



*History
of Mathematics*

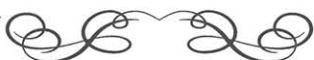
数学史概论

主 编 夏 恒
副主编 韩生贵 王俊芳



兰州大学出版社

*History
of Mathematics*



数学史概论

主 编 夏 恒
副主编 韩生贵 王俊芳



兰州大学出版社

前 言

数学史是研究数学科学的发生、发展及其规律的科学。它不仅追溯数学内容、思想和方法的演变、发展过程,而且还探索影响这种过程的各种因素,以及历史上数学科学的发展对人类文明所带来的影响。因此,数学史的研究对象不仅包括具体的数学内容,而且还涉及历史学、哲学、文化学、宗教等社会科学与人文科学内容,由此可见数学史是一门交叉性学科。

数学史既属史学领域,又属数学科学领域,因此,数学史研究既要遵循史学规律,又要遵循数理科学的规律。通过学习数学史,数学专业的学生可以在接受数学专业训练的同时,获得人文科学方面的修养,文科或其他专业的学生可以了解数学概貌,获得数理方面的修养。

数学不仅是一种方法、一门艺术或一种语言,更是一种有着丰富内容的知识体系,其内容对自然科学家、社会科学家、哲学家、逻辑学家和艺术家十分有用,同时影响着政治家和神学家的学说。数学已经广泛地影响着人类的生活和思想,是形成现代文化的主要力量。因而数学史是从一个侧面反映的人类文化史,又是人类文明史的最重要的组成部分。许多历史学家通过数学这面镜子,了解了古代其他主要文化的特征与价值取向。

每一门科学都有其发展的历史,作为历史上的科学,既有其现实性又有其历史性。其现实性首先表现在科学概念与方法的延续性方面,今日的科学 research 在某程度上是对历史上科学传统的深化与发展,或者是对历史上科学难题的解决,因此我们无法割裂科学现实与科学史之间的联系。数学科学具有悠久的历史,与自然科学相比,数学更是积累性科学,其概念和方法更具有延续性,比如古代文明中形成的十进位置制记数法和四则运算法则,我们今天仍在使用,诸如费尔马猜想、哥德巴赫猜想等历史上的难题,长期以来一直是现代数论领域中的研究热点,数学传统与数学史材料可以在现实的数学研究中获得发展。国内外许多著名的数学大师都具有深厚的数学史修养或者兼及数学史研究,并善于从历史素材



中汲取养分,做到古为今用、推陈出新。我国著名数学家吴文俊先生早年在拓扑学研究领域取得了杰出成就,20世纪70年代开始研究中国数学史,在中国数学史研究的理论和方法方面开创了新的局面,特别是在中国传统数学机械化思想的启发下,建立了被誉为“吴方法”的关于几何定理机器证明的数学机械化方法。他的工作不愧为古为今用、振兴民族文化的典范。

非数学专业的大学生和大部分中学生对数学都有一种畏惧感,或者说对数学学习的自信心不够强。那么,如何使他们尽可能多地了解一些数学,拓展其基本素质、提高数学文化修养?在大学开设数学史选修课是一个很好的途径。本书是一本讲述数学的历史发展的读物,通俗易懂、可读性强,非常便于学生自学,同时也可以作为中小学数学教师继续教育和骨干教师培训教材。

本书由夏恒教授、韩生贵副教授、王俊芳教授共同完成,其中夏恒编写第2、第3、第7章;韩生贵编写第1、第4、第5章;王俊芳编写第6、第8章。由于水平所限,不妥之处在所难免,敬请读者批评指教。

夏 恒

2012年4月于青海民族大学

东序(南)校区格致楼

目 录

第 1 章 数学发展概述	001
1.1 数学的产生与发展	002
1.2 数学史分期	003
1.3 学习数学史的意义	007
1.4 数学发展与社会进步	008
第 2 章 数学萌芽时期	010
2.1 古埃及数学	011
2.2 古巴比伦数学	013
2.3 印度数学	016
第 3 章 初等数学时期	018
3.1 希腊数学	018
3.2 印度数学	038
3.3 阿拉伯数学	041
3.4 欧洲数学	043
第 4 章 变量数学	057
4.1 笛卡儿和解析几何	058
4.2 费尔马的工作	062
4.3 射影几何的产生	066
4.4 惠更斯与概率论	069
4.5 微积分	071
4.6 变量数学的进一步发展	089
第 5 章 近代数学的发展	110
5.1 数学王子——高斯	110
5.2 高等微积分的发展	114
5.3 形形色色的几何学	121
5.4 各种各样的代数学	130



