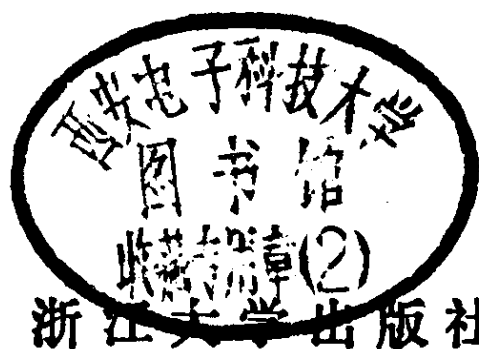




高等学校教学用书

# 工程电磁学

方正翔 李培芳 编著



## 内 容 提 要

本书根据国家教委颁发的电类专业电磁场课程基本要求编写。

全书以麦克斯韦方程组贯穿始终,系统地阐述了静态电场、静态磁场以及时变电磁场的基本规律和基本方法,并介绍若干电磁场在工程实际中的一些重要应用实例。

本书适用于高等学校电类(不含无线电)专业电磁场课程作教材,也可供电气工程技术人員参考。

## 工 程 电 磁 学

方正瑚 李培芳 编著

责任编辑 龚建勋

\* \* \*

浙江大学出版社出版

上虞汤浦印刷厂排版

印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

\* \* \*

开本 850×1168 1/32 印张 12.4375 312千字

1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数: 1-3000

ISBN 7-308-00138-5

TN·013 定价: 3.15元

## 前 言

本书编选内容满足国家教委工科电工教材电磁场教学指导小组提出的电类专业电磁场课程的基本要求。在编写过程中,既注意打好必要的理论基础,又尽可能联系工程实际问题;充分考虑学生实际情况,力图避免与先修课程有关内容不必要的重复和脱节;在强调用“场”的观点分析电磁现象的同时,充分阐述电磁场问题数学表达的物理意义,防止被抽象的数学表达式掩盖电磁现象的物理本质;对具体内容分析讨论时,问题的提出注意纵向联系,由简及繁,符合认识规律,得出结论后多作横向联系,对比异同,以便加深理解,融会贯通,培养逻辑思维能力和科学的思想方法。因此本书可作为高校工科电类专业“电磁场”课程的教材或教学参考书。

在内容编排上,本书还具有下述特点:(1) 以麦克斯韦方程组贯穿始终,通过多次反复并从不同角度对此加以讨论阐述,使能深刻理解描述宏观电磁现象的这一核心内容的物理本质及其理论实际意义;(2) 第一章通过路场对比,突出用“场”观点分析电磁现象的特点,并以物理中已学过的麦克斯韦方程组积分形式为基础,结合物理问题复习巩固有关数学知识,提高应用数学工具的能力,(3) 边值问题是电磁场的一个重要内容,但考虑到学生有关数学基础(如复变函数及数理方程等改为选修课),不单独设章,重点说明问题的实质以及工程问题的分析处理原则,适当介绍有关的重要内容,详细讨论另开选修课解决;(4) 鉴于时变场在工程实际中有着十分重要的应用,本书安排了较多篇幅予以讨论,并在第六章中对电类专业有实用价值的若干内容作较深入的介绍;(5) 在各

章中尽量选编介绍了某些工程实际应用的例子，一则使理论联系实际，二则提高学习兴趣，拓宽思路，领会电磁场具有广阔的应用前景。

本书第一、二、三、七章由方正瑚编写，第四、五、六章由李培芳编写，在编写过程中得到电工基础教研室许多同志的帮助和讨论，并经简柏敦教授详细审阅，在此表示感谢。不足之处请批评指正。

