



卓越工程技术人才培养特色教材

# GAILÜLUN YU SHULITONGJI XITIKE JIAOCHENG

## 概率论与数理统计 习题课教程

主 编 张良霞 杨 阳 官琳琳 左 相 童凤茹



卓越工程技术人才培养特色教材

# 概率论与数理统计 习题课教程

主 编 张良霞 杨 阳 官琳琳 左 相 童凤茹

 江苏大学出版社  
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇 江

## 图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题课教程 / 张良霞等主编. —  
镇江 : 江苏大学出版社, 2015. 8  
ISBN 978-7-5684-0007-7

I. ①概… II. ①张… III. ①概率论—高等学校—题解  
②数理统计—高等学校—题解 IV. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 187650 号

### 概率论与数理统计习题课教程

---

主 编 / 张良霞 杨 阳 官琳琳 左 相 童凤茹

责任编辑 / 吴昌兴

出版发行 / 江苏大学出版社

地 址 / 江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)

电 话 / 0511-84446464(传真)

网 址 / <http://press. ujs. edu. cn>

排 版 / 镇江华翔票证印务有限公司

印 刷 / 虎彩印艺股份有限公司

经 销 / 江苏省新华书店

开 本 / 718 mm × 1 000 mm 1/16

印 张 / 13

字 数 / 255 千字

版 次 / 2015 年 8 月第 1 版 2015 年 8 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 978-7-5684-0007-7

定 价 / 28.00 元

---

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)

# 江苏省卓越工程技术人才培养特色教材建设 指导委员会

主任委员：丁晓昌（江苏省教育厅副厅长）  
副主任委员：史国栋（常州大学党委书记）  
孙玉坤（南京工程学院院长）  
田立新（南京师范大学副校长）  
梅强（江苏大学副校长）  
徐子敏（江苏省教育厅高教处处长）  
王恬（南京农业大学教务处处长）

委员会：（按姓氏笔画为序）

丁晓昌	马铸	王兵	王恬
方海林	田立新	史国栋	冯年华
朱开永	朱林生	孙玉坤	孙红军
孙秀华	芮月英	李江蛟	吴建华
吴晓琳	沐仁旺	张仲谋	张国昌
张明燕	陆雄华	陈小兵	陈仁平
邵进	施盛威	耿焕同	徐子敏
徐百友	徐薇薇	梅强	董梅芳
傅菊芬	舒小平	路正南	

## 序

深化高等工程教育改革、提高工程技术人才培养质量,是增强自主创新能力、促进经济转型升级、全面提升地区竞争力的迫切要求。近年来,江苏高等工程教育飞速发展,全省46所普通本科院校中开设工学专业的学校有45所,工学专业在校生约占全省普通本科院校在校生总数的40%,为“十一五”末江苏成功跻身全国第一工业大省做出了积极贡献。

“十二五”时期是江苏加快经济转型升级、发展创新型经济、全面建设更高水平小康社会的关键阶段。教育部“卓越工程师教育培养计划”启动实施以来,江苏认真贯彻教育部文件精神,结合地方高等教育实际,着力优化高等工程教育体系,深化高等工程教学改革,努力培养造就一大批创新能力强、适应江苏社会经济发展需要的卓越工程技术后备人才。

教材建设是人才培养的基础工作和重要抓手。培养高素质的工程技术人才,需要遵循工程技术教育规律,建设一套理念先进、针对性强、富有特色的优秀教材。随着知识社会和信息时代的到来,知识综合、学科交叉趋势增强,教学的开放性与多样性更加突出,加之图书出版行业体制机制也发生了深刻变化,迫切需要教育行政部门、高

等学校、行业企业、出版部门和社会各界通力合作,协同作战,在新一轮高等工程教育改革发展中抢占制高点。

2010年以来,江苏大学出版社积极开展市场分析和行业调研,先后多次组织全省相关高校专家、企业代表就应用型本科人才培养和教材建设工作进行深入研讨。经各方充分协商,拟定了“江苏省卓越工程技术人才培养特色教材”开发建设的实施意见,明确了教材开发总体思路,确立了编写原则:

一是注重定位准确,科学区分。教材应符合相应高等工程教育的办学定位和人才培养目标,恰当地把握研究型工程人才、设计型工程人才及技能型工程人才的区分度,增强教材的针对性。

二是注重理念先进,贴近业界。吸收先进的学术研究与技术开发成果,适应经济转型升级需求,适应社会用人单位管理、技术革新的需要,具有较强的领先性。

三是注重三位一体,能力为重。紧扣人才培养的知识、能力、素质要求,着力培养学生的工程职业道德和人文科学素养、创新意识和工程实践能力、国际视野和沟通协作能力。

四是注重应用为本,强化实践。充分体现用人单位对教学内容、教学实践设计、工艺流程的要求以及对人才综合素质的要求,着力解决以往教材中应用性缺失、实践环节薄弱、与用人单位要求脱节等问题,将学生创新教育、创业实践与社会需求充分衔接起来。

五是注重紧扣主线,整体优化。把培养学生工程技术能力作为主线,系统考虑、整体构建教材体系和特色,包括

合理设置课件、习题库、实践课题,以及在教学、实践环节中合理设置基础、拓展、复合应用之间的比例结构等。

该套教材组建了阵容强大的编写专家及审稿专家队伍,汇集了国家教学指导委员会委员、学科带头人、教学一线名师、人力资源专家、大型企业高级工程师等。编写和审稿队伍主要由长期从事教育教学改革实践工作的资深教师、对工程技术人才培养研究颇有建树的教育管理专家组成。在编写、审定教材时,他们紧扣指导思想和编写原则,深入探讨、科学创新、严谨细致、字斟句酌,倾注了大量的心血,为教材质量提供了重要保障。

该套教材在课程设置上基本涵盖了卓越工程技术人才培养所涉及的有关专业的公共基础课、专业基础课、专业课、专业特色课等;在编写出版上采取突出重点、以点带面、有序推进的策略,成熟一本出版一本。希望大家在教材的编写和使用过程中,积极提出意见和建议,集思广益,不断改进,以期经过不懈努力,形成一套参与度与认可度高、覆盖面广、特色鲜明、有强大生命力的优秀教材。

江苏省教育厅副厅长 丁晓昌

2012年8月

## ◎ 前 言 ◎

概率论与数理统计课程是研究随机现象统计规律性的数学分支. 随着现代科学技术的迅猛发展, 概率论与数理统计的理论与方法已广泛地应用于许多科学领域. 概率论与数理统计是学习现代科学技术的重要理论基础, 是高等学校理工文各专业重要的基础课程之一. 根据概率论与数理统计的教学大纲及考研大纲要求, 精心编写该辅导书, 旨在帮助初学者尽快理解这门课程的基本理论, 掌握其思维方式和解题技巧, 培养分析问题和解决问题的能力.

本书章节和教材相配套, 共 8 章. 内容包括: 概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、样本及抽样分布、参数估计、假设检验. 在每一章中分别指出了学习的基本要求, 罗列了基本概念、重要定理和相关结论, 并通过大量的典型例题, 使学生掌握解题方法, 学会分析问题和解决问题. 本书还精选了往年的考研真题, 让学生提前了解考研的题型和难度, 为以后考研打下基础. 另外, 通过完成自测题, 学生可自行检验每章的学习情况. 书后附有三份综合练习题, 可在期末复习时使用.

本书由南京信息工程大学滨江学院张良霞、杨阳、官琳琳、左相、童凤茹老师主编, 由张良霞老师统稿, 童凤茹老师主审. 本书编写过程中参考了众多概率论与数理统计相关著作, 在此表示感谢. 本书是南京信息工程大学滨江学院第三期教学建设和改革资助项目, 从编写到出版得到了院系领导的大力支持和帮助, 在此表示深深的谢意.

限于编者水平, 书中难免有疏漏之处, 恳请广大读者批评指正.

