



高等学校工程专科教材

# 工程力学

(静力学)

庄立球 赵芳印 编

庄立球 主编

高等教育出版社

高等学校工程专科教材

# 工 程 力 学

(静 力 学)

庄立球 赵芳印 编  
庄立球 主编

高等教育出版社

(京) 112 号

### 内 容 提 要

高等学校工程专科非机、非土类各专业用的《工程力学》教材是根据 1990 年 8 月国家教委颁发的“高等学校工程专科工程力学课程教学基本要求”编写的。全书分三册出版：静力学、运动学与动力学、材料力学，供不同专业的需要选用。本册为静力学部分。

本册内容有：静力学基础，平面汇交力系，力矩和平面力偶理论，平面任意力系，摩擦，空间力系和重心。

高等学校工程专科教材

## 工 程 力 学

(静力学)

庄立球 赵芳印 编

庄立球 主编

高等教育出版社 出版

新华书店总店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 3.625 字数 90 000

1994年5月第1版 1994年5月第1次印刷

印数 0001—6 415

ISBN7-04-004688-1/TU·60

定价 2.00 元

## 序

高等学校工程专科非机、非土类各专业用的《工程力学》教材是根据国家教委颁发的“高等学校工程专科工程力学课程教学基本要求”编写的。全书分三册出版：静力学、运动学与动力学、材料力学，供不同专业的需要选用。本册为静力学部分。

在编写过程中，遵循“以应用为目的，以必需够用为度；以掌握概念，强化应用为重点”的指导方针，妥善处理教材内容、学科体系和理论推导的关系；吸取了一些高等工程专科学校工程力学课教学的经验，力争做到内容精练、知识面广、结合工程实际、能较好地体现专科特色。为便于理解概念，加强训练，各章后附有思考题和习题，以备不同专业教学中选用。

本册由集美航海学院庄立球、郑州机械专科学校赵芳印分别编写了近土、近机类内容，由庄立球主编。

本册由杜白简、陈大堃主审，扬州工学院力学教研室赵晴等同志参加了审稿会，他们对初稿提出了宝贵的意见；北京科学技术大学纪炳炎教授对本册进行了复审，提出很多中肯的意见，在此一并表示感谢。

由于编者水平所限，本书缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

编 者

1993年3月

# 目 录

引言	1
第一章 静力学基础	2
§ 1-1 静力学的基本概念	2
§ 1-2 静力学公理	3
§ 1-3 约束和约束反力	5
§ 1-4 受力图	9
思考题	13
习题	13
第二章 平面汇交力系	17
§ 2-1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	17
§ 2-2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	19
思考题	25
习题	26
第三章 力矩和平面力偶理论	30
§ 3-1 力矩的概念及其计算	30
§ 3-2 力偶的概念及其性质	32
§ 3-3 平面力偶系的合成与平衡	34
思考题	37
习题	38
第四章 平面任意力系	41
§ 4-1 力的平移定理	42
§ 4-2 平面任意力系向一点简化	42
*§ 4-3 简化结果的讨论 合力矩定理	45
§ 4-4 平面任意力系的平衡条件	46
§ 4-5 平面平行力系的平衡方程	50
§ 4-6 物体系统的平衡 静定与静不定问题的概念	52
*§ 4-7 平面桁架	57

思考题 .....	61
习题 .....	62
<b>第五章 摩擦</b> .....	<b>69</b>
§ 5-1 滑动摩擦 .....	69
§ 5-2 摩擦角与自锁现象 .....	71
§ 5-3 考虑摩擦时的平衡问题 .....	73
§ 5-4 滚动摩擦的概念 .....	76
思考题 .....	78
习题 .....	79
<b>第六章 空间力系 重心</b> .....	<b>82</b>
§ 6-1 力在直角坐标轴上的投影 .....	82
§ 6-2 力对轴的矩 .....	84
§ 6-3 空间任意力系的平衡方程 .....	86
§ 6-4 重心 .....	92
思考题 .....	100
习题 .....	100
<b>附录 习题答案</b> .....	<b>105</b>

