量图

例如：如果在第一年年初以年利率 6% 投资 1,000 元，则到第四年年末

$$F = P(F/P i, n) = 1,000 (F/P 6, 4) = 1,262 \text{ (元)}$$

2. 一次支付现值公式

由 $F = P(1+i)^n$ 变换成由将来值求现值的公式：

$$P = F \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] \quad (2-2)$$

$\left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$ 叫作一次支付现值系数，并用 $(P/F i, n)$ 代表式（2—2）可写成

$$P = F(P/F i, n)$$

利用这个系数可以求出将来额金 F 的现值 P （图2—2）。

例如，现在的问题是为了在四年后得到资金 1,262 元，按年利率 6% 计算，现在必须投资多少？计算如下：

$$P = 1,262 (P/F 6, 4) = 1,000 \text{ 元}$$

3. 等额支付系列复利公式

在工程经济研究中常常要求出连续在若干期的期末支付等额的资金最后所积累起来的资金。这种财务情况可用下图表示（图2—3）。在利率为 i 的情况下， n 年末积累的资金

$$F = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-1}$$

以 $1+i$ 乘上式, 可得

$$F(1+i) = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^n$$

由第二式减去第一式, 得

$$F(1+i) - F = -A + A(1+i)^n$$

则:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (2-3)$$

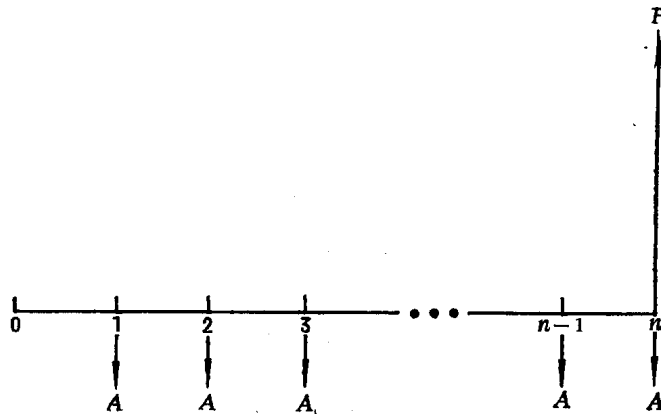


图 2-3 等额支付现金流量图

$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ 的值叫作等额支付系列复利系数, 通常用 $(F/A i, n)$ 表示。公式(2-3)可表示为:

$$F = A(F/A i, n)$$

例如连续 5 年每年年末存入 100 元, 按年利率 6% 计算, 第 5 年年末可得到的本利和为

$$F = 100 (F/A 6, 5) = 563.70 \text{元}$$

4. 等额支付系列积累基金公式

将公式(2-3)变换可得到等额支付系列积累基金公式:

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (2-4)$$

$\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$ 叫作等额支付系列积累基金系数, 用符号 $(A/F i, n)$ 表示。它用来计算为了若干年后得到一项将来资金 F , 从现在起每年年末必须存储若干等额资金 A 。公式(2-4)可以表示为:

