

研究與方法

教育及心理統計學

朱經明◎著



五南圖書出版公司 印行

國家圖書館出版品預行編目資料

教育及心理統計學 / 朱經明著. —1 版.—臺北

市：五南， 2007 [民 96]

面：公分.

參考書目：面

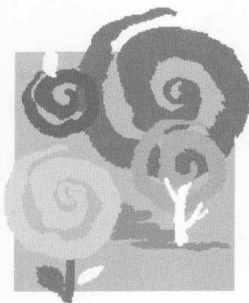
含索引

I S B N: 978-957-11-4704-8 (平裝)

1. 教育統計學

520.28

96004434



11RZ

教育及心理統計學

作 者 — 朱經明(42.1)

發 行人 — 楊榮川

總 編輯 — 龐君豪

主 編 — 陳念祖

責任編輯 — 李敏華

封面設計 — 童安安

出 版 者 — 五南圖書出版股份有限公司

地 址：106 台北市大安區和平東路二段 339 號 4 樓

電 話：(02)2705-5066 傳 真：(02)2706-6100

網 址：<http://www.wunan.com.tw>

電子郵件：wunan@wunan.com.tw

劃撥帳號：01068953

戶 名：五南圖書出版股份有限公司

台中市駐區辦公室 / 台中市區中山路 6 號

電 話：(04)2223-0891 傳 真：(04)2223-3549

高雄市駐區辦公室 / 高雄市新興區中山一路 290 號

電 話：(07)2358-702 傳 真：(07)2350-236

法律顧問 得力商務律師事務所 張澤平律師

出版日期 2007 年 5 月初版一刷

2007 年 10 月初版二刷

定 價 新臺幣 580 元



自序

拙作《教育統計學》，因簡明清晰頗受讀者歡迎，已出版約二十刷。惟以筆者在亞洲大學心理系教授統計學多年，極思撰寫《教育及心理統計學》，並獲五南圖書出版公司楊董事長惠允，終能完成此一心願。本書之撰寫，仍本以簡馭繁的科學精神，清晰表明教育及心理上常用之統計方法，並以簡單之數學方式說明有關公式之由來。撰寫期間，筆者無時不以讀者之角度思考，務期使所有解說、舉例、運算等更具親和性、可讀性。讀者只需有基本之數學知識，即能掌握本書，了解統計學之奧妙。每章之後並附有習題供讀者練習之用，書末則附有習題解答。

統計學已成為各種實證研究的一種核心方法，科學研究的主體可能只是「機率分配」。因此現代教育及心理文獻中常有許多統計術語及統計分析方法，若不懂統計學，幾乎等於是「半文盲」。所以學習統計學有助於我們閱讀國內外有關教育及心理學研究報告。同時我們撰寫研究論文，也需有統計學的知識，才能做有效的設計和正確的分析。另外，學習教育及心理統計學有助於提高教育及心理研究工作的水準，以及解決實際的教育及心理問題。它可以幫助我們分析資料，處理數據，安排系統觀察、調查和實驗。在教育上，並可對評量教育績效，改進教育措施，革新教學方法等提供可靠的資料。最後，統計學具有數學的嚴謹性，是一種科學方法，它可以訓練我們科學的推理與思維，養成科學的態度，使我們做出明智的決定。

為配合目前電腦化之趨勢，本書對如何應用 SPSS 和 Excel 進行統計分析，有簡要之說明。尤其較複雜先進的統計方法如多變量變異數分析、LISREL、Logistic 迴歸等更需有電腦的協助。本書對此均有舉例說明，讀者只需按步驟輸入資料，即可獲得結果，進行分析。「掌握基本統計、應用高等統計」使本書可為讀者自大學使用至研究所，誠為筆者之至盼。

朱 經 明 謹識

2007 年 3 月於亞洲大學幼教系及心理系

推薦序

教育科學化可提升教育研究之水準，增進教育工作之效率，因而教育科學化應是所有教育工作者的共同信念。現代教育科學化運動，強調「實徵性研究」（empirical approach）的重要性，主張教育的研究應以科學方法蒐集實際的資料，進行客觀的統計分析，作為立論的依據。吾人欲了解教育現況，解決各種教育問題，或進行教育實驗工作，以改進教材教法並增進教學效率，必須運用統計方法，處理大量的數據資料，把複雜的教育現象化成有系統、有意義的研究結果，以統計表、統計圖和統計量數明確地表示出來，藉供分析、解釋和推廣應用。因此，統計方法已成為現代教育研究的主要工具之一，從事教育研究者必須充分了解統計方法的性質、原理與技術，始能設計與進行教育研究工作，閱讀有關文獻並評鑑其要義和價值，進而適當分析和解釋自己研究所得的資料，據以撰寫研究報告，提出研究成果。

