

兰州一中
西北师大附中

编写组

初中 几何

课课练与单元测试

(初三年级)

兰州大学出版社



初中几何课课练与单元测试

(初三年级第一学期)

曾秋玲

兰州大学出版社

初中几何课课练与单元测试

(初三年级第一学期)

曾秋玲

兰州大学出版社出版发行

兰州市天水路 216 号 电话:8617156 邮编:730000

兰州大学出版社激光照排中心排版

白银报社印刷厂印刷

开本: 787×1092 毫米 1/16

印张:6

1997 年 7 月第 1 版

1997 年 7 月第 1 次印刷

字数:146 千字

印数:1—10000 册

ISBN7-311-01158-2/G·398

定价:6.00 元

目 录

第六章 解直角三角形	(1)
一 锐角三角函数	(1)
6.1 正弦和余弦	(1)
6.2 正切和余切	(7)
6.3 解直角三角形	(11)
6.4 应用举例	(15)
单元测试	(19)
第七章 圆	(22)
一 圆的有关性质	(22)
7.1 圆	(22)
7.2 过三点的圆	(23)
第一学期期中测试	(25)
7.3 垂直于弦的直径	(28)
7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(29)
7.5 圆周角	(31)
7.6 圆的内接四边形	(36)
二 直线和圆的位置关系	(39)
7.7 直线和圆的位置关系	(39)
7.8 切线的判定和性质	(40)
7.9 三角形的内切圆	(43)
7.10 切线长定理	(44)
* 7.11 弦切角	(47)
* 7.12 和圆有关的比例线段	(51)
第一学期期末测试	(55)
三 圆和圆的位置关系	(58)
7.13 圆和圆的位置关系	(58)
7.14 两圆的公切线	(60)
7.15 相切在作图中的应用	(62)
四 正多边形和圆	(62)
7.16 正多边形和圆	(62)
7.17 正多边形的有关计算	(64)
7.18 画正多边形	(65)
7.19 圆周长、弧长	(66)
7.20 圆、扇形、弓形的面积	(68)

7.21 圆柱和圆锥的侧面展开图	(70)
单元测试	(71)
第二学期期末测试	(74)
初中会考模拟测试	(77)
参考答案	(81)

(1)	圆锥三视图	1.5
(2)	圆锥三视图	1.5
(3)	圆锥三视图	1.5
(4)	圆锥三视图	1.5
(5)	圆锥三视图	1.5
(6)	圆锥三视图	1.5
(7)	圆锥三视图	1.5
(8)	圆锥三视图	1.5
(9)	圆锥三视图	1.5
(10)	圆锥三视图	1.5
(11)	圆锥三视图	1.5
(12)	圆锥三视图	1.5
(13)	圆锥三视图	1.5
(14)	圆锥三视图	1.5
(15)	圆锥三视图	1.5
(16)	圆锥三视图	1.5
(17)	圆锥三视图	1.5
(18)	圆锥三视图	1.5
(19)	圆锥三视图	1.5
(20)	圆锥三视图	1.5
(21)	圆锥三视图	1.5
(22)	圆锥三视图	1.5
(23)	圆锥三视图	1.5
(24)	圆锥三视图	1.5
(25)	圆锥三视图	1.5
(26)	圆锥三视图	1.5
(27)	圆锥三视图	1.5
(28)	圆锥三视图	1.5
(29)	圆锥三视图	1.5
(30)	圆锥三视图	1.5
(31)	圆锥三视图	1.5
(32)	圆锥三视图	1.5
(33)	圆锥三视图	1.5
(34)	圆锥三视图	1.5
(35)	圆锥三视图	1.5
(36)	圆锥三视图	1.5
(37)	圆锥三视图	1.5
(38)	圆锥三视图	1.5
(39)	圆锥三视图	1.5
(40)	圆锥三视图	1.5
(41)	圆锥三视图	1.5
(42)	圆锥三视图	1.5
(43)	圆锥三视图	1.5
(44)	圆锥三视图	1.5
(45)	圆锥三视图	1.5
(46)	圆锥三视图	1.5
(47)	圆锥三视图	1.5
(48)	圆锥三视图	1.5
(49)	圆锥三视图	1.5
(50)	圆锥三视图	1.5
(51)	圆锥三视图	1.5
(52)	圆锥三视图	1.5
(53)	圆锥三视图	1.5
(54)	圆锥三视图	1.5
(55)	圆锥三视图	1.5
(56)	圆锥三视图	1.5
(57)	圆锥三视图	1.5
(58)	圆锥三视图	1.5
(59)	圆锥三视图	1.5
(60)	圆锥三视图	1.5
(61)	圆锥三视图	1.5
(62)	圆锥三视图	1.5
(63)	圆锥三视图	1.5
(64)	圆锥三视图	1.5
(65)	圆锥三视图	1.5
(66)	圆锥三视图	1.5
(67)	圆锥三视图	1.5
(68)	圆锥三视图	1.5
(69)	圆锥三视图	1.5
(70)	圆锥三视图	1.5
(71)	圆锥三视图	1.5
(72)	圆锥三视图	1.5
(73)	圆锥三视图	1.5
(74)	圆锥三视图	1.5
(75)	圆锥三视图	1.5
(76)	圆锥三视图	1.5
(77)	圆锥三视图	1.5
(78)	圆锥三视图	1.5
(79)	圆锥三视图	1.5
(80)	圆锥三视图	1.5
(81)	圆锥三视图	1.5
(82)	圆锥三视图	1.5
(83)	圆锥三视图	1.5
(84)	圆锥三视图	1.5
(85)	圆锥三视图	1.5
(86)	圆锥三视图	1.5
(87)	圆锥三视图	1.5
(88)	圆锥三视图	1.5
(89)	圆锥三视图	1.5
(90)	圆锥三视图	1.5
(91)	圆锥三视图	1.5
(92)	圆锥三视图	1.5
(93)	圆锥三视图	1.5
(94)	圆锥三视图	1.5
(95)	圆锥三视图	1.5
(96)	圆锥三视图	1.5
(97)	圆锥三视图	1.5
(98)	圆锥三视图	1.5
(99)	圆锥三视图	1.5
(100)	圆锥三视图	1.5