5.5	分析的算术化	137
5.6	数学天才——庞加莱	143
5.7	希尔伯特和哥廷根数学学派	145
第 6 章	现代数学选论	149
6.1	数学基础	149
6.2	泛函分析的诞生	154
6.3	抽象代数的确立	155
6.4	概率论与数理统计	160
6.5	计算机科学	162
6.6	应用数学的崛起	166
6.7	数学发展趋势	168
第 7 章	中国数学	170
7.1	中国数学的萌芽时期	170
7.2	传统数学体系的形成和发展	174
7.3	“算经十书”与中国数学的快速发展	179
7.4	中国数学的黄金时期	185
7.5	中国数学的衰落和复苏	200
第 8 章	数学与文化	208
8.1	数学与哲学	208
8.2	数学与艺术	211
8.3	数学与经济	213
8.4	数学与教育	218
参考文献	223

第1章 数学发展概述

数学是人类文明的一个重要组成部分。与其他文化一样,数学学科也是几千年来人类智慧的结晶。从远古时期的结绳记事、屈指计数到借助现代电子计算机进行计算、证明与科学管理,从利用勾股测量等具体的操作到抽象的公理化体系的产生……所有这些,都构成了科学史上最富有理性魅力的题材。随着时代的发展,数学科学的进步,数学科学的思想、方法与内容已经渗透到人类生活的各个领域,科学技术包括社会科学的数学化已成为一种共识,人们已很难找到与数学无关的领域。人类的现实生活需要数学,国家的发展、科学技术的进步更离不开数学。因此,具备一些必需的数学知识和一定的数学思想方法,是现代人才基本素质的非常重要的组成部分。

同其他学科相比,数学是一门积累性很强的科学,它的许多重大理论都是在继承和发展原有理论的基础上发展起来的。如果我们不去追溯古今数学思想方法的演变与发展,也就不可能真正理解数学的真谛、正确把握数学科学发展的方向。正如法国著名数学家庞加莱所说:“如果我们想要预知数学的未来,最适合的途径就是研究数学这门科学的历史和现状。”

数学史主要研究数学科学的发生、发展及其规律,简单地说,就是研究数学的历史。它不仅追溯数学内容、思想和方法的演变、发展过程,而且还探索影响这种过程的各种因素,以及历史上数学科学的发展对人类文明所带来的影响。数学史的研究对象不仅包括具体的数学内容,而且涉及历史学、哲学、文化学、宗教等社会科学与人文科学内容,由此可见,数学史是一门交叉性学科。研究与学习数学史,可以弄清数学发展过程中的基本史实,再现其本来面貌,同时通过这些历史现象对数学成就、理论体系与发展模式做出科学、合理的解释与评价,进而探究数学科学发展的规律与文化本质,帮助我们掌握数学的思想、方法、理论和概念,认识数学科学与人类社会的互动关系。

列宁曾说:“一门科学的历史是那门科学最宝贵的一部分,科学只能给我们知识,而历史却能给我们智慧。”



