

目 录

(一) 气动激光器

在拉瓦尔喷管的超声速双组分气流中获得分子的粒子数反转.....	(1)
在混有热激励辅助气体的工作气体中获得分子的粒子数反转.....	(9)
计算膨胀气体中粒子数反转的含时分析法.....	(14)
膨胀气体中粒子数反转的理论与实验.....	(20)
气动激光物理的新发展.....	(25)
在 CO_2 - N_2 混合物快速膨胀中振动能量转移的速率系数.....	(37)
传输激光能量的光子发生器和光子引擎.....	(50)
气动激光器.....	(63)
CO_2 - N_2 -He混合物在超声速喷管中膨胀时产生的光的增益系数.....	(71)
气动激光器的快速膨胀喷管.....	(73)
喷管几何形状对高压气动激光器的重要性.....	(79)
边界层对气动激光器增益的影响.....	(82)

(二) 电激励激光器

电激励 CO_2 激光器物理.....	(94)
CO_2 - N_2 激光系统中重要过程的振动弛豫数据综述.....	(103)
电激励 N_2 、 CO 和 CO_2 中的电子能量分布和碰撞速率.....	(126)
高速流动激光器的功率和增益特性.....	(137)
二氧化碳放电对流激光器的理论和实验.....	(147)
放电型二氧化碳激光器综述.....	(155)
放电对流激光器.....	(160)
高气压电离气体激光器.....	(168)
双放电横向激励大气压 CO_2 激光器的结构和运转.....	(171)

(三) 不稳定光腔

不稳定光腔和透镜波导中的模式.....	(175)
稳定输出的不稳定腔.....	(183)
CO_2 激光系统不稳定共焦共振腔的性质.....	(189)
30匝连续气动激光器不稳定腔的特性.....	(201)
高功率脉冲 N_2 - CO_2 激光器的单模输出.....	(204)

在拉瓦尔喷管的超声速双组分气流中 获得分子的粒子数反转

摘 要

本文导出了二元混合物 $N_2 + CO_2$ 振动自由度的弛豫方程, 求出了上述混合物在喷管中超声速膨胀定常问题的解, 指出在一定条件下, CO_2 中可能获得 $(00^01) - (10^00)$ 跃迁反转。本文还确定了 CO_2 克分子浓度和气流滞止参数的最佳值, 並计算了效率。

1. 引 言

最近, 刊物上出现了一系列的论文^[1-3], 认为用热激励方法, 原则上可以在气体中获得粒子数反转。依各工作能级弛豫时间的相互关系, 可采取两种热泵方法——快速加热方法和快速绝热冷却的方法。

我们在论文^[7]中讨论过实现快速绝热冷却的方式, 以及为此而选择工作物质的有关问题。其中指出, 一般激光器中已成功地使用了的二元混合物 $N_2 + CO_2$ ^[10, 11], 可以作为满足绝热冷却方法要求(温度变化得足够快, 足够大)的一个合适系统。

本文研究在拉瓦尔喷管中双组分气体 $N_2 + CO_2$ 的超声速气流中发生的有关振动自由度的动力学过程。

研究表明, 在一定的条件下, CO_2 工作气体中 will 实现 $(00^01) - (10^00)$ 跃迁反转。

2. 双组分气体准一维绝 热气流方程

在研究流经圆柱形轴对称喷管的定常超声速气流的气体动力学方程时, 为分析简单起见, 假定粘滞、热传导、扩散等效应都可以忽略不计。令气流是由氮气(α 系)和二氧化碳(β 系)两个组分组成的。

弛豫的理想双组分气体, 通过横截面积缓慢变化的管道时, 其一维绝热气体的质量、动量和能量守恒方程可以写为

$$A(x) \rho v = A^* \rho^* v^*, \quad (1.1)$$

$$\rho v \frac{dv}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\rho_\alpha}{\rho} \left(\frac{7}{2} \frac{R}{M_\alpha} T + E_\alpha \right) + \frac{\rho_\beta}{\rho} \left(\frac{7}{2} \frac{R}{M_\beta} T + E_\beta \right) + \frac{1}{2} v^2 = H_0, \quad (1.3)$$