编 者

2015 年 6 月



# 目 录

<b>第一章 概率论的基本概念</b> .....	001
基本要求 .....	001
内容提要 .....	001
典型例题 .....	006
考研真题 .....	015
自测题 .....	021
<b>第二章 随机变量及其分布</b> .....	023
基本要求 .....	023
内容提要 .....	023
典型例题 .....	027
考研真题 .....	035
自测题 .....	045
<b>第三章 多维随机变量及其分布</b> .....	047
基本要求 .....	047
内容提要 .....	047
典型例题 .....	051
考研真题 .....	060
自测题 .....	072
<b>第四章 随机变量的数字特征</b> .....	076
基本要求 .....	076
内容提要 .....	076
典型例题 .....	079
考研真题 .....	088
自测题 .....	101

<b>第五章 大数定律及中心极限定理</b> .....	103
基本要求 .....	103
内容提要 .....	103
典型例题 .....	105
考研真题 .....	112
自测题 .....	116
<b>第六章 样本及抽样分布</b> .....	118
基本要求 .....	118
内容提要 .....	118
典型例题 .....	121
考研真题 .....	129
自测题 .....	133
<b>第七章 参数估计</b> .....	135
基本要求 .....	135
内容提要 .....	135
典型例题 .....	139
考研真题 .....	148
自测题 .....	159
<b>第八章 假设检验</b> .....	162
基本要求 .....	162
内容提要 .....	162
典型例题 .....	166
考研真题 .....	178
自测题 .....	180
<b>综合练习一</b> .....	182
<b>综合练习二</b> .....	184
<b>综合练习三</b> .....	187
<b>参考答案</b> .....	190

# 第一章

## 概率论的基本概念

### 基本要求

- (1) 理解随机试验及其样本空间和样本点、随机事件的概念,掌握事件的关系及运算.
- (2) 理解概率的概念,掌握概率的基本性质.
- (3) 熟练掌握古典概型中事件概率的计算.
- (4) 熟练掌握条件概率、乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式,会利用公式计算事件的概率.
- (5) 理解事件独立性的概念,会利用事件独立性进行概率的计算.

### 内容提要

#### 1. 随机试验、样本空间与随机事件

##### (1) 随机试验

具有以下 3 个特点的试验称为随机试验,记为  $E$ :

- ① 试验可在相同的条件下重复进行;
- ② 每次试验的可能结果不止一个,但试验之前可明确知道试验的所有可能结果;
- ③ 每次试验前不能确定哪一个结果会出现.

##### (2) 样本空间

随机试验  $E$  的所有可能结果组成的集合称为  $E$  的样本空间,记为  $S$ ;试验的每一个可能结果,即  $S$  中的元素,称为样本点,记为  $e$ .

##### (3) 随机事件

随机试验  $E$  的样本空间  $S$  的子集称为随机事件,简称事件,常用  $A, B, C$  等大写字母表示.

特别地,在试验中一定会发生的事件称为必然事件,记为  $S$ ;在试验中一定不发生的事件称为不可能事件,记为  $\emptyset$ .

在试验中,一个随机事件的发生,其充分必要条件是该实验的样本空间包含的样本点有且仅有一个出现.

## 2. 事件的关系与运算

### (1) 事件的包含关系

如果事件  $A$  发生必然导致事件  $B$  发生,则称事件  $B$  包含事件  $A$ ,或称事件  $A$  包含于事件  $B$ ,记为  $B \supset A$  或  $A \subset B$ .

因为不可能事件  $\emptyset$  不含有任何样本点  $e$ ,所以对任一事件  $A$ ,约定  $\emptyset \subset A$ .

### (2) 事件的相等关系

如果  $A \subset B, B \subset A$  同时成立,则称事件  $A$  与  $B$  相等,记作  $A = B$ . 易知,相等的两个事件总是同时发生或同时不发生.

### (3) 两事件的和事件

“事件  $A$  与  $B$  中至少有一个发生”,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的和事件,记作  $A \cup B$ .

### (4) 两事件的积事件

“事件  $A$  与  $B$  同时发生”,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的积事件,记作  $A \cap B$  或  $AB$ .