1.1 数学的产生与发展

数学源自古希腊语,是研究数量、结构、变化以及空间模型等概念的一门学科,即研究现实世界中数量关系和空间形式的科学,是通过抽象化和逻辑推理的使用,由计数、计算、量度和对物体形状及运动的观察中产生。推动数学发展的动力总起来说,有两个方面。一是来自人类生产、生活的需要,即人类的社会实践活动。从数学史上看,数学的产生来源、归结于此,这是不容置疑的。不管我们现在如何轻视早期的数学萌芽,都不能否认一个基本事实:没有那时的数学萌芽,就根本不会有今日辉煌的数学大厦。它首先促成了初等数学的产生,使数学慢慢走入正轨。而且,更重要的一点在于:它常常是数学新思想、新观点、新方法、新工具、新分支产生的源泉。而这些一旦产生,就会促使数学的面貌为之焕然一新。运动观点、微积分工具等的引入,都莫不如此。它们直接来自人类的社会实践活动,却使数学大受其惠。因而我们可以说,人类的社会实践活动是数学发展的根本动力。而且现在随着电子计算机的广泛应用,与实践直接相连的应用数学异军突起,也为现代数学的发展注入了一股新鲜血液。另一推动数学发展的重要动力来自数学自身发展的规律性,即数学的自律性。数学中一旦引入新概念、新方法等就形成一个比较自足的完整结构,数学家就可以在其中自由驰骋,运用严密的数学逻辑推理,推演出一个个完整的数学体系,在简单的数学基石之上,像变魔术般建起一座座巍峨的数学大厦。数学的内容决定了它有一些独特的特点,即:抽象性、严谨性、应用的广泛性。数学和自然科学一样,它不是从其他地方来的,而是从生活实践中来的,是从实践中萌芽而生的,又经过漫长的知识积累,经过阐明概念和论断之间的联系,才转化为数学科学。数学科学一方面继续沿着紧密联系自然科学的道路进一步发展,一方面又不断地从根本上扩展它的对象,上升到更高的抽象阶段。前苏联数学家亚历山大洛夫(1892—1982)曾这样描述数学的发展过程,“正如一棵榉树在健壮的生长中,用新的枝层使老枝变粗,长出新枝,枝叶往上长高,根又往下长深一样,数学在自己的发展过程中把新的材料添加到已经形成的领域之中,形成新的方向,升到新的抽象高度,并在基础方面更加深化”。

数学的发展经历了不同的历史阶段,对世界数学史的分期,乔治·萨顿曾说过:“科学史是人类认识自然的经验的历史回顾。”数学史是数学发展历史的回顾,它研究数学产生、发展的历史过程,探求其发展的规律。研究数学史,可以通过历史留下的丰富材料,了解数学何时兴旺发达,何时停滞衰退,从中总结经验

教训,以利于数学更进一步地发展。研究数学史,通过数学发现和发明的历史考察,通过对著名数学家生平、思想和方法的剖析,对有志于数学研究的后来者以启示和鼓励。研究数学史,通过对数学各分支历史渊源和来龙去脉的了解,有利于初学者掌握数学的真谛。研究数学史,可以为数学教师提供一些教学参考资料,有助于教学质量的提高。总之,数学史应成为数学和数学教育的一个重要的组成部分。读史使人明智!

1.2 数学史分期

数学发展是人类文明的重要组成部分,它的发展受到各种条件的影响,在不同的国家和地区发展很不平衡。世界数学史的分期主要是根据世界数学发展的情况划分的。

1.2.1 数学萌芽时期(约公元前3500年—公元前600年)

数学作为一门科学的萌芽时期,是从奴隶社会开始的。在三四千年前,人类文明的几处发源地,如埃及的尼罗河流域、伊拉克的两河流域、印度河流域、中国的黄河流域,开始出现了较高的人类早期文化。伴随着奴隶制度的出现,社会劳动分工进一步成为可能,作为脑力劳动和体力劳动社会分工的具体成果,包括数学在内的科学知识发展速度加快了。因为古代大河流域文明的经济基础是农业,所以,执政者关心的第一是灌溉、排水设施、运河、抽水装置的管理;第二是测量耕地和收获物征税;第三是通过天体观测确定季节等,所有这些都需要某些数学知识。大规模的宫殿和坟墓的建设,无疑更需要一些较深的数学知识。人类在长期的生产实践中积累了许多数学知识,逐渐形成了数的概念,并产生了关于数的运算方法。几何学也得到了初步发展。大约在公元前2000年前后,就已经出现了专门记录数学知识的史料,这是数学史上流传至今的最早一批史料。依据这些史料,我们对当时的数学发展情况有一些了解。但这只不过是很不完全的很小的一部分。

萌芽时期的数学还仅仅是一些简单知识的积累,没有形成完整的体系。特别是还缺乏逻辑因素,基本上还看不到命题的证明。数学有别于其他科学的特征之一——演绎推理和公理法尚未显示出来。

1.2.2 初等数学时期(公元前600年—17世纪中叶)

公元前6世纪—17世纪,地中海地区成为文化昌盛地区,开始出现了古希腊文明。这时期已积累了大量数学知识,有待进一步整理和深化。以泰勒斯为代表的一些古希腊学者开始对一些命题加以证明,从而使数学由具体的实验阶段过渡到抽象的理论阶段。数学开始成为一门独立的演绎科学。数学的发展进入了初



等数学时期。

这一时期又可分为三个阶段。

(1)古希腊文明时期(公元前600年—公元641年亚历山大后期)。初等几何学得到了深入的发展并始终占据着统治地位。古希腊几何学达到了惊人的地步,数学达到相当高的水平。古希腊文明的后期代数学和三角学方面也取得了一些成就。