# 引 言

物体在空间的位置随时间的改变称为机械运动。它是自然界和工程中最常见、最基本的运动。静力学是研究物体受力作用时平衡规律的科学。所谓平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动,是运动的特殊状态。

静力学主要研究以下两个问题:

## 一、力系的简化

力系是作用在物体上的一组力。若作用于同一物体上的两个力系使该物体产生相同的效应,则称这两个力系为等效力系。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系,称为力系的简化。应用力系的简化便于分析力系对物体的作用效应,从而导出各种力系的平衡条件。

## 二、力系的平衡

物体处于平衡状态时,作用在物体上的力系所需满足的条件,称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。应用各种力系的平衡条件,可以解决许多工程实际问题。

静力学对研究动力学和材料力学,都有重要的作用,因此,静力学不仅可解决工程实际问题,而且是学习后续课程的基础。

# 第一章 静力学基础

## § 1-1 静力学的基本概念

### 一、刚体的概念

在力的作用下不变形的物体称为刚体。刚体在力的作用下，其内任意两点的距离永不改变，这是刚体的几何描述。实际上任何物体在力的作用下都要产生变形，仅仅当物体的变形很小，对问题的研究影响不大时，才可以把物体视为刚体。相反，当物体的变形起主要作用时，就不能把物体抽象为刚体。

### 二、力的概念

人们在推拉物体时，看到物体的运动状态发生改变，同时感到自己在“出力”。当用手拉弹簧时，弹簧产生伸长变形。人们在生活和生产实践中经过长期的观察和分析，逐步建立了力的科学概念：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态或形状发生改变。力对物体作用所产生的效果称为力的效应。力使物体运动状态发生改变的效应，称为力的外效应；力使物体产生变形的效应，称为力的内效应。

实践表明，力对物体的效应决定于三个要素：(1) 力的大小；(2) 力的方向；(3) 力的作用点。力的三要素通常用一个有向线段表示，如图1-1所示。线段的长度表示力的大小；线段的方位加上箭头表示力的方向；线段的起点  $A$  或终点  $B$  表示力的作用点。由此可知，力是一个有大小、有方向的量，故力是向量，通常用黑体字表示，例如用  $\mathbf{F}$  表示力，而  $F$  仅表示力的大小。在我国法定计量单位中，力的

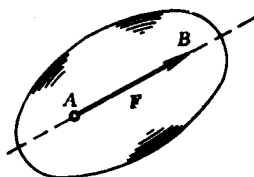


图 1-1



单位是 N 或 kN。

## § 1-2 静力学公理

在静力学中，那些已为实践反复证实而被认为不需证明的真理，称为静力学公理。它们是静力学的理论基础。

**公理一(二力平衡公理)** 作用于刚体的二个力，其平衡的充分和必要的条件是：此二力的大小相等，方向相反，作用在一条直线上。

如图 1-2 所示的刚体，在  $M_1$  和  $M_2$  两点分别作用有  $F_1$  和  $F_2$  两个力，满足二力平衡条件，则刚体处于平衡状态。在两个力作用下并处于平衡的物体称为二力体。由二力平衡条件，两个力的作用线必在它们作用点的连接直线上。

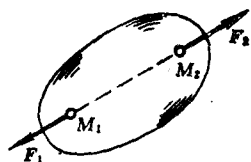


图 1-2

必须注意，对于变形体来说，二力平衡条件只是必要的，而不是充分的。例如，绳索的两端受等值、反向、共线的两个拉力时处于平衡状态，但如受等值、反向、共线的两个压力就不平衡了。

