

# 非线性系统滤波理论

Nonlinear System Filtering Theory

赵琳 等编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# 非线性系统滤波理论

Nonlinear System Filtering Theory

赵琳 王小旭 李亮 孙明 编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

非线性系统滤波理论 / 赵琳等编著. —北京: 国防工业出版社, 2012. 2

ISBN 978-7-118-07761-2

I. ①非… II. ①赵… III. ①非线性滤波 - 滤波理论  
IV. ①O211.64

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 016484 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787 × 1092 1/16 印张 14¼ 字数 305 千字

2012 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 58.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717



## 致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技和武器装备建设事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,原国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

**国防科技图书出版基金资助的对象是:**

1. 在国防科学技术领域中,学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技和武器装备发展具有较大推动作用的专著;密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合国防现代化和武器装备现代化需要的新工艺、新材料内容的专著。
4. 填补目前我国科技领域空白并具有军事应用前景的薄弱学科和边缘学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在总装备部的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由总装备部国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,原国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技和武器装备建设战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金  
评审委员会



# 国防科技图书出版基金 第六届评审委员会组成人员

主任委员	王 峰			
副主任委员	宋家树	蔡 镭	程洪彬	
秘 书 长	程洪彬			
副 秘 书 长	邢海鹰	贺 明		
委 员	于景元	才鸿年	马伟明	王小谟
(按姓氏笔画排序)	甘茂治	甘晓华	卢秉恒	邬江兴
	刘世参	芮筱亭	李言荣	李德仁
	李德毅	杨 伟	肖志力	吴有生
	吴宏鑫	何新贵	张信威	陈良惠
	陈冀胜	周一宇	赵万生	赵凤起
	崔尔杰	韩祖南	傅惠民	魏炳波

# 前 言

我国航天领域著名的科学家钱学森说过：“只要加以足够精密的分析，任何一个物理系统都是非线性的。”现有的研究表明，非线性随机系统广泛存在于火箭制导与控制、飞机和舰船的惯性导航、卫星轨道和姿态估计及雷达或声纳的探测中，而非线性滤波技术就是对非线性随机系统的最优状态估计。随着计算机技术的飞速发展和现代化国防建设的需求不断深化，各种非线性滤波理论相继涌现并迅速发展成熟，其应用范围不断扩大，今后必将广泛应用于航天、航空、航海、系统工程、通信、遥感、工业过程控制、农业、交通、金融等众多军事和民用领域。

线性随机系统的最优滤波估计就是著名的卡尔曼滤波器(Kalman Filter)，而对于非线性随机系统，利用传统的卡尔曼滤波精确求解非线性系统状态后验分布(均值和协方差)是非常困难甚至根本无法实现的，故要得到精确的非线性最优滤波估计也是不可能的。为此，学者提出了许多经典的次优非线性滤波方法。目前，最常用的非线性次优滤波算法是扩展卡尔曼滤波器，它因实现简单、收敛速度快等优点而被广泛应用于非线性随机系统的状态估计中。然而，扩展卡尔曼滤波器存在一阶线性化精度偏低及需要计算非线性函数雅可比矩阵的缺点，且不适用于函数不连续或不可微的非线性系统的滤波计算，从而造成了实际工程应用中估计精度不佳，工程应用范围受限。随着对非线性滤波技术研究的日益深入，非线性滤波理论也取得了显著进步，尤其是近20年以来，国内外大量学者在非线性滤波方面进行了深入的理论研究和探索，取得了许多重大的科研成果，出现了一些经典的非线性滤波方法，尤其是以Sigma点卡尔曼滤波和粒子滤波为代表的新兴非线性滤波理论的发展成熟，使得非线性滤波理论取得了长足的发展。

本书总结了近20年来国内外学者在非线性滤波理论方面所取得的一些重大理论成果，介绍了非线性滤波理论的新思想，分析和阐述了各种非线性滤波器的特点，反映了目前国内外非线性滤波理论的研究前沿，预示了非线性滤波理论的发展方向；同时针对目前非线性滤波所存在的问题和理论局限性，本书还融入了作者近年来在非线性滤波领域所取得的最新研究，希望可以为非线性滤波技术在实际工程中的应用提供一定的理论参考和借鉴。