本書對教育統計學之基本概念與理論解說清晰，統計方法之應用與舉例翔實適切，並附有習題以供練習之用。閱讀此書確能使讀者建立教育統計之良好基礎，掌握教育科學研究之利器，以及引起進一步高深研究之興趣。目前微電腦使用甚為普及，因而統計方法與電腦化資料處理密切不可分。本書對如何應用 SPSS 從事教育研究之統計分析有簡要之說明；並對 SPSS 執行結果之解釋與列表有清晰扼要之陳述。此正切合目前統計學書籍附有電腦統計軟體解說之趨勢。茲值該書付梓之際，爰特綴數語樂為之序。

簡 茂 發 謹識

民國 78 年 9 月於臺中師範學院

目 錄

自 序	i
推薦序	iii
第一章 緒論	001
1-1 統計學的意義與分類 / 002	
1-2 變數及其類別 / 003	
1-3 總和的計算 / 007	
習題一 / 010	
第二章 次數分配及圖示法	011
2-1 名義變數及次序變數的次數分配及圖示法 / 012	
2-2 等距變數及比率變數的次數分配及圖示法 / 014	
2-3 次數分配比較圖 / 021	
2-4 錯誤圖示法 / 024	
習題二 / 026	
第三章 集中量數	027
3-1 算術平均數 / 028	
3-2 中數 / 033	
3-3 眾數 / 036	
3-4 平均數、中數及眾數的特性及適用時機 / 037	

習題三 / 039

第四章 變異量數 044

4-1 全距 / 042

4-2 四分差 / 043

4-3 平均差 / 044

4-4 標準差與變異數 / 046

4-5 各種變異量數的適用時機 / 051

習題四 / 053

第五章 相對地位量數 055

5-1 百分位數及百分等級 / 056

5-2 標準分數 / 061

5-3 百分等級與標準分數之比較 / 064

習題五 / 066

第六章 常態分配 067

6-1 常態分配的特性 / 069

6-2 標準常態分配 / 071

6-3 標準常態曲線下之面積 / 073

6-4 偏態與峰度 / 075

6-5 次數分配的常態化 / 078

6-6 常態分配下各種分數之比較 / 080

習題六 / 082

第七章 簡單相關與迴歸 083

7-1 相關的意義 / 084

7-2 皮爾遜積差相關係數 / 085

7-3 相關係數的解釋 / 090

7-4 直線迴歸與預測 / 092

7-5	相關係數與迴歸係數的關係 / 095	
7-6	估計誤差與估計標準誤 / 096	
7-7	決定係數 / 100	
	習題七 / 101	
第八章	抽樣與抽樣分配	103
8-1	抽樣的方式 / 104	
8-2	母數與統計量 / 108	
8-3	抽樣分配 / 109	
8-4	自由度 / 111	
8-5	卡方分配 / 112	
8-6	F 分配 / 115	
8-7	t 分配 / 117	
	習題八 / 119	
第九章	統計估計——點估計與區間估計	121
9-1	點估計 / 122	
9-2	區間估計 / 124	
9-3	母群體平均數的區間估計 / 125	
9-4	母群體比率（百分比）的區間估計 / 129	
9-5	母群體相關係數（ ρ ）的區間估計 / 130	
	習題九 / 133	
第十章	假設檢定——平均數、百分比、相關係數等之檢定	135
10-1	基本概念 / 136	
10-2	一個平均數的檢定 / 142	
10-3	兩個平均數差異顯著性的檢定 / 144	
10-4	兩個百分比（比率）的差異顯著性檢定 / 153	
10-5	相關係數顯著性之檢定 / 156	
10-6	兩相關係數差異顯著性檢定 / 157	