**公理二(加减平衡力系公理)** 在作用于刚体的任一个力系上，加上或减去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效应。

此公理也不适用于变形体，请读者以实例分析。

**推论一(力的可传性原理)** 作用于刚体上某点的力，可以沿其作用线移到刚体内任一点，而不改变该力对刚体的效应(证明略)。

例如，将作用于图 1-3 中小车 A 点的力  $F$  沿其作用线移动到

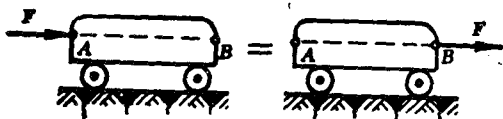


图 1-3

B点,力  $F$  对小车的效应不变,即推车和拉车的效果一样。这很容易从实践中得到证实。

考虑到力的可传性,作用于刚体上的力的三要素可改为大小、方向和作用线。力的可传性原理只适用于刚体,而不适用于变形体。假如力沿其作用线移动,将改变变形体内部的受力和变形情况。例如,橡胶棒在力  $F_1$  和  $F_2$  的作用下产生拉伸变形(图 1-4 a),如将力  $F_1$  移到 B 点,力  $F_2$  移到 A 点,则橡胶棒将产生压缩变形(图 1-4 b)。

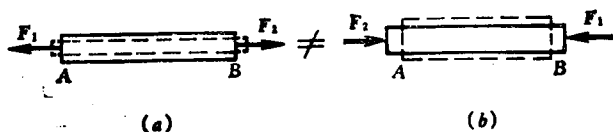


图 1-4

**公理三 (力的平行四边形法则)** 作用于物体同一点上的二个力可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点,其大小和方向由以两分力为邻边的平行四边形的对角线确定。

这种合成方法,也就是矢量加法,即合力是两分力的矢量和。可表示为

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

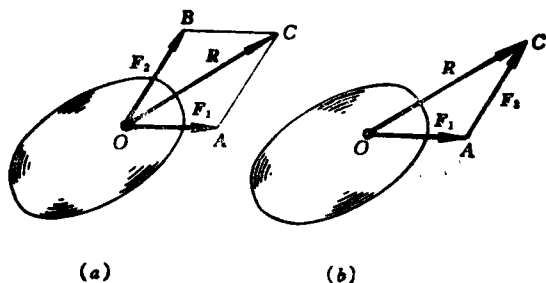


图 1-5

如图 1-5a 所示,以作用于  $O$  点的二力  $F_1$ 、 $F_2$  的力矢  $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$  为边做成平行四边形  $OACB$ , 则对角线  $\vec{OC}$  就代表合力矢  $R$ 。显然,只作出力三角形  $OAC$  (图 1-5b), 也可求得合力  $R$ , 这种方法称为力三角形法则。

**推论二 (三力平衡汇交定理)** 当刚体受同一平面内三个不平行力的作用而平衡时,此三力的作用线必汇交于一点。

证明: 设有同平面内的 3 个不平行力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$ , 分别作用在刚体上的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点

(图 1-6), 并保持平衡。根据力的可传性, 将力  $F_1$  和  $F_2$  移到汇交点  $O$ , 再应用力的平行四边形法则, 得合力  $R_{12}$ , 则力  $F_3$  应与  $R_{12}$  平衡。由二力平衡条件,  $F_3$  和  $R_{12}$  必须共线, 所以力  $F_3$  必定通过力  $F_1$  和  $F_2$  的交点  $O$ 。

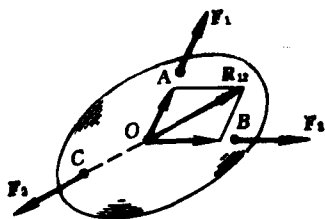


图 1-6

**公理四 (作用和反作用定律)** 两物体间的相互作用力,总是大小相等,方向相反,作用线沿同一直线。

### § 1-3 约束和约束反力

可以在空间任意运动的物体称为自由体,如飞行中的火箭、飞机等。在空间运动受到阻碍的物体称为非自由体。对非自由体的某些运动起限制作用的周围物体称为约束。例如,火车受到钢轨的限制只能沿着预定的轨道行驶,显然,火车是非自由体,钢轨是约束。又如用绳子将重  $W$  的球挂在天花板上,球受到绳的约束而不能落下(图 1-7a),这里,球是非自由体,绳是约束。

非自由体与约束间在接触点存在着力的相互作用。当力作用于非自由体时,非自由体必定通过接触点将该力作用于约束。与此同时,约束必定对非自由体作用一反作用力。这个约束施予非