全书共分9章。第1章简要介绍滤波的概念、非线性滤波理论的应用背景及产生发展历程；第2章概述估计理论基础与线性系统卡尔曼滤波；第3章以递推贝叶斯滤波为基本理论框架介绍非线性最优滤波及次优滤波；第4章详细介绍扩展卡尔曼滤波器及强跟踪滤波器；第5章重点阐述新兴的非线性Sigma点卡尔曼滤波，包括Unscented卡尔曼滤波和中心差分卡尔曼滤波；第6章针对系统模型不确定性，全面介绍Sigma点卡尔曼滤波技术的新发展，包括自适应

Sigma 点卡尔曼滤波器、强跟踪 Sigma 点卡尔曼滤波、噪声相关条件下 Sigma 点卡尔曼滤波;第 7 章系统介绍粒子滤波的基本理论;第 8 章针对粒子滤波的退化问题,介绍粒子滤波的优化算法;第 9 章介绍神经网络在非线性滤波中的应用。

该书的出版得到了国防科技图书出版基金的资助,并在国防科技图书出版基金委员会的热情关怀和支持下完成。评委会专家对书稿进行了认真评阅,提出了许多宝贵意见和建议。在此对国防科技图书出版基金委员会、国防工业出版社和责任编辑表示诚挚的谢意。

在本书的编写过程中,闫超同志协助完成了第 7 章和第 8 章的初稿,在此表示感谢。

由于作者水平所限,书中难免存在错误和不足之处,恳请广大读者批评指正。

编著者

2011 年 12 月于哈尔滨



# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 卡尔曼滤波理论发展及应用 .....	2
1.3 Sigma 点卡尔曼滤波理论的发展及应用 .....	3
1.4 粒子滤波概述 .....	6
1.4.1 粒子滤波的发展及应用 .....	6
1.4.2 粒子滤波的缺点及优化 .....	7
参考文献 .....	8
第 2 章 估计理论基础与线性系统卡尔曼滤波 .....	11
2.1 估计理论基础 .....	11
2.1.1 最小二乘估计 .....	11
2.1.2 最小方差估计 .....	13
2.1.3 线性最小方差估计 .....	14
2.2 线性离散系统卡尔曼滤波 .....	15
2.2.1 白噪声和有色噪声 .....	15
2.2.2 随机线性离散系统数学模型 .....	16
2.2.3 随机线性连续系统数学模型及其离散化 .....	17
2.2.4 线性离散系统卡尔曼滤波基本方程 .....	18
2.2.5 线性离散系统卡尔曼滤波的直观推导 .....	19
2.2.6 带确定控制项和量测偏差的卡尔曼滤波 .....	22
2.2.7 噪声相关的卡尔曼滤波 .....	23
2.2.8 有色噪声条件下的卡尔曼滤波 .....	24
2.3 卡尔曼滤波稳定性的判别和滤波发散的抑制 .....	27
2.3.1 稳定性的概念 .....	27
2.3.2 随机线性系统的可控性和可量测性 .....	28
2.3.3 卡尔曼滤波稳定性的判别 .....	30
2.3.4 卡尔曼滤波发散的原因及克服方法 .....	31
2.3.5 线性离散系统的 UD 分解滤波 .....	33
2.4 自适应卡尔曼滤波 .....	35
2.4.1 相关法自适应滤波 .....	36

2.4.2 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波	38
2.4.3 基于极大似然准则的自适应卡尔曼滤波	39
参考文献	41
<b>第3章 非线性系统最优滤波及次优滤波</b>	<b>43</b>
3.1 递推贝叶斯滤波	43
3.2 非线性高斯系统最优滤波及次优滤波	45
3.2.1 非线性高斯系统最优滤波	45
3.2.2 非线性贝叶斯滤波所面临的挑战	49
3.2.3 次优滤波	50
3.3 非线性非高斯系统粒子滤波	50
参考文献	51
<b>第4章 扩展卡尔曼滤波与强跟踪滤波</b>	<b>52</b>
4.1 非线性离散系统扩展卡尔曼滤波器	52
4.2 强跟踪滤波器(STF)简介	54
4.2.1 STF的提出	55
4.2.2 正交性原理	55
4.3 带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器(SFEKF)	55
4.3.1 最优渐消因子	56
4.3.2 次优渐消因子	57
4.4 带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器(SMFEKF)	58
4.5 相关噪声条件下的SMFEKF算法	60
4.6 有色噪声干扰下的SMFEKF算法	62
4.6.1 系统噪声为有色噪声而量测噪声为白噪声情况下的SMFEKF	62
4.6.2 系统噪声为白噪声而量测噪声为有色噪声情况下的SMFEKF	64
参考文献	67
<b>第5章 Sigma点卡尔曼滤波</b>	<b>68</b>
5.1 Unscented卡尔曼滤波器(UKF)	68
5.1.1 UT变换	69
5.1.2 UT变换采样策略选择依据	69
5.1.3 采样策略简介	70
5.1.4 UT变换精度分析	74
5.1.5 UKF实现	78
5.2 中心差分卡尔曼滤波器(CDKF)	81
5.2.1 Stirling差值公式	81
5.2.2 计算后验均值和协方差	83