習題十 / 160

第十一章 卡方檢定——次數或人數的分析161

11-1 適合度檢定 / 163

11-2 獨立性檢定 / 167

11-3 χ^2 檢定應注意之事項及 2×2 列聯表 / 16811-4 與 χ^2 有關的關聯測量數 / 171

11-5 多向度列聯表與線性對數模式 / 173

習題十一 / 175

第十二章 單因子變異數分析177

12-1 基本概念 / 178

12-2 變異數分析的步驟 / 183

12-3 多重比較 / 186

12-4 變異數分析的基本假設 / 191

12-5 重複量數變異數分析 / 192

習題十二 / 196

第十三章 多因子變異數分析199

13-1 二因子變異數分析基本概念 / 200

13-2 各細格 n 相同二因子變異數分析 / 20413-3 各細格 n 不等之二因子變異數分析 / 213

13-4 固定、混合和隨機模式 / 217

13-5 重複量數二因子變異數分析 / 219

13-6 二因子變異數分析和單因子變異數分析的比較 / 226

13-7 獨立樣本三因子變異數分析 / 228

13-8 重複量數三因子變異數分析 / 231

13-9 拉丁方格設計 / 234

13-10 η^2 (eta squared) 和 $\hat{\omega}^2$ (omega squared) / 239

習題十三 / 242

第十四章 趨向分析	245
14-1 基本概念 / 246	
14-2 獨立樣本單因子趨向分析 / 248	
14-3 趨向分析的其他應用與限制 / 254	
習題十四 / 256	
第十五章 共變數分析	257
15-1 共變數分析與迴歸 / 258	
15-2 獨立樣本單因子共變數分析 / 260	
15-3 迴歸係數同質性檢定 / 268	
15-4 共變數分析的其他應用與基本假設 / 273	
習題十五 / 274	
第十六章 無母數統計法	277
16-1 曼-惠二氏 U 檢定法 / 278	
16-2 魏克遜配對組符號等級檢定 / 282	
16-3 克-瓦二氏單因子變異數分析 / 284	
16-4 弗里曼二因子等級變異數分析 / 286	
習題十六 / 289	
第十七章 其他重要相關統計法	291
17-1 ϕ 相關 / 292	
17-2 四分相關及等級二系列相關 / 295	
17-3 點二系列相關 / 295	
17-4 二系列相關 / 299	
17-5 斯皮爾曼等級相關 / 300	
17-6 肯德爾和諧係數 / 303	
17-7 相關比或曲線相關 / 305	
習題十七 / 309	

第十八章 淨相關、複相關與複迴歸	311
18-1 淨相關 / 312	
18-2 複相關 / 315	
18-3 複迴歸 / 317	
18-4 逐步迴歸分析 / 326	
18-5 徑路分析 / 331	
18-6 類別變項與迴歸 / 333	
18-7 多項式迴歸 / 335	
習題十八 / 340	
第十九章 基本統計與電腦統計軟體	343
19-1 SPSS for Windows 之基本統計應用 / 344	
19-2 Excel 之基本統計應用 / 362	
第二十章 高等統計與電腦統計軟體	385
20-1 重複量數二因子變異數分析 / 386	
20-2 重複量數三因子變異數分析 / 394	
20-3 多變量變異數分析 / 399	
20-4 區別分析 / 408	
20-5 Logistic 迴歸 / 413	
20-6 對數線性模式 / 420	
20-7 因素分析 / 425	
20-8 典型相關 (canonical correlation) / 432	
20-9 結構方程模式 - LISREL / 437	
附錄	443
習題解答	475
參考書目	483
索引	485

第一章

緒論

統計學與教育心理學

統計學 (statistics) 為蒐集、整理、分析、解釋、推測 (inferential) 資料 (data) 以科學方法。專門處理資料的科學。統計學在社會科學、商業、醫學、教育、心理學等領域均有廣泛的應用。統計學的主要目的是為了了解其特性，並可推測其未來的趨勢。例如由本市一百位國小六年級學生中，選取百分之十的學生，計算其學業成績，以此推測全市六年級學生的學業成績。統計學可分為敘述統計學 (descriptive statistics) 與推測統計學 (inferential statistics) 兩部分。

敘述統計學

敘述統計學 (descriptive statistics) 是指對資料進行整理、分析、描述，以了解其特性。敘述統計學的主要目的是為了了解其特性，並可推測其未來的趨勢。例如由本市一百位國小六年級學生中，選取百分之十的學生，計算其學業成績，以此推測全市六年級學生的學業成績。敘述統計學可分為集中趨勢、變異、位置、相對位置等四種。

推測統計學

推測統計學 (inferential statistics) 是指根據樣本資料推測總體的特性。推測統計學的主要目的是為了推測總體的特性。例如由本市一百位國小六年級學生中，選取百分之十的學生，計算其學業成績，以此推測全市六年級學生的學業成績。推測統計學可分為估計推測與檢定推測兩種。

1-1 統計學的意義與分類

統計學 (statistics) 為蒐集、整理、分析、及推論數字資料 (numerical data) 的科學方法。我們蒐集得到的原始資料通常雜亂無章，必須加以整理使其系統化，然後加以分析以了解其特性。並可由已知的樣本資料推論到未知的全體，例如由本市一百位國小六年級學童樣本近視百分比，推論全市國小六年級全體學童近視的百分比，並計算其誤差。統計學根據其是否作統計推論，可區分為敘述統計學 (descriptive statistics) 及推論統計學 (inferential statistics) 兩部分：