(2)罗马、中世纪及东方阿拉伯时期。罗马征服希腊以后,特别是到了亚历山大后期,随着西方奴隶制社会走向衰落,数学出现了长时期的停滞,甚至是衰退。除了对日常生活中必需的一些算术知识,罗马人对数学很少有兴趣,甚至在法律中明文规定取缔数学。5世纪以后,数学又被教会作为“四艺”的内容用来为神学服务,但也仅限于简单的历法计算等。西方数学逐步沦落到中世纪封建社会的黑暗之中,直到13世纪末文艺复兴运动兴起,才有回升。

(3)文艺复兴时期。14—16世纪,欧洲进入文艺复兴时期,其中15世纪中叶至16世纪末这个阶段可以称作科学的革命时期。在此期间,较为完整和确切的希腊数学书籍已被译成拉丁文和其他各国文字。研究者们并不满足于评注已有的著作,他们还在几何、三角和代数方面取得重要进展。最重要的成就有一元三次、四次方程的求根公式,虚数概念的引入,指数概念与符号代数学的创建,对数的发现等。这一时期最为突出的贡献是创立了符号代数学。

随着古希腊数学的终结,世界数学发展中心东移到阿拉伯、印度、中亚细亚和中国。

9世纪至15世纪,阿拉伯数学在算术、代数、几何及三角等方面都有重要成果。特别是代数学方面,他们使代数学成为一个专门的学科。花拉子模出现了《还原与化简》,后来还原(aljabr)一词演变为“代数学”(algebra),该书是现代西方各种语言文字中“代数学”一词的来源。

5世纪至12世纪,印度数学有了迅速的发展。

总之,在初等数学时期,初等几何、算术、初等代数、三角学都已发展成为独立的数学分支。初等几何学在古希腊时代便得到完美的发展。而初等代数学却迟至文艺复兴时代才得以建成。初等代数学的建成,标志着常量数学也就是初等数学时期的结束,接着开始向变量数学——高等数学过渡。

中国自秦代至汉代(公元前221—220)古代数学体系逐渐形成。出现了《周髀算经》和《九章算术》等数学著作。《九章算术》是我国古代最重要的一部数学著作,系统地总结了我国先秦到东汉初年的数学成就。如分数,负数的运算,解三元一次方程组的消元法。比例,某些面积、体积的计算以及勾股测量等均处于世界领先地位。

魏晋南北朝至隋唐时代(221—907),是中国古代数学稳步发展时期。刘徽著《九章算术注》,祖冲之计算圆周率,祖 π 原理的提出,“算经十书”的编定,是这一

时期的主要成果。

宋代至元代末年(907—1368)是中国古代数学的鼎盛时期,硕果累累,空前繁荣。高次方程的数值解法、天元术和四元术、大衍求一术、垛积术和招差术等都是具有世界意义的突出成就。明代以后,中国古代数学陷于衰落,出现了停滞不前的局面。

1.2.3 变量数学时期(17世纪中叶—19世纪20年代)

17世纪,数学进入了一个在本质上全新的阶段。正如恩格斯所指出的,在这个阶段里“最重要的数学方法基本上被确立了:主要由笛卡儿确立了解析几何,由纳皮尔确立了对数,由莱布尼兹、牛顿确立了微积分”,而“数学中的转折点是笛卡儿的变量。有了它,运动进入了数学,因而辩证法进入了数学,微分和积分的运算也就立刻成为必要的了”。

17世纪,生产力的发展推动了自然科学和技术的发展,不但已有数学成果得到进一步巩固、充实和扩大,而且由于实践的需要,开始研究运动着的物体和变化中的量,这样便产生了变量的概念。研究变化着的量的一般性质和它们之间的依赖关系又得到了函数的概念,数学对象的扩展就使数学进入了一个崭新的时期——变量数学时期。这个时期是现代数学早期发展的重要时期,也是人类社会发展史上的重要时期。变量数学时期又可分为两个阶段,即变量数学的建立与发展两个阶段。

(1)解析几何和微积分创立阶段(17世纪)。数学史上有人称17世纪是天才世纪。最突出的事件是笛卡儿和费尔马创建解析几何,牛顿和莱布尼兹创建微积分。在此之前,伽利略和开普勒所开创的把数学作为基本工具用于物理学的研究方法得到广泛流传并且持续至今。这一时期还出现了概率论和射影几何等新的数学分支,但似乎都被微积分强大的光辉所掩盖。