# 目 录

## 前 言

<b>第一章 电磁场的物理和数学基础</b>	<b>(1)</b>
1-1 概述	(1)
1-2 场源和场量	(4)
1-3 物理场数学运算中的几个重要概念	(9)
1-4 自由空间的麦克斯韦方程组	(12)
1-5 麦克斯韦方程组的微分形式	(17)
1-6 矢量场中的几个重要关系式	(25)
问题	(30)
习题	(30)
<b>第二章 静态电场</b>	<b>(34)</b>
2-1 概述	(34)
2-2 自由空间中的 $E$ 和 $\varphi$	(36)
2-3 用电位函数表示静电场的基本方程	(42)
2-4 静电场中的导体和电介质	(46)
2-5 电偶极子的电场	(47)
2-6 电介质中的静电场	(50)
2-7 静电场中媒质分界面上 $E$ 与 $D$ 的衔接条件	(56)
2-8 导体系统的电荷与电位 静电屏蔽	(63)
2-9 静电场的能量	(69)
2-10 静电场力	(72)
2-11 静电应用实例	(77)
2-12 考虑媒质导电性能时的恒定电场	(80)
2-13 恒流场的基本关系式	(85)
2-14 恒流场中分界面上 $\delta$ 与 $E$ 的衔接条件 静电比拟	(88)

问题	(91)
习题	(93)
<b>第三章 静态电场的解法</b>	(99)
3-1 概述	(99)
3-2 泊松方程解的唯一性	(101)
3-3 镜象法	(103)
3-4 电轴法	(115)
*3-5 输电线电场问题在电力工程中的应用	(121)
3-6 恒流场中的电阻计算	(127)
3-7 解拉氏方程的分离变量法	(133)
3-8 电场计算的数值解法概述	(138)
3-9 有限差分法	(142)
3-10 图解法	(145)
3-11 位场的实验研究及模拟	(149)
问题	(152)
习题	(153)
<b>第四章 静态磁场</b>	(158)
4-1 概述	(158)
4-2 静态磁场的几个基本定律	(159)
4-3 矢量磁位	(165)
4-4 磁偶极子的磁场	(173)
4-5 物质的磁化 磁场强度	(177)
4-5 标量磁位	(184)
4-7 磁场中媒质分界面上 $B$ 与 $H$ 的衔接条件	(188)
4-8 磁场的边值问题	(193)
4-9 磁场的镜象法	(202)
4-10 电感及其计算	(207)
4-11 磁场的能量	(216)
4-12 磁场力	(222)
问题	(231)

习题	(232)
<b>第五章 时变电磁场的基本规律</b>	<b>(239)</b>
5-1 法拉第电磁感应定律	(239)
5-2 位移电流, 全电流定律	(248)
5-3 时变电磁场基本方程 衔接条件 唯一性定理	(254)
5-4 时变电磁场中能量平衡关系 坡印廷定理	(258)
5-5 时变电磁场的位函数	(265)
5-6 达朗贝尔方程的解 滞后位	(270)
问题	(275)
习题	(276)
<b>第六章 正弦稳态电磁场</b>	<b>(281)</b>
6-1 时谐电磁场方程组的复数形式	(281)
6-2 坡印廷定理的复数形式	(283)
6-3 滞后位的复数形式	(287)
6-4 似稳场	(289)
6-5 电磁场和电路定律	(293)
6-6 导电媒质中的电磁场 趋表效应	(298)
*6-7 圆柱形导体中的电流分布	(305)
6-8 导体薄板中的涡流损耗	(311)
问题	(318)
习题	(319)
<b>第七章 电磁波</b>	<b>(323)</b>
7-1 概述	(323)
7-2 平面电磁波	(324)
7-3 有损媒质中的平面电磁波	(331)
7-4 平面电磁波的极化(偏振)	(337)
7-5 平面波的反射与折射	(341)
7-6 电磁屏蔽	(348)
*7-7 平面电磁波的斜入射	(350)
7-8 波在有界空间的传播	(356)



7-9 电磁波的辐射	(365)
问题	(374)
习题	(375)
结束语	(378)
附录 (一) 矢量算式	(380)
附录 (二) 坐标系	(383)
附录 (三) 物质的电磁性质	(385)
附录 (四) 国际制 (SI) 电磁单位	(389)

# 第一章 电磁场的物理和数学基础

本课程是在物理电磁学的基础上展开讨论，并且用“场”的观点来分析研究宏观电磁现象的基本规律及其在工程技术上的应用。因此必须具备便于表达空间定量关系的数学知识(矢量分析)，才能很好理解和掌握有关的基本概念和分析计算方法。本章试图在开始阶段就把普通物理和高等数学中的有关内容，结合起来进行复习，以加深理解，为今后各章的顺利学习打好必要的基础。