$$A = F(A/F i, n)$$

例如, 如果要在 5 年之后得到资金 563.70 元, 按年利率 6% 计算, 从现在起连续 5 年每年年末必须存储

$$A = 563.70 (A/F 6, 5) = 100 \text{元}$$

5. 等额支付系列资金恢复公式

某人以年利率 i 存入一项资金 P 。他希望在今后 n 年内把本利和在每年年末以等额资金 A 的方式取出。这项财务活动可用下图(2—4)表示。

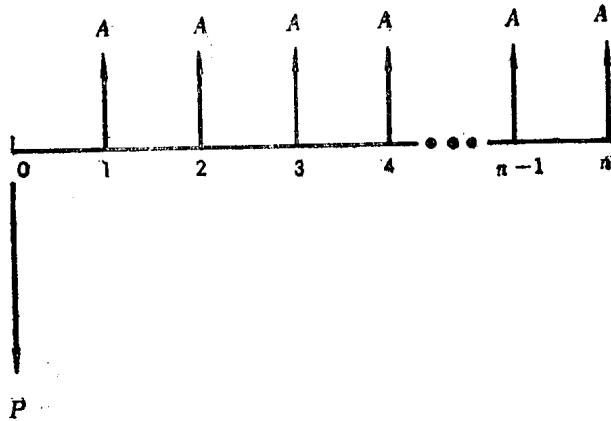


图 2—4 等额支付系列

前面我们已经知道：

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

将 $F = P(1+i)^n$ 代入上式，即得等额支付系列资金恢复公式：

$$\begin{aligned} A &= P(1+i)^n \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\ &= P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \end{aligned} \quad (2-5)$$

$\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$ 的值叫作等额支付系列资金恢复系数。用符号 $(A/P i, n)$ 表示。

例如现在以年利率 5% 投资 1,000 元，今后 8 年每年年末可以提取

$$A = 1,000 (A/P 5, 8) = 154.7 \text{ 元}$$

6. 等额支付系列现值公式

把 2—5 式倒过来，得到等额支付系列现值公式：

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad (2-6)$$

$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$ 的值叫作等额支付系列现值系数，用符号 $(P/A i, n)$ 表示。它用来计算今后若干年每年年末支付等额 A 所形成的系列的现值。公式(2—6)又可表示为：

$$P = A(P/A i, n)$$

例如，今后 8 年每年年末可以支付 154.72 元，按年利率 5% 计算，其现值为

$$P = 154.72 (P/A 5, 8) = 1,000 \text{ 元}$$

7. 均匀梯度系列公式

假定一个现金流量如图 2—5 所示，第一年年末的支付是 A_1 ，第二年年末的支付是 $A_1 + G$ ，第三年年末的支付是 $A_1 + 2G$ ，……，第 n 年年末的支付是 $A_1 + (n-1)G$ 。

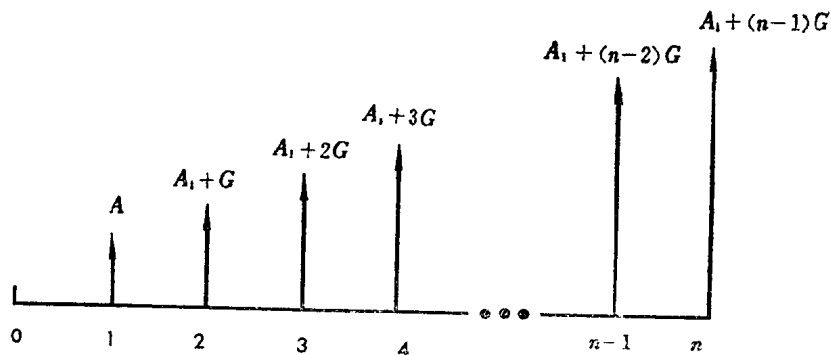


图 2—5 均匀增加支付系列

如果我们能把图2—5所示的现金流量转换成等额支付系列的形式。那么根据等额支付系列复利公式和等额支付系列现值公式很容易求得 n 年年末的将来值 F 和 0 年的现在值 P 。

比较简便的方法是把一个均匀增加（减少）的支付系列看作是由下列两个系列组成：一个是等额支付系列，其等额的年末支付是 A_1 ；另一个是由 $0, G, 2G, \dots, (n-1)G$ 组成的梯度系列。如果能把 $0, G, 2G, \dots, (n-1)G$ 组成的梯度系列转换成 A_2 ，那么所要求的等额支付的年末支付 $A = A_1 + A_2$ ，见图 2—6。