17世纪的主要数学家有笛卡儿、卡瓦列里、费尔马、帕斯卡、牛顿、莱布尼兹、雅可·伯努利、约翰·伯努利、洛比达等。

(2)数学分析和近代数学发展阶段(18世纪)。有人称18世纪是数学史的发明世纪。18世纪初蒸汽机的出现,引起了工业革命,促进了数学的大繁荣。17世纪末微积分出现以后,微积分与天文学、力学、几何学等相结合,获得了蓬勃的发展,形成了微分方程、变分法、微分几何、解析力学等新数学分支。数学分析飞速发展,在18世纪达到空前的程度,其内容之丰富、应用之广泛,简直令人目不暇接、眼花缭乱。另外,复变函数论、概率论、最小二乘法等也有长足的发展。

18世纪的著名数学家有丹尼尔·伯努利、欧拉、拉格朗日、拉普拉斯、勒让德,以及跨越18和19两个世纪的德国伟大数学家高斯。18世纪的数学家开垦了许多新的处女地,数学新成果数量之多是惊人的。但是他们的工作是粗糙的、不精密的,没有顾及所依据的理论是否可靠、基础是否扎实。这种不严格的情况妨碍了数学分析进一步健康成长。



1.2.4 近代数学时期(19世纪20年代—20世纪初)

变量数学时期出现的数学分析各分支蓬勃发展,内容和方法不断充实、深化和推广。到了18、19世纪之交,达到了鼎盛时期。盛极而衰,数学家们在庆贺成功之时,随之而来的也有了一种(数学)矿井将枯竭的没落感。但事实上这种顾虑是多余的。由于工业革命推动的生产发展方兴未艾,法国大革命更为欧洲生产和科学技术的发展开拓了新的道路。对人才的重视和教育事业的发展也为数学发展创造了良好条件。而就数学科学本身而言,也还有许多未完成的课题,特别是数学基础方面的工作。这些因素就决定了必然会有新的数学思想和方法应运而生。果然,19世纪20年代数学革命的狂飙终于降临,数学开始了一系列重大的本质性的改革。几何学方面突破了2000年来奉若金科玉律的欧氏几何体系,冒出了一个非欧几何学;代数学方面改变了以方程论为中心的传统,以群论为开端,创建了近世代数学;数学分析上奠定了严格的逻辑基础,走出了“无穷小危机”的泥潭,并随之开拓了函数逼近论、复变函数论、泛函分析、拓扑学等新的数学领域;在数学基础方面还出现了算术化和公理化的思想发端。

19世纪的主要数学家有傅里叶、泊松、柯西、彭赛列、阿贝尔、伽罗华、雅可比、狄利克雷、维尔斯特拉斯、黎曼、戴德金、康托、庞加莱、希尔伯特等。

19世纪是数学发展数千年来最为繁荣昌盛的时期。数学基础变得坚实牢固,18世纪形成的各分支趋于成熟,新的分支不断涌现,构成数学本体和核心的几何、代数、数学分析得到蓬勃发展。

1900年,希尔伯特在国际数学家大会上做了题为“数学问题”的著名报告,提出了23个尚待解决的重大数学难题,揭开了20世纪数学发展的序幕,对现代数学的进展产生了很大的影响。

1.2.5 现代数学时期(20世纪初—)

进入20世纪,尤其是第二次世界大战以来,数学进入了现代数学时期。在这几十年间,发生了世界科学史上的许多重大事件,科学技术的发展真可谓一日千里,日新月异。1945年7月16日,美国在新墨西哥州的沙漠中爆炸了第一颗原子弹;1945年12月第一台电子计算机ENIAC制造成功;1957年10月4日前苏联发射了第一颗人造地球卫星……科学技术的突飞猛进,促使数学得到了史无前例的迅速发展,不仅每门学科不断地完善着自己的内容,而且各自衍生出许多新的数学分支,数学各学科之间以及它们与自然科学乃至社会科学各学科之间相互交叉渗透,形成许多新的边缘性、综合性的学科。数学这棵古老的大树,焕发了青春的活力,枝干交错、生机勃勃。