## § 1-1 概 述

在生产实践和科学技术领域中，存在着大量与宏观电磁现象和电磁过程密切相关的问题。例如电力系统、电机电器的设计与运行、电子技术应用、电磁能量或信息的传输与变换等等，都涉及到许多宏观电磁理论问题。为研究这些普遍的宏观电磁现象和电磁过程的基本特性、基本规律和基本分析计算方法，因而形成了电工技术中两门基础学科——“电路”和“电磁场”。“电路”是用“路”的观点，把宏观电磁现象和电磁过程认为是集中于或分布在某一“通路”之中，然后对此进行分析研究。显然电路的概念是电磁概念的一种简化处理。这样处理必须满足一定的条件（较详细的讨论将在第六章中加以阐述）。例如当电路的尺寸远小于所研究的电磁问题的固有波长时，就是一种非常有效而且实用的方法，因而被广泛应用于工程实际问题中。但是在另外一些情况下，例如：在几十万伏高电压，或成百上千安培大电流等电工装置附近，或者当高频或脉冲信号通过天线向空间传播时，由于这时的电磁现象和电磁过

程明显地分布在空间领域,难以再用“路”的观点来分析和处理,必须用“场”的观点来分析它们的空间分布规律,它属于“电磁场”学科的讨论范畴。所以对从事电工技术的专业人员来说,掌握这两门基础学科的有关知识是十分必要的。

由于电路和电磁场所研究的对象都是各种电工装置中所发生的共同性的电磁现象和电磁过程,而且我们已经具备了较多的电路理论知识,电路概念又是一般电磁概念的一种特殊形式,所以如果回顾一下电路理论中分析电磁现象的一些原则和方法,同时注意到“路”和“场”观点间的差异带来的不同之处,多加对比,将对进一步理解和掌握电磁场理论有一定的帮助和启发。

电路理论中采用的分析原则是:对于所研究的各种电工装置中的一些共同性的电磁现象和电磁过程,可暂不考虑装置的具体结构,先把问题抽象概括为一个“电路模型”。根据电磁过程的不同,电路模型可以分别地用不同的电路元件来表示,其中最基本的电路可用电阻  $R$ 、电感  $L$  和电容  $C$  三个集中的电路元件表示。由不同的电路元件和相应的连接方式可以组成形形色色的“电路模型”。在这些电路模型中由于不同的激励源作用(例如直流、正弦交流源等),电路中产生了不同的响应。电路模型的系统变量中最主要的是电压和电流。整个电路理论就是分析研究不同电路模型中激励源和响应之间的基本规律、分析计算方法以及应用的原理等问题。如果我们把这样的研究原则引用到解决电磁场的问题中去,为了探讨分布于空间的宏观电磁现象和电磁过程的重要性质、基本规律、分析计算方法以及应用的理论等问题,同样也可设想一个“电磁场模型”。当然这个模型与电路模型并不相同,而且模型中的相应物理量也具有不同的含义和数学表达方式。只要这个模型是建立在符合实验事实的基础之上,又能够正确反映宏观的电磁现象和过程,并有利于分析计算实际问题,这个理论就是正确的和有效的。下面我们对此作进一步阐述。