式中 ρ , v , T , p 为双组分气体的密度, 速度, 温度和压力; ρ_i , M_i , E_i ($i = \alpha, \beta$) 为各组分的密度, 分子量和单位振动能; H_0 为单位滞止焓; $A(x)$ 为横截面积; A^* , ρ^* , v^* 为临界截面处的参数。

除了方程(1.1) — (1.3) 之外, 还应当补充一个双组分气体的状态方程

$$p = \rho \frac{R}{M} T, \quad (1.4)$$

式中, 混合物的分子量 M 决定于关系式

$$\frac{1}{M} = \frac{\rho_\alpha}{\rho} \frac{1}{M_\alpha} + \frac{\rho_\beta}{\rho} \frac{1}{M_\beta}. \quad (1.5)$$

对于轴对称的双曲线喷管, 横截面积按下式变化:

$$\frac{A(x)}{A^*} = 1 + \left(\operatorname{tg} \theta_0 \frac{x}{r^*} \right)^2 \quad (1.6)$$

(θ_0 ——极限锥面的半角; r^* ——临界截面半径)。

若引入声速 $a = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{1/2}$, 由(1.1), (1.2)

可以得到关系式

$$\frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} = \frac{1}{\rho v^2} \frac{dp}{dx} \left(1 - \frac{v^2}{a^2} \right), \quad (1.7)$$

由此得出结论: 在喷管的临界截面处,

$$\left(\frac{dA(x)}{dx} \right) \Big|_{x=0} = 0, \text{ 流速等于局部声速。借助}$$

于(1.2) — (1.4) 可以看出, a 不仅与热力学参数有关, 而且与这些参数的变化速率有关。

$$a^2 = \frac{7}{5} \frac{R}{M} T -$$

$$\frac{2}{5} \rho \left[\frac{\rho_s}{\rho} \frac{dE_s}{dx} + \frac{\rho_p}{\rho} \frac{dE_p}{dx} \right] \frac{d\rho}{dx} \quad (1.8)$$

因为在所讨论的情况下，“冻结”声速 c 决定于关系式 $c^2 = \frac{7}{5} \frac{R}{M} T$ ，所以，考虑到(1.8)式，方程

(1.7) 应改写成如下形式：

$$\frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx} = \frac{1}{\rho v^2} \frac{d\rho}{dx} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - \frac{2}{5} \frac{1}{c^2} \left(\frac{\rho_s}{\rho} \frac{dE_s}{dx} + \frac{\rho_p}{\rho} \frac{dE_p}{dx} \right) \quad (1.9)$$

由(1.9)得出结论，在非平衡流动的“极限点”[12]，流速等于“冻结”声速（亦见文献[13—15]）。根据文献[13—15]可以断定，满足等式 $v=c$ 的特殊点，从临界截面向下游有一定距离的位移。同时，在一级近似下，位移值是一个纯热力学参数[16]。

3. 弛豫气体混合物 CO_2 + N_2 的振动动力学

方程组(1.1) — (1.4)不是闭合的，为了描述通过喷管的超声速气流中的非平衡过程，还应当补充关于 CO_2 和 N_2 振动自由度的动力学方程。 N_2 分子显然只有一个振动自由度，它的第一振动能级离基态的距

离为 2330.7 厘米^{-1} （特征温度 $\theta_s = 3350 \text{ K}$ ）。 CO_2 分子是三原子线性分子，有四个振动自由度：两个纵向振动自由度，另两个是横向振动自由度。纵向振动又分为对称型振动 ν_1 和非对称型振动 ν_3 ，前者的第一振动能级的能量等于 1388 厘米^{-1} （ $\theta_1 = 1920 \text{ K}$ ），后者的振动量子的能量等于 2349 厘米^{-1} （ $\theta_3 = 3380 \text{ K}$ ）。属于两个横向振动的是形变振动 ν_2 ，它们由于偏振不同而相互区别，其振动量子等于 667 厘米^{-1} （ $\theta_2 = 960 \text{ K}$ ）。