(1)应用数学出现众多新分支。现代科学日益趋向量化,这是科学高度发展的特征之一。正如马克思所说,“一种科学只有成功地运用数学时,才算达到了完善的地步”(《马克思回忆录》)。现代自然科学、社会科学乃至人类思维的科学都无不渗透着数学理论的应用。应用数学出现了众多的分支,如对策论、规划

论、排队论、最优化的方法、运筹学、信息论、控制论等。

(2)纯数学有重大突破。现代数学具有高度的抽象性,又是以严格的逻辑方法建立起来的,所以,“纯数学成为逻辑思想的诗篇”(爱因斯坦语)。在纯数学中,既出现了把各个分支结合成一个整体来形成新的领域的研究,也出现了长期悬而未决的特殊问题的解决。

20世纪初,关于数学真理的性质引起了围绕数学基础的30年大辩论,诞生了数学基础这门新学科,对20世纪的数学发展有重要的推动作用。

布尔巴基学派自1934年在巴黎出版了《数学原理》以来(每年一卷),力图通过对公理化的数学“结构”的研究,来统一各个数学领域。他们的研究不仅对纯数学研究的进程,而且对20世纪50年代和60年代的数学教育改革,都产生了深刻的影响。

纯数学还在代数、几何、函数论、微分方程、拓扑、概率论等各个领域内取得了许多重大突破,而且还出现了一些新兴的分支,如非标准分析、模糊数学、突变理论等。

(3)计算机科学形成。电子计算机的出现是20世纪最伟大的科学技术成就,它使人类面临一场新的科学技术与工业革命,也为数学的发展开拓了光辉灿烂的前景。一方面,电子计算机将使数学与其他自然科学一样,进入科学试验的行列,使数学问题可以先在电子计算机上进行试验,甚至取得突破;另一方面,电子计算机又为人类的大脑提供了辅助性的思维工具(1916年计算机证明了悬难未解达124年之久的“四色问题”就是明证)。

数学发展的历史过程是一个十分复杂的过程,关于数学史的分期存在不同的意见,上面仅是一种较普遍的分法。

1.3 学习数学史的意义

数学产生于人类的生产实践,数学发明、发现的历史揭示了人类智慧的演变和发展过程,是人类认识自然、改造自然的真实写照。

然而,今天的数学教科书和数学专业书籍,未能反映出数学发展的历史、反映出人类在发现数学知识的过程中所走过的艰难曲折的道路;特别是没能揭示出人类在发现数学知识时数学思想和数学方法的形成过程,而这些正是我们今天学习数学知识乃至将来发展数学科学所必需的。由此说明我们今天学习和研究数学史具有重要意义。

(1)通过对数学史的学习和研究,认识数学发展的规律,吸收数学发展过程中的经验教训,创造条件,促进数学科学的进步。



数学史告诉我们,数学的发展不是一帆风顺的,它经历了兴盛、衰落、迅速、迟缓的曲折过程。通过对历史的回忆,揭示数学的发展规律,可以发挥历史的借鉴作用,扬长避短,促进数学的迅速发展。

(2)通过对数学史的学习和研究,能更深刻地认识数学的本质,理解数学的内容和方法,特别是理解重大的数学思想的形成过程,并从中学习创造性的数学思维,探索数学研究的道路和方法。

数学的完善过程也是人类的一个认识的完善过程,学生在教师指导下学习不是否定了这一过程而是精练、简化了这一过程,教学中适当地让学生了解一些重要概念,理解概念的诞生背景对培养学生发现概念、理解概念的能力,学好基础知识甚至培养学生的辩证唯物主义观点都是大有裨益的。

(3)有句俗话说:“不知伟人,就不会成为伟人。”通过对数学史的学习和研究,可以了解历史上的杰出数学家的事迹,学习他们热爱科学、勇于创新的精神和正确的科研态度与科研方法,提高我们的数学素养和不怕挫折、敢于创造的勇气。

数学史表明,数学概念和数学理论是通过一系列矛盾,汇聚不同方面的成果,点滴积累而成的。数学家不是万能的。他们在取得一项重大成果前,往往要经历艰苦漫长的道路,有成功,也有失败,有迷雾中摸索,也有成果在望前的碰壁。如牛顿、莱布尼兹、欧拉等都曾嘲笑和讽刺过“虚数”,都曾被“无穷小”愚弄过;罗巴切夫斯基在研究非欧几何时遭到同行的挖苦;康托研究集合论和超限基数、序数理论时,受到同行权威的攻击达十多年之久,使他一度精神崩溃。但他们对科学都有惊人的毅力,充分发挥了他们的聪明才智,对数学的发展作出了巨大的贡献,成为世界著名的数学家。