首先,与电路模型中的激励和响应相对应,电磁场模型中的基本物理量有两类:源量和场量。由于在电荷及电流(即运动的电荷)的周围空间存在着电场和磁场,人们习惯上把电荷及电流看作为电磁场的源量,而把表征电磁场最基本特性的两个物理量:电场强度  $E$  和磁感应强度  $B$  看作为电磁场的最基本的场量。源量是从其他非电磁能量,例如化学能、机械能等转化而来,物质在电磁场的作用下,例如在电场作用下物质极化或在磁场作用下磁化,也会激发出电磁场。而且电场随时间变化会激发磁场,磁场随时间变化会激发电场。由电磁场作用而形成的场“源”,也可称做二次“源量”,人们习惯上不将它们归入源量。在一般情况下,源量和场量都是随时间和所处空间位置不同而变化,所以它们是空间坐标和时间的函数。在电磁场的源量作用下,各种电工装置中的电磁现象,取决于装置的几何结构及其内部物质材料的电磁性能。严格说来,物质材料的电磁性能取决于其微观结构。但是我们研究的只是宏观电磁现象,可以不必深入探讨物质微观结构的细节,而把材料看作为电磁场的媒质,取媒质微观结构与电磁场相互作用下的宏观统计平均效应,用一些等效的宏观电磁参数来唯象地(即现象上有相同的效果)表示媒质的电磁性能,而且这样的表示是符合客观实际的。从物理电磁学中已经知道,反映材料宏观电场极化性能的是介电常数  $\epsilon$ ,反映材料宏观磁化性能的是磁导率  $\mu$ ,和反映材料导电性能的是电导率  $\gamma$ 。媒质的这三个电磁性能参量在电磁场中的地位,类似于电路中的三个集中元件的参量。电路模型是由不同的电路元件按不同连接方式(或称拓扑结构)所组成。工程上为了研究不同电工装置中的电磁场问题,可以类似地将其归结为:建立由不同的电磁性能和几何形状的媒质组成电磁场模型,求解在不同的场源分布激励下,源量与场量之间的基本关系,探讨其分析计算方法和定解条件等问题。需要强调的是:电磁场问题中待研究的都是遍布于某一空间(称之为待研究的场域)中的宏观电磁现象,其

中大多数物理量都是场域空间的坐标函数,而且很多是矢量函数。矢量函数含有三个空间坐标分量,它们还可以是时间函数。要全面而简洁地表达这些物理量之间的关系,并对它们进行数学运算,必然要用到矢量代数和矢量分析等有关数学知识。因此熟练地掌握这些数学工具,同时深刻理解数学表达式的物理意义,对学好电磁场来说,怎么强调也不会过份。为此,下面将结合电磁学中有关物理基础知识的复习,来巩固和加深理解有关数学内容。希望读者在学习过程中特别注意物理问题的数学表达方法,以及数学运算中的物理含义。

## § 1-2 场源和场量

从电磁学中已经知道,电荷和电流的周围空间,存在着电场和磁场,随时间变化的磁场伴随着电场,时变的电场伴随着磁场,时变的电场和磁场耦合在一起形成统一的电磁场;同时电磁场还对电荷和电流产生作用力,这些作用力引起电荷和电流的重新分布,反过来又影响原来的场。因此严格说来,在电磁场问题中原因和效果之间的区别,不总是那末明显。但是为了讨论方便,通常还是把电磁场模型中的基本物理量分为两大类:源量和场量。电荷和电流在场域中的分布属于源量,电场强度和磁感应强度则是场量中的两个最基本的物理量。

电荷的总电量大小用  $q$  (或  $Q$ ) 表示,单位是库(C)\*。电荷守恒定律是自然界的一个基本定律,它表示电荷既不能被创造,也不能被消灭,但是可以从一处迁移到另一处,或受外界影响而重新分布。自然界中电荷最小的量度是单个电子的电量,用  $e$  表示,  $e = -1.60 \times 10^{-19}$  库。从微观角度看,电荷是以离散的形式分布于空

\* 关于单位制,本书采用国际单位制,即 SI 制。今后除个别地方还保留其他单位制外,一般给出的单位(用相应的简写英文字母写在括号内)都属 SI 制,不再一一说明。

间。由于我们讨论的主要是宏观电磁现象，观察或测量到的现象和数据是大量带电粒子共同作用的结果，它们不反映物质微观结构细节上的不均匀性和能量变化的不连续性，只是宏观的统计平均效应。因此在宏观电磁场理论中，这种原子尺度内的突变并不重要，常采用平滑的密度函数来定义电荷的体密度，把它看作为电场的的一个在空间连续变化的源量，并用希腊字母  $\rho$  表示，其单位是库/米<sup>3</sup>(C/m<sup>3</sup>)。用数学式表示为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \quad (1-2-1)$$