自由体的反作用力,称为约束反力,也称约束力。

约束反力的方向总是与该约束所能限制的物体的运动方向相反,这一准则可用来确定约束反力的方向或作用线的位置。

通常把作用于物体的许多力分为约束反力和主动力两类。主动力的方向和大小是预先给定的,如重力、风力、油压力等等。约束反力是一种被动力,它依赖于主动力,其大小和方向取决于约束的类型和主动力的情况,由平衡条件确定。

下面介绍几种工程上常见的约束类型。

### 1. 柔索约束

由绳、胶带、链条等构成的约束,称为柔索约束。柔索不可压缩,只能承受拉力,因此柔索对物体的约束反力,只能是沿柔索方向的拉力,背向物体,作用在连接点,通常用  $T$  表示,约束反力的画法如图 1-7 和图 1-8 所示。

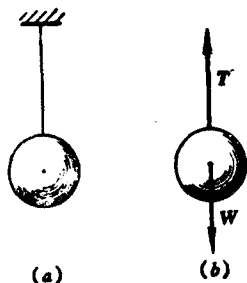


图 1-7

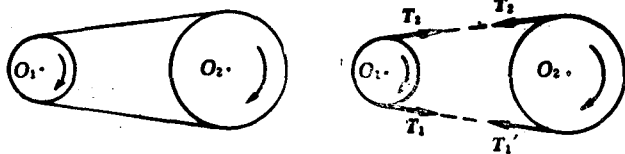


图 1-8

### 2. 光滑接触面约束

如约束与物体的接触表面均十分光滑,其摩擦可略去不计,就可看成光滑接触面约束。这类约束只限制物体沿接触面在接触点的公法线方向进入约束内部。因此,光滑接触面约束对物体的约

束反力沿接触面在接触点的公法线方向，指向物体，作用在接触点，通常用  $N$  表示(图 1-9)。

### 3. 光滑圆柱形铰链约束

这类约束有多种形式，

现分述如下：

#### (1) 圆柱形铰链约束

圆柱形铰链是由销钉  $C$  将两个有相同孔径的构件  $A$ 、 $B$  联接而成(图 1-10 a)，其示意图如图 1-10 b 所示。

构件  $A$ 、 $B$  只能绕销钉  $C$  的

轴线相对于销钉转动，但不能相对移动。为研究方便，在分析受力时，可假设销钉  $C$  留在其中任一构件例如  $A$  的销孔中，于是铰链约束便简化为构件  $B$  和销钉  $C$  彼此以光滑的圆柱面相接触。根据光滑接触面约束的性质，销钉  $C$  对构件  $B$  的约束反力  $N$  必定沿接触点  $K$  的公法线方向，指向构件  $B$ (图 1-10 c)。但是， $K$  点的位置随着构件  $B$  所受的主动力的方向不同而变化，单从约束的构造无法确定  $K$  点的位置，因此，约束反力  $N$  的方向也无法确定。这种方向无法确定的约束反力，通常用通过铰链中心的两个正交分力  $X$ 、 $Y$  表示(图 1-10 d)。

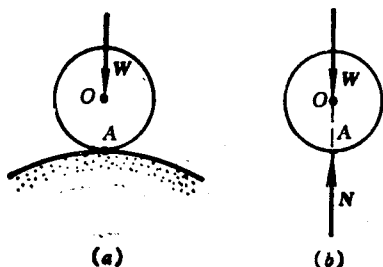


图 1-9

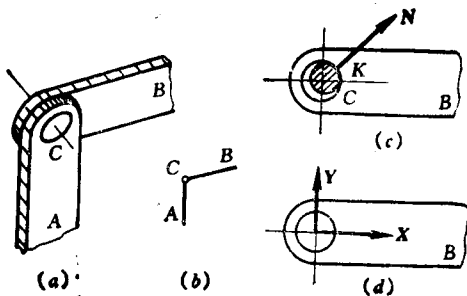


图 1-10

## (2) 固定铰链支座

如将光滑圆柱形铰链中的构件  $A$  固定, 则形成固定铰链支座, 简称固定支座(图 1-11  $a$ ), 图 1-11  $b$  为其示意图。与光滑圆柱形铰链一样, 这种约束的约束反力也是通过支座中心的两个正交分力  $X$  和  $Y$  (图 1-11  $c$ )。