### (5) 两事件的差事件

“事件  $A$  发生而  $B$  不发生”,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的差事件,记作  $A - B$ .

易知  $A - B = A\bar{B} = A - AB$ .

### (6) 互不相容事件或互斥事件

若事件  $A$  与  $B$  不能同时发生,也就是说  $AB$  是一个不可能事件,即  $AB = \emptyset$ ,则称事件  $A$  与  $B$  互不相容或互斥.

### (7) 对立事件或逆事件

若事件  $A$  与  $B$  有  $A \cup B = S$  及  $AB = \emptyset$ ,则称  $A$  与  $B$  为对立事件或互逆事件,事件  $A$  的逆事件记作  $\bar{A}$ .

事件的运算法则如下:

(1) 交换律:  $A \cup B = B \cup A, AB = BA$ ;

(2) 结合律:  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (AB)C = A(BC)$ ;

(3) 分配律:  $(A \cup B)C = AC \cup BC, (AB) \cup C = (A \cup C)(B \cup C)$ ;

(4) 德·摩根律:  $\overline{A \cup B} = \bar{A}\bar{B}, \overline{AB} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ,

推广:  $\overline{\bigcup_k A_k} = \bigcap_k \bar{A}_k, \overline{\bigcap_k A_k} = \bigcup_k \bar{A}_k$ .

### 3. 频率与概率

#### (1) 频率的定义

在相同的条件下,进行了  $n$  次试验. 在这  $n$  次试验中,事件  $A$  发生的次数  $n_A$  称为事件  $A$  发生的频数,比值  $\frac{n_A}{n}$  称为事件  $A$  发生的频率,记为  $f_n(A)$ ,即

$$f_n(A) = \frac{n_A}{n}.$$

频率的基本性质如下:

- ①  $0 \leq f_n(A) \leq 1$ ;
- ②  $f_n(S) = 1$ ;
- ③ 设  $A_1, A_2, \dots, A_k$  是两两互不相容的事件,则有

$$f_n(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = f_n(A_1) + f_n(A_2) + \dots + f_n(A_k).$$

#### (2) 概率的定义

设  $E$  是随机试验,  $S$  是其样本空间. 对于  $E$  的任一事件  $A$  赋予一个实数,记为  $P(A)$ ,称为事件  $A$  的概率,若函数  $P(\cdot)$  满足下列 3 个条件:

- ① 非负性:  $P(A) \geq 0$ ;
- ② 规范性:  $P(S) = 1$ ;
- ③ 可列可加性: 对于两两互不相容的事件  $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ , 有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

概率的基本性质如下:

- ① 不可能事件的概率为零:  $P(\emptyset) = 0$ .
- ② 有限可加性: 设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是两两互不相容的  $n$  个事件, 即  $A_i A_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$ , 则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

- ③ 若事件  $B \subset A$ , 则  $P(B) \leq P(A)$ , 且  $P(A - B) = P(A) - P(B)$ .

一般减法公式:  $P(A - B) = P(A) - P(AB)$ .

- ④ 对于任一事件  $A$ , 有  $P(A) \leq 1$ .
- ⑤  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .
- ⑥ 加法公式: 对任意两个事件  $A, B$ , 有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB);$$

对任意三个事件  $A, B, C$ , 有

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC).$$

此性质可推广到任意  $n$  个事件  $A_1, A_2, \dots, A_n$  的情形:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i A_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} P(A_i A_j A_k) - \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n).$$

#### 4. 古典概型

若试验的所有可能结果是有限个,且每个可能结果发生的可能性相等,则试验称为古典概型(或等可能概型),事件  $A$  发生的概率为

$$P(A) = \frac{A \text{ 中所含样本点数}}{S \text{ 中样本点总数}} = \frac{k}{n}.$$

#### 5. 条件概率与乘法公式

##### (1) 条件概率

设  $A, B$  是  $S$  中的两个事件,且  $P(A) > 0$ , 则

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

称为事件  $A$  发生的条件下事件  $B$  发生的条件概率.