第六章 解直角三角形

一 锐角三角函数

6.1 正弦和余弦

〔基础训练 1〕

1、直角三角形的斜边长为 3，一条直角边长为 $\sqrt{3}$ ，求这条边所对角的正弦与余弦值。

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 60^\circ - \sqrt{3} \sin 45^\circ$$

$$(3) 2\sin^2 30^\circ \sin 45^\circ + \cos^2 30^\circ \cos 60^\circ$$

2、在直角三角形 ABC 中，当各边的长都扩大 5 倍时，说明锐角 A 的正弦值与余弦值的变化情况。

$$(4) \frac{\sin 60^\circ - \cos 45^\circ \cos 30^\circ}{(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \cos 60^\circ}$$

3、计算下列各式

$$(1) \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$$

6. 比较大小

(1) $\sin 50^\circ$ 和 $\sin 70^\circ$

(2) $\cos 21^\circ$ 和 $\cos 28^\circ$

(3) $\sin 48^\circ$ 和 $\cos 65^\circ$

(4) $\cos 46^\circ$ 和 $\sin 46^\circ$

〔综合训练 1〕

1. 已知直角三角形的一个锐角为 60° ,

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A =$

$\frac{2}{5}$, 求 $\cos B$ 的值。

5. 如图 6-1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $BC = 5\text{cm}$, 求 AC 、 AB 的长。

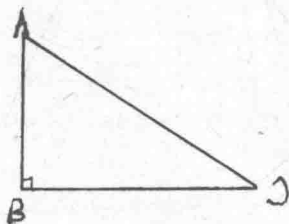


图 6-1

求其三边的比。

〔基础训练 2〕

1、用 $\alpha = 45^\circ$ 的三角比值, 验证下列各式不等(在一般情况下):

$$(1) \sin \alpha + \sin \alpha \neq \sin(\alpha + \alpha)$$

$$(2) \cos \alpha + \cos \alpha \neq \cos 2\alpha$$

2、试求等腰直角三角形的三边之比。

3、用锐角三角比的定义证明: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

〔基础训练 3〕

1. 填空题

(1) 若 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos \alpha =$ _____

(2) 若 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\sin \alpha =$ _____

(3) 若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cot \alpha =$ _____

(4) $\cos \frac{\alpha}{2} \neq \frac{1}{2} \cos \alpha$

(5) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(6) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(7) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(8) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(9) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(10) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(11) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

(12) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $\angle C =$ _____

2、把下列各角化为小于 45° 角的三角比。

(1) $\sin 66^\circ$ (2) $\cos 54^\circ$

(3) $\sin 82^\circ 38'$ (4) $\cos 67.12^\circ$

(3) 已知 $\cos 22.5^\circ = 0.9239$, 求 $\sin 67.5^\circ$ 的值。

3、(1) 已知 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 且 $\angle \beta = 90^\circ - \angle \alpha$, 求 $\sin \beta$ 及 $\sin \alpha$ 的值。



4、查表求下列各三角函数值。

(1) $\sin 42^\circ 16'$ (2) $\sin 68^\circ 39'$

(3) $\cos 35^\circ 44'$ (4) $\cos 16^\circ 25'$

5、(1) 已知 $\sin \alpha = 0.3256$, 求锐角 α 。

(2) 已知 $\cos \alpha = 0.4155$, 求锐角 α 。

(2) 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{4}$, $\alpha + \beta = 90^\circ$, 求 $\cos \beta$ 及 $\cos \alpha$ 的值。

6、(1) 当锐角 $A > 60^\circ$ 时, $\sin A$ 的取值

范围是什么?