(一) 敘述統計學

敘述統計學僅在整理及分析資料本身，並不由已知的資料推論到未知的部分。我們蒐集得到資料通常毫無組織，敘述統計學告訴我們如何加以整理、計算、排列及敘述以使原始資料變得簡明扼要並有意義，使人容易了解。例如某校為了解該校一年級新生的智力水準，可以實施智力測驗後，根據測驗分數予以整理歸納，以表或圖加以表達；並可求出智力的平均數以了解一般的智力水準，或者算出智力變異的情形，以了解學生個別差異的大小。由於僅是就某校一年級新生的資料加以統計分析，並不推論到其他學校的新生，所以是敘述統計學。

(二) 推論統計學

一般科學研究，由於受到時間、金錢、人力、物力的限制，通常無法將研究對象全部加以測量或調查，只能由其中抽取部分樣本加以研究。例如我們要研究全市六年級學生的數學能力，全市國小六年級學生就是我們研究的對象，在統計學上稱為母群體 (population)。通常研究者採用抽樣方式 (sampling method)，由母群體中抽取樣本 (sample)，例如抽出三

百位國小六年級學生，實施數學能力測驗後，計算其平均數學成績等統計量，並據以推論全市國小六年級學生的數學能力，計算其可能的推論誤差。在推論統計裡，研究者真正的目的是推論母群體的性質，而不是敘述樣本的性質。

除了敘述與推論統計之外，有些學者將實驗設計及分析（experimental design and analysis）特別提出。在教育及心理的研究上，我們常需做各種實驗，而實驗必須經過仔細的設計，並選用適當的統計分析方法。統計分析與實驗設計關係密切，不但實驗的結果必須經過統計分析；而且透過統計分析，我們可以事先選用最經濟有效的實驗方式。如此統計學就可區分為(1)敘述統計學、(2)推論統計學、及(3)實驗設計與分析。

統計學所處理的資料是數字資料，因此與數學關係密切，是數學的一種主要分支。同時統計學是一種科學方法，因此被普遍應用到各種社會科學與自然科學中。所以統計學又可區分為數理統計學（mathematical statistics）及應用統計學（applied statistics）；前者在探討各種統計方法的數學原理以及各種統計公式的來源，後者則著重如何將各種統計方法應用到社會及自然科學上。教育及心理統計學為應用統計學的一種，其目的在探討如何應用有關的統計方法以研究各種教育及心理問題與現象。

1-2 變數及其類別

變數（variable）又稱為變項，是指可以不同數值或狀態出現的屬性（property）。例如性別是一種變數，因為有人是男性，有人是女性。身高是一種變數，有人是 170 公分，有人是 165 公分，有人是 150 公分等等。其他如血型、體重、智力、年齡、教育程度、職業、收入、價值、態度、性格、學業成績等都會因人而異，都是變數。燈光的亮度、品種、顏色及教學方法等可以有不同的變化或種類，也是變數。與變數相反的是常數（constant），常數是恆為定值，可視為變數的一種特殊型態。變數通常以

X, Y, Z 表示；常數則以 a, b, c 表示。

變數的分類，常見之方法如下：

(一) 自變數與依變數

兩個變數 X 與 Y，當 Y 之值隨 X 之值而變時，在數學上便稱 Y 為 X 的函數，以 $Y=f(X)$ 表示。此時，X 稱為自變數 (independent variable)，Y 稱為依變數 (dependent variable) 或應變數。在教育與心理研究中，我們所研究的變數有時可分為自變數與依變數。例如研究不同教學方法對學生學業成績的影響，此時教學方法為自變數而學業成績為依變數。又如研究燈光亮度對讀書效率的影響，則燈光亮度為自變數而讀書效率為依變數。

(二) 連續變數與間斷變數

連續變數 (continuous variable) 可以有無數個不同之值，任何兩個值之間都可以加以無限制的細分。時間、年齡、身高、體重、智商等都是連續變數。我們測量連續變數所得到的數值會受到測量工具精密度的影響，越精密的測量工具可測得越細微的數值。用精密到 0.1 秒的馬錶測得某人百米賽跑成績為 10.4 秒；若改用精密到 0.01 秒的馬錶，可能發現更精確的數值是 10.42 秒。只要我們有更精密的測量工具，理論上我們可繼續細分下去。事實上，我們測量連續變數所得到的數值應視為一段距離而非一點。例如當我們測得某人為 160 公分，精確至公分為止，則其可能身高應是在 159.5 至 160.5 公分之間。也就是測量值的誤差等於其最末一位數值的半個單位，160 公分只是一個近似值而已。圖 1-1 表明測量連續變數所得的數值應視為一段距離：