条件概率符合概率定义中的 3 个条件:

- ① 非负性:对任意事件  $B$ , 有  $P(B|A) \geq 0$ ;
- ② 规范性:对于必然事件  $S$ , 有  $P(S|A) = 1$ ;
- ③ 可列可加性:若  $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$  是两两互不相容的事件, 有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i | A\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i | A).$$

条件概率还具有概率运算的其他类似性质,如:

$$P[(B_1 \cup B_2) | A] = P(B_1 | A) + P(B_2 | A) - P(B_1 B_2 | A);$$

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A);$$

$$P[(A - B) | C] = P(A | C) - P(AB | C).$$

##### (2) 乘法公式

设事件  $A, B, P(A) > 0$  (或  $P(B) > 0$ ), 则有

$$P(AB) = P(A)P(B|A) \text{ (或 } P(AB) = P(B)P(A|B)).$$

一般地,若  $P(A_1 \cdots A_{n-1}) > 0$ , 则有

$$P(A_1 \cdots A_{n-1} A_n) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1 A_2) \cdots P(A_n | A_1 \cdots A_{n-1}).$$

#### 6. 全概率公式与贝叶斯(Bayes)公式

**定义** 设  $S$  为随机试验  $E$  的样本空间,  $A_1, A_2, \dots, A_n$  为  $E$  的一组事件,若这组随机事件能满足:

$$\textcircled{1} A_i A_j = \emptyset \quad (i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n),$$

$$\textcircled{2} \bigcup_{i=1}^n A_i = S,$$

则称  $A_1, A_2, \dots, A_n$  为样本空间  $S$  的一个划分, 或称为随机试验  $E$  的一个完备事件组.

### (1) 全概率公式

设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是  $S$  的一个划分, 且  $P(A_i) > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ , 则对任何事件  $B$ , 有

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i).$$

### (2) 贝叶斯公式

设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是  $S$  的一个划分, 且  $P(A_i) > 0 (i=1, 2, \dots, n)$ , 则对任何事件  $B$ , 有

$$P(A_j | B) = \frac{P(A_j)P(B | A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B | A_i)} \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

## 7. 事件的独立性

(1) 两个事件的独立: 若  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 则称事件  $A$  与  $B$  相互独立.

**定理 1**  $A$  与  $B$  相互独立充分必要条件是  $P(B|A) = P(B), P(A) > 0$  或  $P(A|B) = P(A), P(B) > 0$ .

**定理 2** 若事件  $A, B$  相互独立, 则可得到  $\bar{A}$  与  $B, A$  与  $\bar{B}, \bar{A}$  与  $\bar{B}$  也都相互独立.

(2) 设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是  $n$  个事件, 如果对于任意的  $k (1 < k \leq n)$  和任意的一组  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$  都有等式

$$P(A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$$

成立, 则称  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是  $n$  个相互独立的事件.

由此可知,  $n$  个事件相互独立, 需要有  $\sum_{k=2}^n C_n^k = 2^n - n - 1$  个等式保证.

对于  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , 若  $P(A_i A_j) = P(A_i)P(A_j) (i \neq j)$ , 则称  $A_1, A_2, \dots, A_n$  两两独立.

**注意**  $A_1, A_2, \dots, A_n$  相互独立时, 必有  $A_1, A_2, \dots, A_n$  两两独立. 反之不一定成立!

## 8. 排列组合基本知识

### (1) 排列

从  $n$  个不同的元素中无放回地任取  $k$  次 ( $1 \leq k \leq n$ ), 每次取一个, 然后按次序排成一列, 其排列数为  $A_n^k$  (或  $P_n^k$ ), 且

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1).$$

若  $k=n$ , 这种排列称为全排列, 即  $A_n^n = n!$ .

规定  $0! = 1$ .

## (2) 组合

从  $n$  个不同元素中, 一次取出  $k$  个 (或者从  $n$  个不同元素中不放回地取  $k$  次, 每次取一个), 所得的所有可能的组合种数为

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$C_n^k$  有时也记为  $\binom{n}{k}$ , 规定  $C_n^0 = 1$ .