式中  $\Delta q$  是微小体积  $\Delta V$  中的电量； $\Delta V \rightarrow 0$  称之为“物理无限小”体积，意味着  $\Delta V$  既小到足以表示  $\rho$  在空间的细微变化，又大到包含着大量的离散电荷。例如一个各边均为 1 微米的立方体元，体积是  $10^{-18} \text{m}^3$ 。从宏观角度看这个体积可以认为是“无限小”，但它仍然包含着  $10^{11}$  个原子。这样小的  $\Delta V$  定义出来的电荷体密度  $\rho$ ，是空间坐标变量的连续函数，足够精确地反映它的宏观效应。同样的例子在力学中也有，例如在原子尺度内物质的质量是以离散的方式与基本粒子相联系，但仍可定义一个平滑变化的物质宏观密度函数。今后在讨论宏观电磁现象时，对无限小量取极限，如果是连续变化，只能按上述方式来理解。

在某些物理条件下，譬如有一极薄的物体或很细的圆棒带有总电量  $q$ ，为了简化讨论，可假设电量只分布在物体的表面而不考虑厚度，或沿圆棒长度分布而不考虑截面，这样在面元  $\Delta S$  或线元  $\Delta l$  上，相应地可定义电荷的面密度或线密度，并分别用希腊字母  $\sigma$  或  $\tau$  表示，它们的定义是

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} \quad (1-2-2)$$

$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad (1-2-3)$$

单位为库/米<sup>2</sup>和库/米。如果这些电荷的分布规律已经知道,则  $\rho$ 、 $\sigma$  或  $\tau$  都是空间坐标变量的已知函数。若假设电荷是均匀分布,则它们都是某个已知常量。需要强调指出的是:为了与下述场量函数有明显区别,源量点函数的空间坐标变量特别在其上标加撇以示区别。例如在直角坐标系中,电荷体密度  $\rho$  的点函数应写成  $\rho(x', y', z', t')$ ,带撇的空间坐标以及时间,就表示源量点函数所在处的空间坐标位置和时间瞬时值。当电荷分布在一很小领域内,而待研究的场域与电荷分布区域的距离又远大于电荷分布体积的线性尺度时,电荷可简化为点电荷。显然点电荷、电荷线分布或面分布都是为了简化分析而作的理想化假设,也是电荷体分布的特例。

电荷运动形成电流,电流  $i$  的定义是电荷对时间的变化率,即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-2-4)$$

单位是库/秒或安(A)。式中  $dq$  是  $dt$  时间内流过一定截面的电量,所以电流不是一个点函数。在电磁场中,我们主要关心的是场域空间各点的电磁现象,所以应该定义一个相应的点函数。由于电荷在空间运动带有方向,因而选用一个物理量,其大小等于流过垂直于电荷流动方向的面元  $\Delta S_n$  的电流  $\Delta i$  与该面元  $\Delta S_n$  的比值,其方向由电荷流动的方向所决定,叫做电流密度  $\delta$ 。因为

$$\delta = \lim_{\Delta S_n \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta S_n}$$

当上式中  $\Delta S_n$  趋向“无限小”时,电流密度  $\delta$  是点函数。又因为

$$\delta = \frac{\Delta i}{\Delta S_n} = \frac{\Delta q}{\Delta t \Delta S_n} = \frac{\rho \Delta S_n \Delta l}{\Delta S_n \Delta t} = \rho v$$

式中  $\frac{\Delta l}{\Delta t} = v$  表示电荷宏观运动的速度,速度的方向即为电荷运动的方向,如以矢量  $\mathbf{v}$  表示,得

$$\delta = \rho \mathbf{v} \quad (1-2-5)$$

故电流密度可以认为是电荷运动的体密度，单位是安/米<sup>2</sup>。运动电荷周围存在着磁场，电荷周围存在着电场，二者是人类认识电磁现象的最基本的且为实验所证实的事实，因此选择  $\rho$  和  $\delta$  作为电磁场的基本源量。

除了场源在其周围空间激发电场和磁场这一实验事实以外，还存在着另一重要的实验事实，那就是如果在电磁场的场域内引入一个元电荷  $\Delta q$ ，并规定  $\Delta q > 0$ ，电磁场将对  $\Delta q$  产生作用力  $\Delta \mathbf{F}$ 。设  $\Delta q$  很小，引入后并不改变原来场域中的电磁场分布，电磁学中的洛仑兹力  $\Delta \mathbf{F}$  的表达式就是这一物理事实的结论，即

$$\Delta \mathbf{F} = \Delta q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \Delta \mathbf{F}_e + \Delta \mathbf{F}_m \quad (1-2-6)$$