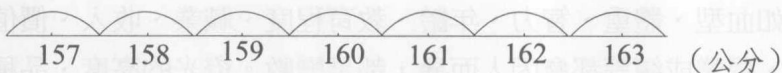


圖 1-1 連續變數各數值所涵蓋之距離

間斷變數 (discrete variable) 一般是由點記 (counting) 所得，例如競選班長，張三得 23 票，李四得 12 票，票數即為間斷變數。票數不是連續的，我們不能加以無限制的細分，只能得到特殊的數值；我們不能說張三得到 23.3 票或李四得到 12.4 票。間斷變數的每一個數值，係代表一個點，而不是一段距離。班級人數、某縣市學校數、家庭人數、擲硬幣得到正面的次數、擲骰子得到的點數等均屬間斷變數。

(三) 名義變數、次序變數、等距變數和比率變數

變數根據其測量尺度 (scale of measurement) 精密的程度，由低而高，區分為名義、次序、等距及比率變數，說明如下：

1. 名義變數 (nominal variable)

又稱為類別變數 (categorical variable)，其目的僅在於分類，性別是一種名義變數，可分為男性與女性，通常我們用 0 代表女性，用 1 代表男性。由於性別僅能分為兩種，故為一種兩分類別變數。其他如血型、國籍、顏色、郵遞區號、電話號碼、球衣背號、學生座號、身分證字號等都是名義變數。名義變數所使用的數字只是作標誌 (label) 用，不適合於加、減、乘、除等算術運算的規則；例如我們不能說 4 號加 2 號等於 6 號，也不能說 20 號比 15 號大。嚴格地說，名義變數並未含有測量尺度的觀念，因為名義變數所使用的數字只是標誌而已，並非測量的結果。

2. 次序變數 (ordinal variable)

如其名稱所示，次序變數除了分類之外，尚能表明各類別的次序、大小或優劣。例如比賽中的冠、亞、季軍不僅能區別比賽者的成績，且可顯示其優劣。其他如名次、等第 (A、B、C 或甲、乙、丙)、軍階等均是次序變數。次序變數能用「 $>$ 」(大於)或「 $<$ 」(小於)表示，雖能分別優劣、大小，但不能說各等級之間的差異是相等的。例如第 1 名與第 2 名之間的差異不一定等於第 2 名與第 3 名之間的差異；也不能說第 3 名減第

2 名等於第 2 名減第 1 名。

3. 等距變數 (interval variable)

等距變數的測量尺度較次序變數精密，不但能比較大小，且能計算差別的分量，因為它具有單位相等 (equality of units) 的特性。攝氏及華氏溫度是最常見的等距變數，溫度計上每度之間的距離都是相等的。12°與 24°之間的差別等於 24°和 36°之間的差別。但是攝氏及華氏溫度的零點乃是人定的，並非絕對的零點，因此我們不能說 24°是 12°的兩倍熱，36°是 12°的三倍熱。不過我們可以說 36°和 12°之間的差別是 24°和 12°之間差別的兩倍。智商常被視為等距變數，然而智商 120 與 110 之間的差別是否等於智商 90 與 80 之間的差別並不一定，因此智商也許應是次序變數。不過為了計算方便，我們常將智商視為等距變數，以便作加減乘除的運算。

4. 比率變數 (ratio variable)

比率變數除具有等距變數所有的特點外，更具有絕對零點 (absolute zero)，可以直接形成比率。例如長度就是比率變數，2 公尺是 1 公尺的兩倍。時間也是比率變數，某甲 10 分鐘走完 1 公里，某乙 20 分鐘走完 1 公里，我們可以說某乙用的時間是某甲的兩倍。其他如身高、體重、年齡等均屬於比率變數。

表 1-1 把四種變數特性作一說明，可看出後面較精密的變數均具有前面變數的特性。在教育與心理統計學上，等距與比率變數的區別並不重要，兩者適用的統計方法並無不同，因此兩者可合而為一。如此則有三種變數：(1)名義變數，(2)次序變數，及(3)等距及比率變數。三種變數各有其適用之統計方法，而以有關等距及比率變數之統計方法最多也最重要。有些學者把等距及比率變數合稱為數量變數 (quantitative variable)，因其具有相等單位與一般數字之性質相同，而把名義及次序變數合稱為質的變數 (qualitative variable)。