(2) 当锐角 $B > 60^\circ$ 时, $\cos B$ 的取值范围是什么?

(3) 当锐角 $30^\circ < B < 45^\circ$ 时, $\cos B$ 的取值范围是什么?

〔综合训练 2〕

1、化简 $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

2、求值 $\sqrt{1 - 2\sin 32^\circ \cos 32^\circ} - |\sin 32^\circ - \cos 32^\circ|$

3、已知二次方程 $3x^2 + 4x \sin \alpha + 2(1 - \cos \alpha) = 0$ 有两个相等的实根, 且 α 为锐角, 求角 α 的值。

〔基础训练 3〕

1、填空题

(1) 查正弦表得, $\sin 51^\circ 48' = 0.7859$, 则 $\cos 38^\circ 12' =$ _____; 若对 $2'$ 的修正值为 0.0004 , 则 $\cos 38^\circ 14' =$ _____; $\cos \alpha = 0.7863$, 则 $\alpha =$ _____。

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|2\sin A - \sqrt{3}| + \cos^2 B = 0$, 则 $\cos C =$ _____。

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $a = 4$, $b = 3$, 则较小锐角的余弦值为 _____。

(4) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 斜边上的高 $h = 1$, 则 $AB =$ _____, $AC =$ _____, $BC =$ _____。

2、求值 $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ$

4、已知 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 且 $\sin \alpha = \frac{5}{12}$, 求 $\cos \alpha$ 的值。

3、(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $a = 2$, $A = 36^\circ$, 求 b 。

5、已知 $2 + \sqrt{3}$ 是方程 $x^2 - 5x \sin \alpha + 1 = 0$ 的一个根, 且 α 为锐角, 求 $\cos \alpha$ 。

(2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $b = 3$, $A = 21^\circ 48'$, 利用 $\cos 68^\circ 12' = 0.4000$, 求 C 。

〔综合训练 3〕

1、已知 $0^\circ < x < 45^\circ$, $\sin x + \cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 求 $\sin x \cos x$ 的值。

② $\cos^3 x + \sin^3 x$ 的值。

6.2 正切和余切

〔基础训练 1〕

1. 选择题

(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, A, B, C 的对边为 a, b, c , 则下列式子一定成立的是 ()

- (A) $a = c \cdot \operatorname{tg} B$ (B) $b = \operatorname{ctg} B$
(C) $a = b \cdot \operatorname{ctg} B$ (D) $a = c \cdot \operatorname{tg} A$

(2) 在离电线杆 l 米的地面 P 处测得杆顶的仰角为 α , 则此电线杆的高为 ()

- (A) $l \operatorname{ctg} \alpha$ (B) $l \operatorname{tg} \alpha$
(C) $\frac{l}{\sin \alpha}$ (D) $\frac{l}{\cos \alpha}$

2. 填空题

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, 那么 $AC =$ _____。

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $BC = \sqrt{6}$, 那么 $AC =$ _____。

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 5$, $\operatorname{tg} B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 那么 $AC =$ _____。

3. 求值

(1) $\sqrt{3 \operatorname{tg}^2 30^\circ - 1}$

(2) $|\operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ|$

2. 已知方程 $3x^2 - 4x + 2m = 0$ 的两根分别是一个直角三角形的两个锐角的余弦值, 求 m 的值。

3. 求等腰直角三角形一腰上的中线与斜边的夹角的正弦值。

$$(3) \operatorname{tg}^2 60^\circ - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 45^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 60^\circ$$

$$4、计算 \quad (\operatorname{actg} 30^\circ)^{25} \left(\frac{1}{a} \operatorname{ctg} 60^\circ \right)^{24}$$

$$(4) \operatorname{ctg}^2 30^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{tg}^2 30^\circ$$

$$5、证明 \operatorname{ctg} 10^\circ \cdot \operatorname{ctg} 20^\circ \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ \operatorname{ctg} 40^\circ \cdot \operatorname{ctg} 50^\circ \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 70^\circ \operatorname{ctg} 80^\circ = 1$$

$$(5) \frac{\operatorname{ctg}^2 45^\circ}{\cos^2 30^\circ} - \sin 60^\circ + \frac{1}{\operatorname{tg} 30^\circ}$$

$$(6) \sqrt{(\operatorname{ctg} 60^\circ - 1)^2} + |1 - \operatorname{ctg} 30^\circ|$$

〔综合训练 1〕

1、已知 $0 < \alpha < 90^\circ$ ，求 $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha$ 的值。

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, α 的范围是什么?