式中  $\mathbf{v}$  是  $\Delta q$  的宏观运动速度。由式可见：元电荷  $\Delta q$  引入电磁场后所受到的作用力  $\Delta \mathbf{F}_e$  与其所带电量成正比。作用力的另一个部分  $\Delta \mathbf{F}_m$  还与元电荷的运动速度  $\mathbf{v}$  有关。如将引入电磁场中的  $\Delta q$  看作检验电磁场客观存在的检验电荷，则检验电荷在场域中任一点处所受到的两部分作用力  $\Delta \mathbf{F}_e$  和  $\Delta \mathbf{F}_m$ ，可分别作为描述电磁场特性的最基本的两个场量。

式(1-2-6)中，第一部分力  $\Delta \mathbf{F}_e$  表示检验电荷  $\Delta q$  在电磁场中某点所受的电场力。我们取该力与  $\Delta q$  的比值来定义表示这一点电场特征的基本场量之一——电场强度  $\mathbf{E}$ 。于是有

$$\mathbf{E} = \frac{\Delta \mathbf{F}_e}{\Delta q} \quad (1-2-7)$$

$\mathbf{E}$  的单位是牛/库，但更常用的单位是伏/米(V/m)。单位的换算请读者自行验证。上式表明  $\mathbf{E}$  与引入的检验电荷的电量无关，它表示电场是客观存在着，在引入检验电荷后使之受力，它仅仅是电场存在对外界的具体表现。

式(1-2-6)的第二项表示在电磁场中对运动电荷  $\Delta q\mathbf{v}$  来说，还受到另外一个磁场力  $\Delta \mathbf{F}_m$  的作用。磁场力的表达式要比电场力复杂，原因是  $\Delta q\mathbf{v}$  是个矢量， $\Delta \mathbf{F}_m$  由两个矢量的矢量积(或叉



积)决定其大小和方向。设  $\Delta q$  运动方向与  $\mathbf{B}$  垂直,则仿照电场的形式定义表示运动电荷所在点处磁场特征的最基本场量——磁感应强度  $\mathbf{B}$ , 因为

$$\Delta \mathbf{F}_m = \Delta q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-2-8)$$

当  $\mathbf{v}$  与  $\mathbf{B}$  垂直时有

$$B = \frac{\Delta F_m}{\Delta q v}$$

注意上式中的  $B$  只是数量关系。如  $\mathbf{B}$  的方向与  $\mathbf{v}$  不垂直时应由式 (1-2-8) 两个矢量的叉积决定力的方向和大小。 $B$  的单位是特斯拉,简称特(T),也有用韦/米<sup>2</sup> (Wb/m<sup>2</sup>) 表示。通常检验电荷在场域中的位置不同(包括运动速度不同),检验出各处的  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  大小和方向都不相等,因此场量  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  都是空间的矢量点函数。例如在直角坐标系中,可写成  $\mathbf{E}(x, y, z, t)$  和  $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ 。

上节中曾提到处于电磁场作用下的不同物质,它们的电磁性能会对电磁场引起一定的影响,当我们用媒质的宏观等效参量来反映材料的不同电磁性能时,还可以引入另外两个表示不同媒质中电磁场问题性能的物理量,这两个场量在电磁学中也已经提到过,分别称为电感应强度  $\mathbf{D}$  和磁场强度  $\mathbf{H}$ 。研究媒质中电场问题时用到场量  $\mathbf{D}$ ,研究媒质中磁场问题时用到场量  $\mathbf{H}$ 。反映媒质电磁性能的等效参量  $\epsilon$  和  $\mu$  决定了  $\mathbf{E}$  与  $\mathbf{D}$  以及  $\mathbf{B}$  与  $\mathbf{H}$  之间的关系,它们是

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1-2-9)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \quad (1-2-10)$$

上述两式常被称为媒质的性能方程。 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$  和  $\epsilon$ 、 $\mu$  的单位分别是:库/米<sup>2</sup>、安/米和法/米、亨/米。这些物理量在第二、四章中还将深入讨论,现在提出来讨论是为了提醒读者注意媒质的性能必然影响到所研究的电磁现象与电磁过程。但为了复习时能把问题集中