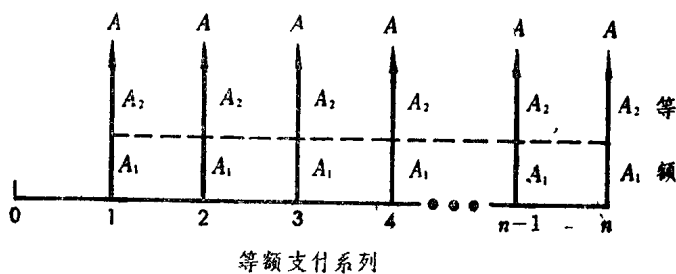
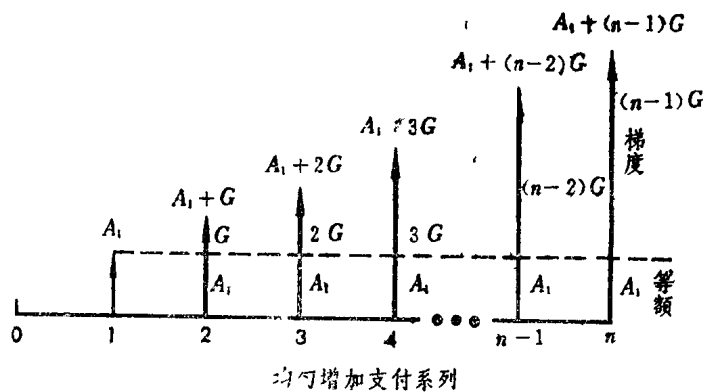


图 2—6 均匀增加的支付系列的转换

A_1 是已知的， A_2 可以通过下列方法求得：先把梯度系列 $0, G, 2G, \dots, (n-1)G$ 分解成 $(n-1)$ 个年末支付为 G 的等额支付，并通过等额支付复利公式可求得将来值 F_2 ，再通过等额支付系列积累基金公式求得 A_2 。见图 2—7。

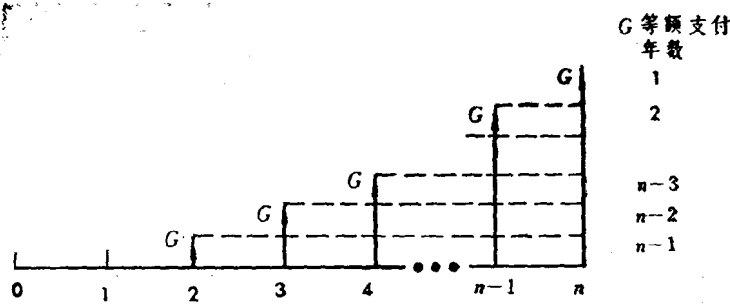


图 2-7 梯度系列的分解

梯度系列的将来值

$$\begin{aligned}
 F_2 &= G(F/Ai, n-1) + G(F/Ai, n-2) + \dots \\
 &\quad + G(F/Ai, 2) + G(F/Ai, 1) \\
 &= G \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} \right] + G \left[\frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} \right] + \dots \\
 &\quad + G \left[\frac{(1+i)^2 - 1}{i} \right] + G \left[\frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right] \\
 &= \frac{G}{i} \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots \right. \\
 &\quad \left. + (1+i)^2 + (1+i) - (n-1) \cdot 1 \right] \\
 &= \frac{G}{i} \left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 \right. \\
 &\quad \left. + (1+i) + 1 \right] - \frac{nG}{i}
 \end{aligned}$$

方括弧中的各项之和等于 n 年的等额支付系列复利系数，所以

$$F_2 = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{nG}{i}$$

而

$$\begin{aligned}
 A_2 &= F_2 \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\
 &= \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\
 &\quad - \frac{nG}{i} \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\
 A_2 &= \frac{G}{i} - \frac{nG}{i} \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\
 &= \frac{G}{i} - \frac{nG}{i} (A/Fi, n) \\
 &= G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{i} (A/Fi, n) \right]
 \end{aligned}$$

这种把梯度支付转化为等额支付形式的运算系数 $\left[\frac{1}{i} - \frac{n}{i} (A/Fi, n) \right]$ 叫作梯度系数。