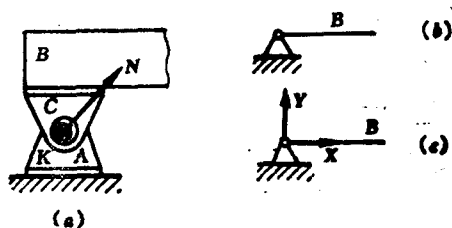


图 1-11

图 1-12  $a$  中所所示的滑动轴承, 若略去摩擦, 则轴与轴承可以看成光滑面接触。因此滑动轴承对轴的约束反力与固定支座相同, 通常也用通过支座中心的两个正交分力  $X$ 、 $Y$  表示(图 1-12  $b$ )。

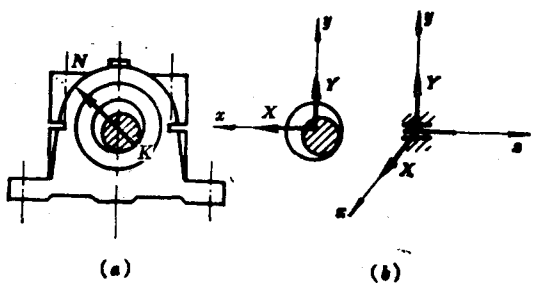


图 1-12

## (3) 可动铰链支座

如果在固定支座与支承面之间装上辊轴, 则成为可动铰链支座, 简称可动支座, 如图 1-13  $a$  所示。图 1-13  $b$  是其示意图, 桥梁

等结构中常采用这种约束。由于沿滚轴滚动方向可视为光滑，约束反力在该方向的分力为零，故可动支座的约束反力沿支承面的法线方向，通过支座中心(图 1-13 c)。

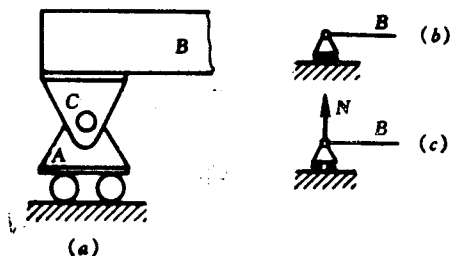


图 1-13

## § 1-4 受力图

解决静力学问题，首先要明确研究对象，分析它受哪些力作用，并确定每个力的作用点和方向。这个分析过程，称为物体的受力分析。受力分析主要包括两个步骤：

1. 取分离体 根据问题的不同要求确定研究对象，将它从周围相连接的物体中分离出来，这个物体称为分离体。在取分离体时，约束物体被解除后，必须在接触点上用约束反力来代替。

2. 画受力图 取出分离体后，首先画出分离体的图形，并画上作用于分离体的主动力和全部的约束反力，这种图形称为受力图。正确地画受力图是解决问题的关键。画受力图时，一般不应随便移动力的作用点的位置，以便为以后学习材料力学课程打下良好的基础。

有些问题需要以若干个物体组成的系统为研究对象，这时必须注意区分外力和内力。所谓外力是指系统外的物体作用于系统中各物体的力；而内力则指系统内部物体间相互作用的力。必须指出，内力和外力的区分不是绝对的，而是随着研究范围的改变而转化。由于内力总是成对出现的，它们对整体系统的作用效应相

互抵消,不产生作用,所以在取整体系统为研究对象时,不必考虑内力,在其受力图上不画内力。

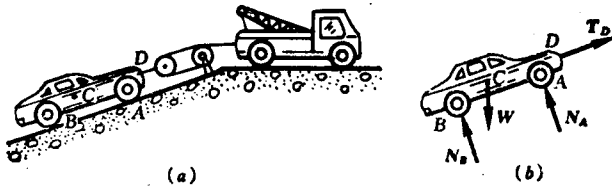


图 1-14

**例 1-1** 重 $W$ 的汽车停在斜坡上由拖车牵引(图 1-14 a)。如牵引绳和滑轮的质量及摩擦都忽略不计,试作汽车的受力图。

**解** (1) 取汽车为研究对象,并单独画出其简图。

(2) 画主动力。汽车所受的主动力有汽车的重力  $W$ 。

(3) 画约束反力。撤去  $A$ 、 $B$ 、 $D$  三处的约束,用相应的约束反力代替。由于不计摩擦,  $A$ 、 $B$  两处均为光滑表面接触。在  $A$  处,斜坡对汽车的约束反力  $N_A$  沿过接触点  $A$  的公法线,指向轮心;在  $B$  处,斜坡对汽车的约束反力  $N_B$  沿过接触点  $B$  的公法线,指向轮心。在  $D$  点,绳对汽车的约束反力为拉力  $T_D$ 。