2. 已知 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, 化简

$$\cos^2(60^\circ - \alpha) + \cos^2(30^\circ + \alpha) + \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$$

(2) 若 α 为锐角, 且 $\operatorname{ctg}\alpha$ 的值大于 1 时, α 的范围是什么?

(3) 若锐角 α 满足 $30^\circ < \alpha < 45^\circ$, 则 $\operatorname{tg}\alpha$ 的范围是什么?

3. 若 A 是锐角, $\sin(90^\circ - A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

求 $\operatorname{tg}A$ 、 $\operatorname{ctg}A$ 的值。

2. 查表求下列正切值或余切值。

(1) $\operatorname{tg}55^\circ41'$

(2) $\operatorname{tg}76^\circ58'$

(3) $\operatorname{ctg}11^\circ39'$

〔基础训练 2〕

1. 根据条件, 回答下列问题

(1) 若 α 为锐角, 且 $\operatorname{tg}\alpha$ 的值大于等于

$$(4) \operatorname{ctg} 88^{\circ} 36'$$

$$(3) \sqrt{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha - 4 \operatorname{ctg} \alpha + \sqrt{3} = 0$$

3、已知下列正切值或余切值，求锐角 A 。

$$(1) \operatorname{tg} A = 2.3052$$

6、化简

$$(1) (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2$$

$$(2) \operatorname{ctg} A = 3.1280$$

4、已知 $\operatorname{tg} \alpha = 3$ ，求 $\frac{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha}$ 的值。

$$(2) \operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

5、求适合下列各式的锐角 α

$$(1) \sqrt{3} \operatorname{ctg}(\alpha + 20^{\circ}) = 3$$

$$(3) \sqrt{\operatorname{ctg}^2 48^{\circ} - 2 \operatorname{ctg} 48^{\circ} + 1} -$$

$$\operatorname{ctg} 48^{\circ} \operatorname{ctg} 42^{\circ}$$

$$(2) 3 \operatorname{tg}^2 \alpha - (3 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} \alpha + \sqrt{3}$$

$$= 0$$

〔综合训练 2〕

1、若 $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = 3$ ，求 $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$

的值。

2、如图 6—2，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， a, b, c 分别为 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边，且 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求 $\sin A, \operatorname{tg} A, \operatorname{ctg} B$ 的值。

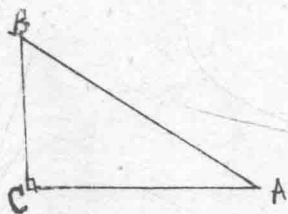


图 6—2

3、如图 6—3，等腰三角形的顶角为 70° ，底边长为 5cm，求：

- (1) 底边上的高(精确到 0.1cm)
- (2) 求等腰三角形的面积(精确到 1cm^2) (其中 $\operatorname{tg} 35^\circ = 0.7002$)

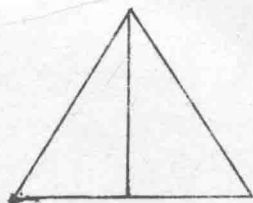


图 6—3

6.3 解直角三角形

〔基础训练 1〕

1、选择题

(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，则 $\frac{b}{c}$ 是 $\angle B$ 的 ()

- (A) 正弦 (B) 余弦
(C) 正切 (D) 余切

(2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ, b = 25, c = 7$ ，则 $\angle A$ 的余弦值和 $\angle C$ 的正切值分别为 ()

- (A) $\frac{7}{25}, \frac{24}{25}$ (B) $\frac{7}{25}, \frac{7}{24}$
(C) $\frac{24}{25}, \frac{25}{24}$ (D) $\frac{7}{24}, \frac{7}{25}$

(3) 若菱形的边长为 $2\sqrt{2}$ ，一角为 150° ，则其面积为 ()

- (A) 8 (B) $4\sqrt{2}$
(C) 4 (D) $\sqrt{6}$

2、填空题

(1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, a = 3\text{cm}, A = 30^\circ$ ，则 $b = \underline{\hspace{1cm}}, c = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(2) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, a = 5\text{cm}, B = 60^\circ$ ，则 $b = \underline{\hspace{1cm}}, c = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(3) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, c = 2\sqrt{6}, \sin A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

(4) 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ, b = 2\text{cm}, \operatorname{tg} B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $a = \underline{\hspace{1cm}}, c = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

3、不查表，根据下列条件解直角三角

形($\angle C = 90^\circ$)

(1) $b = \sqrt{3}, A = 30^\circ$

(2) $c = 10\sqrt{2}, A = 45^\circ$

(3) $a = 2\sqrt{3}, c = 4$

(4) $a = 3\sqrt{5}, b = \sqrt{15}$

〔综合训练 1〕

1、在直角三角形中，一锐角的正切角为 $\frac{8}{15}$ ，周长为 20，求三角形的三边长。

2、等边三角形的边长为 6，求它的高及面积。