5.2.3	CDKF 实现	87
5.2.4	CDKF 的 Sigma 点表示	93
5.3	平方根 SPKF	98
5.3.1	平方根 UKF	99
5.3.2	平方根 CDKF	103
5.4	数值实例	106
5.4.1	强非线性情况下 EKF 与 UKF 精度比较	106
5.4.2	状态方程不连续情况下 EKF 与 UKF 精度比较	108
	参考文献	109
<b>第 6 章 Sigma 点卡尔曼滤波技术新发展</b>		111
6.1	非线性高斯系统最优自适应滤波器	111
6.1.1	常值噪声统计估计器	112
6.1.2	无偏性分析	114
6.1.3	时变噪声统计估计器	115
6.2	带噪声统计估计器的 SPKF	118
6.2.1	带噪声统计估计器的 UKF	118
6.2.2	带噪声统计估计器的 CDKF	119
6.2.3	数值实例	121
6.3	强跟踪 SPKF	124
6.3.1	强跟踪 UKF	124
6.3.2	强跟踪 CDKF	127
6.4	噪声相关条件下 SPKF	128
6.4.1	噪声相关条件下非线性高斯系统最优滤波器	129
6.4.2	噪声相关 UKF	132
6.4.3	噪声相关 CDKF	133
	参考文献	134
<b>第 7 章 粒子滤波</b>		135
7.1	蒙特卡罗方法	135
7.1.1	蒙特卡罗积分基本原理	135
7.1.2	蒙特卡罗积分的收敛性	137
7.1.3	蒙特卡罗积分的实现步骤和特点	137
7.1.4	三种蒙特卡罗采样方法	138
7.2	序贯重要性采样	141
7.3	退化问题与解决方法	144
7.3.1	重要性权值的退化问题	144
7.3.2	重要性密度函数的选择	144



7.3.3	重采样算法	146
7.4	标准粒子滤波算法	148
7.5	数值实例	150
	参考文献	151
<b>第8章</b>	<b>粒子滤波算法的优化</b>	<b>152</b>
8.1	粒子滤波存在的问题	152
8.2	避免粒子贫化	153
8.2.1	传统解决方法	153
8.2.2	智能优化重采样策略	158
8.3	降低计算复杂度	165
8.3.1	边沿化滤波策略	165
8.3.2	自适应粒子滤波	172
8.4	优选重要性密度函数	174
8.4.1	辅助粒子滤波	174
8.4.2	扩展卡尔曼粒子滤波	176
8.4.3	Sigma 点粒子滤波	179
8.4.4	高斯采样粒子滤波	181
	参考文献	183
<b>第9章</b>	<b>神经网络与滤波的结合及应用</b>	<b>186</b>
9.1	前馈神经网络基础	186
9.1.1	人工神经网络的发展与应用	186
9.1.2	神经元模型	187
9.1.3	神经网络结构和学习规则	188
9.2	BP 神经网络及其算法	189
9.2.1	BP 神经网络	189
9.2.2	BP 算法	190
9.2.3	BP 神经网络的优缺点	192
9.3	BP 神经网络辅助 EKF	192
9.3.1	协方差匹配法	193
9.3.2	BP 神经网络用于辨识 EKF 噪声协方差	194
9.4	EKF 在径向基神经网络训练中的应用	195
9.4.1	径向基神经网络	195
9.4.2	基于梯度下降的径向基网络训练算法	196
9.4.3	基于 EKF 的径向基网络训练算法	197
9.4.4	解耦 EKF 训练算法	199
9.5	基于 UKF 的神经网络训练方法及应用	200