数学史是研究数学的发生、发展过程及其规律的一门学科。它的主要研究对象是:数学史的年代;数学各分支内部的发展规律;数学家列传;数学思想方法的历史考察;数学论文杂志和数学经典著作的述评等。也可以说:一部数学史应是数学思想的发展史,重大数学成果的博览史,数学大师的贡献史,数学发展与社会生产、科技、政治、军事、文化等的关系史,同时也是人类对自然科学的认识史和反映数学内部矛盾的斗争史。

1.4 数学发展与社会进步

数学在其发展的早期主要是作为一种实用的技术或工具,广泛应用于处理人类生活及社会活动中的各种实际问题。早期数学与人们生活有关,如分配与交换牲畜、工具以及其他生活用品,建造房屋、仓库等,丈量土地,兴修水利,编制历

法等。随着数学的发展和人类文化的进步,数学的应用逐渐扩展和深入到更一般的技术和科学领域。从古希腊开始,数学就与哲学建立了密切的联系,近代以来,数学又进入了人文社会科学领域,并在当代使人文社会科学的数学化成为一种强大的趋势。与此同时,数学在提高全民素质、培养适应现代化需要的各级人才方面也显现出特殊的教育功能。数学在当代社会中的应用,已经不再单纯是一种辅助性的工具,它已经成为解决许多重大问题的关键性的思想与方法,极大地改变了我们的生活方式。

现代科学技术都离不开数学,数学是我们这个时代看不见的文化,这已是许多数学家和相关人士的共识,尽管它已经融合在我们日常的工作和生活所处的技术环境之中,但数学的思想却常常隐藏在大众的视野之外。然而,数学的确是无处不在的,它是人类理性本能中固有的,在人类文化和人类历史中,它的地位绝不亚于语言、艺术、宗教和哲学。数学是人类文化的一个重要组成部分,数学活动是一种多边的人类文化活动,当然它是一门科学。数学是一种智力体操,它会为你打开机会的大门。数学对人类思维、科学文化和社会经济产生了巨大的影响。

如今,世界进入了一个高速发展的时期,社会、经济、科学技术迅猛发展,这样的变化对教育及人才的培养提出了新的更高的要求。社会的进步和科技的发展离不开数学。数学对整个科学技术(尤其是高新技术)水平的提高,对科技人才的培养,对经济建设的促进,对全体人民的科学思维和文化素质的哺育等方面发挥着巨大的作用,这些都是其他学科所不能比拟的。普通大众在生活、工作中更离不开数学。数学已经不仅仅用于某些专门领域,现实生活中也处处充满数学。数学素养是一种基本的文化素养。时代发展了,数学得到了更广泛的应用,数学素养应该成为现代社会公民的一种基本文化素养,数学教育大众化是时代的要求。数学可以培养人的思维能力,发展智力。学习数学不仅有利于培养学生的逻辑思维能力,而且有利于培养学生的辩证唯物主义世界观和实事求是、严谨认真、勇于创新等良好个性品质。



第2章 数学萌芽时期

自人类出现以后,人类就和大自然艰难地搏斗着。在长期的劳动中,他们不断进步,慢慢地萌发了“数”的思想。数学的萌芽时期跨越了原始社会和奴隶社会初期这两个阶段,对数学的起源和发展作出巨大贡献的,主要是四大文明古国:即黄河流域的中国;尼罗河下游的古埃及;幼发拉底河与底格里斯河之间的古巴比伦;恒河与印度河畔的古印度。这四个文明古国都位于亚非的大河流域。

在人类社会发展的长河中,数学发展的历史和人类的历史几乎是同样地久远。当然,最初仅仅出现了一些零碎的简单数学知识,在漫长的岁月里缓慢地逐渐积累着。在史前时期,人类开始建立最初的数学基本概念,由于这一时期尚无文字记载,我们只能通过考古,通过对某些民族人们的日常生活、语言和传说的研究来了解大概情况。在中国古代的传说中便有“结绳而治,契木为文”的说法,后来更有“隶首作数”的记载,甲骨文中的“数”字便是结绳记数的象形字。在考古发现的新石器时代半坡遗址中,可看到陶器口沿外部刻有笔画简单、形状规则的符号,共22种113个。这可能是记事或记数的文字雏形。略晚一些的仰韶、马家窑遗址中的彩陶钵体上也有不少符号,与商代数字相近,郭沫若等人认为这可能是数系的起源,在新石器时代晚期大汶口文化的陶器上,镂孔装饰有圆形、菱形、三角形、正方形和长方形的图案。这反映出早在新石器时代人类便已逐渐产生了自然数的概念,以及简单的表示方法和计算方法,认识了简单的几何图形。