## 9. 几何概型

一般, 设某个区域  $D$  (线段、平面区域、空间区域) 具有测度  $m_D$  (长度、面积、体积). 如果随机实验  $E$  相当于向区域内任意取点, 且取到每一点都是等可能的, 则称此类试验为几何概型.

如果试验  $E$  是向区域内任意取点, 事件  $A$  对应于点落在  $D$  内的某区域  $A$ , 则

$$P(A) = \frac{m_A}{m_D}.$$

若区域属于一维空间,  $m_A$  表示  $A$  在线段上的长度; 若区域属于二维空间,  $m_A$  表示  $A$  在平面区域内的面积; 若区域属于三维空间,  $m_A$  表示  $A$  在空间区域上的体积; 依此类推, 同理解释  $m_D$ .

## 典型例题

**例 1.1** 写出下列随机试验的样本空间及事件:

(1) 将一颗骰子掷两次, 记录出现的点数,  $A$  = “两次点数之和为 10”,  $B$  = “第一次的点数比第二次的点数大 2”;

(2) 一个口袋中有 5 只外形完全相同的球, 编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 从中同时取出 3 只球, 观察其结果,  $A$  = “球的最小号码为 1”;

(3) 某篮球运动员进行投篮练习, 直至投中 10 次, 记录累计投篮的次数, 事件  $A$  = “至多只要投 50 次”.

**解** (1)  $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$   
 $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$   
 $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)$   
 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$   
 $(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$   
 $(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\},$   
 $A = \{(4,6), (5,5), (6,4)\},$



$$B = \{(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)\}.$$

$$(2) S = \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 4, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 4, 5)\},$$

$$A = \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 4, 5)\}.$$

$$(3) S = \{10, 11, 12, \dots\},$$

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 50\}.$$

**例 1.2** 某人购买了 3 张彩票, 以事件  $A_i$  来表示他购买的第  $i$  张彩票中奖 ( $i=1, 2, 3$ ), 试用  $A_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 表示下列事件:

- (1) 只有第一张彩票中奖  $B_1$ ;
- (2) 3 张彩票中只有 1 张中奖  $B_2$ ;
- (3) 3 张彩票中最多只有 2 张中奖  $B_3$ ;
- (4) 3 张彩票均未中奖  $B_4$ ;
- (5) 3 张彩票中最多 1 张未中奖  $B_5$ .

**解** (1)  $B_1$  表示第一张彩票中奖、第二张和第三张彩票均未中奖, 故有

$$B_1 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3.$$

(2)  $B_2$  表示第一张中奖而第二、三张未中奖, 或第二张中奖而第一、三张未中奖, 或第三张中奖而第一、二张未中奖, 故有

$$B_2 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3.$$

(3) **方法 1** 事件  $B_3$  的逆事件是 3 张彩票均中奖, 故  $B_3 = \overline{A_1 A_2 A_3}$ .

**方法 2** 与  $B_3$  等价的事件是 3 张彩票中至少 1 张未中奖, 于是  $B_3 = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3$ .

**方法 3**  $B_3$  表示 3 张彩票 1 张都未中奖或恰有 1 张中奖或恰有 2 张中奖, 于是有

$$B_3 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \cup A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 \cup A_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 A_2 A_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3.$$

(4) **方法 1**  $B_4 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$ .

**方法 2** 与  $B_4$  等价的事件是 3 张彩票中至少有 1 张中奖是不可能的, 故有

$$B_4 = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}.$$

(5) **方法 1**  $B_5$  表示 3 张彩票都中奖或 3 张中只有 1 张未中奖, 故有

$$B_5 = A_1 A_2 A_3 \cup \bar{A}_1 A_2 A_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 \cup A_1 A_2 \bar{A}_3.$$

**方法 2**  $B_5$  与事件 3 张彩票中至少有 2 张彩票中奖等价, 故有

$$B_5 = A_1 A_2 \cup A_2 A_3 \cup A_1 A_3.$$

**例 1.3** 已知  $P(\bar{A})=0.5, P(\bar{A}B)=0.2, P(B)=0.4$ , 求: (1)  $P(AB)$ ;