9.5.1	权值自适应调整的 UKF 训练方法 .....	200
9.5.2	UKF 神经网络训练方法在全局信息融合中的应用 .....	202
9.6	Hopfield 神经网络数据关联滤波算法及应用 .....	203
9.6.1	联合概率数据关联滤波算法 .....	203
9.6.2	Hopfield 神经网络数据关联滤波算法 .....	205
9.6.3	Hopfield 神经网络在多目标跟踪中的应用 .....	207
	参考文献 .....	208

# Content

<b>Chapter 1 Overview</b>	1
1.1 Introduction	1
1.2 Kalman filter: development and applications	2
1.3 Sigma-points Kalman filter: development and applications	3
1.4 Particle filter: A introduction	6
1.4.1 Particle filtering: development and applications	6
1.4.2 Particle filtering: disadvantages and optimization	7
References	8
<b>Chapter 2 Estimation theory and linear system Kalman filter</b>	11
2.1 Fundamentals of estimation theory	11
2.1.1 Least square estimation	11
2.1.2 Least variance estimation	13
2.1.3 Linear least variance estimation	14
2.2 Kalman filter for Linear discrete system	15
2.2.1 White noise and correlated noise	15
2.2.2 Mathematical model of random linear discrete system	16
2.2.3 Random linear continuous system: mathematical model and discretization	17
2.2.4 Linear discrete system Kalman filter equations	18
2.2.5 Derivation of linear discrete system Kalman filter	19
2.2.6 Kalman filter with known control term and measurement bias	22
2.2.7 Kalman filter for correlated process and measurement noise	23
2.2.8 Kalman filter with colored noise	24
2.3 Kalman filter: stability criteria and the suppression of filtering divergence	27
2.3.1 Concept of stability	27
2.3.2 Random linear system: controbability and observability	28
2.3.3 Kalman filter: stability criteria	30
2.3.4 Kalman filter divergence: causes and overcome	31
2.3.5 Linear discrete filter based UD factorilazation filter	33
2.4 Adaptive Kalman filter	35
2.4.1 Correlation methods based apative filter	36



2.4.2	Sage-Husa adaptive Kalman filter .....	38
2.4.3	Maximum likelihood estimation based adaptive Kalman filter .....	39
	References .....	41
<b>Chapter 3</b>	<b>Nonlinear system optimal filter and suboptimal filter</b> .....	<b>43</b>
3.1	Iterative Bayesian filter .....	43
3.2	Nonlinear Gaussian system optimal filter and suboptimal filter .....	45
3.2.1	Nonlinear Gaussian system optimal filter .....	45
3.2.2	Nonlinear Bayesian filter; Challenging .....	49
3.2.3	Suboptimal filter .....	50
3.3	Nonlinear non-Gaussian system particle filter .....	50
	References .....	51
<b>Chapter 4</b>	<b>Extended Kalman filter and strong tracking filter</b> .....	<b>52</b>
4.1	EKF for Nonlinear discrete system .....	52
4.2	Strong tracking filter(STF) : Introduction .....	54
4.2.1	Definition of STF .....	55
4.2.2	Orthogonality Principle .....	55
4.3	Suboptimal Fading Extended Kalman Filter (SFEKF) .....	55
4.3.1	Optimal fading factor .....	56
4.3.2	Suboptimal fading factor .....	57
4.4	Suboptimal Multiple Fading Extended Kalman Filter(SMFEKF) .....	58
4.5	SMFEKF with correlated process and measurement noise .....	60
4.6	SMFEKF with colored noise case .....	62
4.6.1	Case A of SMFEKF: colored process noise and white measurement noise .....	62
4.6.2	Case B of SMFEKF: white process noise and colored measurement noise .....	64
	References .....	67
<b>Chapter 5</b>	<b>Sigma-points Kalman filter</b> .....	<b>68</b>
5.1	Unscented Kalman filter(UKF) .....	68
5.1.1	UT transform .....	69
5.1.2	UT transform: selection criterion for sampling strategy .....	69
5.1.3	Sampling strategy: introduction .....	70
5.1.4	UT transform: accuracy analysis .....	74
5.1.5	UKF; implementation .....	78
5.2	Central Difference Kalman filter (CDKF) .....	81
5.2.1	Stirling extrapolation equation .....	81
5.2.2	Computation of posterior mean and covariance .....	83