直到三四千年前,在人类文明的发祥地——埃及的尼罗河流域、伊拉克的两河流域、印度河流域、中国的黄河流域等地区,开始出现了较高的人类早期文化。伴随着奴隶制度的出现,社会劳动开始分工,使得包括数学知识在内的科学知识发展速度加快。人们解决他们在文明生活中遇到的实际问题的需要接踵而来。由于社会经济生活的需要,人们越来越多地要计算产品的数量和劳动时间的长短,测量建筑物的大小和丈量土地的面积。此外,还要解决由于宗教而产生的问题,包括在建筑祭坛和庙宇时提出的几何问题。这样便出现了数的写法,数的算术运算,某些几何的实际知识,解答最简单的代数性质问题等。到了公元前2000年左右的时候,已经出现了专门记录数学知识的史料,这些史料是流传至今的所有数学史料中最早的一批。但这一时期数学还仅仅处于最初的数学知识的积累阶段,

尚未概括出精确的写法,也没有严格的理论。这些知识是零碎的、片断的,没有形成严整的体系,特别是缺乏逻辑因素,基本上还看不到命题的证明。

2.1 古埃及数学

古埃及是世界文明古国之一,也是数学古国,被人们认为是数学产生的最早国家之一,因此,在研究数学历史的时候,必须提及古埃及的数学。对古埃及数学的产生,曾有过各种不同的看法,例如,古希腊的逻辑学家亚里士多德(Aristotle, 公元前384—前322)在其《形而上学》一书中指出“之所以在古埃及能够产生数学,是受到上帝的恩赐”。对此,恩格斯在《反杜林论》中明确指出:“数学是在人的需要中产生的,是从丈量土地和测量容积,从计算时间和制造器皿产生的。”事实上,古埃及数学的产生,符合恩格斯的精辟阐述。

非洲的尼罗河是世界上最长的河流之一,早在公元前3000年左右,在尼罗河的中下游,古埃及人建立了早期的奴隶制国家,一年一度的尼罗河的洪水给这片谷地带来了肥沃的淤泥,那些以游牧为生的古埃及人便在这里定居下来,由狩猎转向耕种,在发展农业的同时,手工业与贸易也得到迅速发展,这些都推动了自然科学各学科知识的积累。人类社会在肥沃的尼罗河两岸发展起来。

当时古埃及的文明已发展到这样的程度,足以修建世界七大奇迹之一的金字塔,位于开罗附近的吉萨省的胡夫金字塔——法老胡夫的陵墓是埃及最大的金字塔,建于公元前2500年左右。该金字塔呈正四棱锥形,地面正方形面向东西南北四个方向,边长230.5 m,塔高146.6 m(现高约137 m),现经过精密仪器对金字塔进行测量发现,底基正方形的边长的相对误差不超过1:14000,即不超过2 cm;四个底角的相对误差不超过1:27000,即不超过12',四个方向的误差也仅在2'~5'之间。这些都说明当时的测量水平已经相当高。古埃及人在创造了神奇的金字塔、狮身人面像和许多神庙、宫殿的同时,也创造了最初发达的数学,但是那个时代的任何数学记录都没有流传下来。

我们现能看到的古埃及数学文献主要是古埃及(公元前2052—前1786)的纸草算书,一种以象形文字写在尼罗河产的水草叶子上的文献,纸草算书主要有两种:一种是19世纪英国人莱因特(Rhind)搜集到的“阿默士(Ahmes)纸草算书”,现藏于伦敦大英博物馆;另一种是莫斯科博物馆收藏的“莫斯科纸草算书”。这是了解古埃及数学的主要资料来源,它们都是公元前2000年前后抄写的。古埃及纸草算书都是记录一些数学问题的问题集。“阿默士纸草算书”共有85个问题;“莫斯科纸草算书”共有25个问题。从这些纸草算书中可以看出古埃及数学已有了较高水平的发展,古埃及人至少打下了两门初等数学即算术和几何的基础。经过学