汽车的受力图如图 1-14 b 所示。

**例 1-2** 起重机的水平梁  $AB$  的  $A$  端以铰链固定,  $B$  端用拉

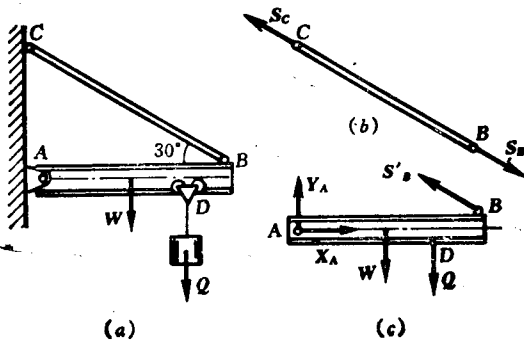


图 1-15



杆  $BC$  拉住,如图 1-15  $a$  所示。已知梁重  $W$ , 载荷  $Q$ , 试画出拉杆  $BC$ 、水平梁  $AB$  的受力图。

**解** (1) 先分析杆  $BC$  的受力情况

取杆  $BC$  为研究对象,由于杆两端均为光滑圆柱形铰链,故杆的两端各受一约束反力  $S_b$  和  $S_c$  的作用,这种杆件称为二力杆。根据二力平衡公理,此两约束反力必大小相等、方向相反,且作用于  $AB$  直线上。画其受力图(图 1-15  $b$ )。

(2) 再分析水平梁  $AB$  的受力情况

取梁  $AB$  为研究对象,并单独画出其图形。梁  $AB$  所受的主动力有重力  $W$  和载荷  $Q$ 。去掉约束,在  $A$  处为光滑铰链,它对梁的约束反力为两个正交分力  $X_A$  和  $Y_A$ ; 在  $B$  处梁  $AB$  受到拉杆  $BC$  对它的约束反力  $S'_b$  的作用,由作用和反作用定律知  $S'_b$  和  $S_b$  反向、共线。梁  $AB$  的受力图如图 1-15  $c$  所示。

**例 1-3** 三铰拱桥由左右两拱铰接而成(图 1-16  $a$ ), 设各拱自重不计,在拱  $AC$  上作用有载荷  $P$ 。试分别画出  $AC$  和  $BC$  的受力图。

**解** (1) 先分析拱  $BC$  的受力情况

由于拱  $BC$  的自重不计,且只在  $B$ 、 $C$  两处受铰链约束,因此拱  $BC$  为二力构件。在铰链  $B$ 、 $C$  处分别受  $S_b$  和  $S_c$  两力的作用,且它们反向、共线。画出其受力图(图 1-16  $b$ )。

(2) 再分析拱  $AC$  的受力情况

取拱  $AC$  为研究对象,单独画出其简图。拱  $AC$  所受的主动力有载荷  $P$ ; 去掉约束后,在  $A$  处为固定支座,其约束反力为两正交分力  $X_A$  和  $Y_A$ ; 在  $C$  处,铰  $C$  对拱  $AC$  的约束反力为  $S'_c$ , 由作用和反作用定律,  $S'_c$  和  $S_c$  反向共线。拱  $AC$  的受力图如图 1-16  $c$  所示。

进一步分析可知,由于拱  $AC$  在  $P$ 、 $S'_c$  和  $X_A$ 、 $Y_A$  的合力  $R_A$  的作用下平衡,根据三力平衡汇交定理,可确定约束反力  $R_A$  的方向。由力  $P$  和  $S'_c$  的作用线得交点  $D$ , 当拱平衡时,反力