5.2.3	CDKF; implementaion	87
5.2.4	Sigma-points expression of CDKF	93
5.3	Square-root SPKF	98
5.3.1	Square-root UKF	99
5.3.2	Square-root CDKF	103
5.4	Numerical examples	106
5.4.1	The accuracy comparison between EKF and UKF under the nonlinear case	106
5.4.2	The accuracy comparison between EKF and UKF under the discontinuous state equation case	108
	References	109
<b>Chapter 6 Sigma-points Kalman filter; new developments</b>		<b>111</b>
6.1	Optimal adaptive filter for nonlinear Gaussian system	111
6.1.1	Time-invariant noise statistics estimator	112
6.1.2	Unbiasedness analysis	114
6.1.3	Time-variant noise statistics estimator	115
6.2	Noise statistics estimator aided SPKF	118
6.2.1	Noise statistics estimator aided UKF	118
6.2.2	Noise statistics estimator aided CDKF	119
6.2.3	Numerical examples	121
6.3	Strong tracking SPKF	124
6.3.1	Strong tracking UKF	124
6.3.2	Strong tracking CDKF	127
6.4	SPKF with correlated noise case	128
6.4.1	Optimal filter for Nonlinear Gaussian system under correlated noise	129
6.4.2	UKF implemetation under correlated noise	132
6.4.3	CDKF implementation under correlated noise	133
	References	134
<b>Chapter 7 Particle filter</b>		<b>135</b>
7.1	Monte Carlo method	135
7.1.1	Monte Carlo method; principle	135
7.1.2	Monte Carlo method; convergence	137
7.1.3	Monte Carlo method; implementation and features	137
7.1.4	Three Monte Carlo sampling methods	138
7.2	Sequential importance sampling	141
7.3	Degeneracy problems and solution	144

7.3.1	Degeneracy of importantable weight	144
7.3.2	Selection of importance density function	144
7.3.3	Resampling algorithms	146
7.4	Standard particle filter algorithm	148
7.5	Numerical examples	150
	References	151
<b>Chapter 8 Particle filter algorithm: optimization</b>		<b>152</b>
8.1	The problems existed in particle filter	152
8.2	Particle degeneracy immune	153
8.2.1	Traditional solution	153
8.2.2	Intelligent optimum resample strategy	158
8.3	Reduce computation burden	165
8.3.1	Marginal filter strategy	165
8.3.2	Adaptive particle filter	172
8.4	Importance density function selection	174
8.4.1	Auxiliary resampling filter	174
8.4.2	Extended Kalman particle filter	176
8.4.3	Sigma-points particle filter	179
8.4.4	Gaussian sampling particle filter	181
	References	182
<b>Chapter 9 Combination of neural networks and filters and its application</b>		<b>186</b>
9.1	Feedforward neural network	186
9.1.1	Development and application of artificial neural networks	186
9.1.2	Neural models	187
9.1.3	Structures and learning rules of neural networks	188
9.2	BP neural network and algorithm	189
9.2.1	BP neural network	189
9.2.2	BP algorithm	190
9.2.3	Advantages and disadvantages of BP neural network	192
9.3	BP neural network-aided EKF	192
9.3.1	Covariance matching method	193
9.3.2	Identifying EKF noise covariance using BP neural network	194
9.4	Application of EKF in training radial basic function neural network	195
9.4.1	Radial basic function neural network	195
9.4.2	Gradient descent based radial basic function neural network training algorithm	196
9.4.3	EKF based radial basic function neural network training algorithm	197
9.4.4	Decoupled EKF based training algorithm	199



9.5	UKF based radial basic function neural network training algorithm and application	200
9.5.1	UKF based training algorithm with weights tuned adaptively	200
9.5.2	Application of UKF neural network training algorithm to overall information fusion	202
9.6	Hopfield neural network based data association filter algorithm and application	203
9.6.1	Joint data association filter algorithm	203
9.6.2	Hopfield neural network data association filter algorithm	205
9.6.3	Application of Hopfield neural network to multiple target tracking	207
	References	208