描述 $\text{CO}_2 + \text{N}_2$ 混合物振动弛豫的微分方程组，是关于 N_2 以及 CO_2 各本征振型的每个振动能级上的分子数目的一组平衡方程（每一振型可理解为具有无穷多个等距能级的谐振子）。这样的方程组很复杂，本文不去推导它。它与气体动力学方程（见前节）联合求解困难很大（如果不是不可克服的话）。为了简化下面的讨论，假设 N_2 和 CO_2 每一分振动自由度内部，存在着局部的热力学平衡，但是，各自由度之间一般不能达到平衡。文献[16, 17]讨论过一般情况下这个假设的合理性，文献[18—21]的作者们在研究振动动力学时，相应于具体的二氧化碳系统，也采用了这个假设。

引入上述假定的可能性是由如下事实决定的：每一振型内部热平衡过程实现的时间要比弛豫时间短得多（在 $p=1$ 个大气压， $T=300 \text{ K}$ 的条件下，热平衡时间 $\sim 10^{-10}$ 秒）。弛豫时间则决定于平动-振动的相互作用和各个不同分振型间的量子交换。

这样，如果用 T_1, T_2, T_3 表示 CO_2 相应振型的振动温度，用 T_s 表示 N_2 的振动温度，则对于1克相应物质的每一本征振型所贮存的能量，下面的关系式成立：

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{\left(\frac{\theta_1 R}{M_p} \right)}{\left[\exp\left(\frac{\theta_1}{T_1} \right) - 1 \right]}, & E_2 &= \frac{\frac{\theta_2 R}{M_p}}{\left[\exp\left(\frac{\theta_2}{T_2} \right) - 1 \right]}, \\ E_3 &= \frac{\frac{\theta_3 R}{M_p}}{\left[\exp\left(\frac{\theta_3}{T_3} \right) - 1 \right]}, & E_s &= \frac{\frac{\theta_s R}{M_s}}{\left[\exp\left(\frac{\theta_s}{T_s} \right) - 1 \right]} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

（要指出，考虑到偏振简并， CO_2 形变振动 ν_2 的总能量为 E_2' 的两倍）。

推导 CO_2 和 N_2 振动自由度的弛豫方程时，考虑了决定各振型动力学的最可几过程。根据 Herzfeld 的理论分析[22]，在纯 CO_2 的 ν_3 振型动力学中，占优势的过程包括

$$h\nu_3 \rightleftharpoons h\nu_1 + h\nu_2 + \Delta E_s \quad (a)$$

$$h\nu_3 \rightleftharpoons 3h\nu_2 + \Delta E_s \quad (6)$$

这两个过程的能量亏损相同： $\Delta E_s = 347 \text{ 厘米}^{-1}$ （ $\Delta\theta_s = \theta_s - \theta_1 - \theta_2 = \theta_s - 3\theta_2 = 500 \text{ K}$ ）。除复合相互作用(a)和(6)之外，当 N_2 存在时，还必须考虑准共振量子交换过程：

$$h\nu_3 \rightleftharpoons h\nu_2 + \Delta E. \quad (B)$$

(能量亏损 $\Delta E_0 = 18 \text{ 厘米}^{-1}$)。

由于 ν_1 振型的第一能级与 ν_2 振型的第二能级偶然符合, 应当认为, 与形变振动的共振相互作用 (费米共振) [18, 22] 是决定 CO_2 对称振型 ν_1 的振动弛豫的基本过程。除此之外, 在推导 E_1 的弛豫方程时, 还必须考虑 ν_1 振型参与的复合相互作用 [见上, 过程 (a)]。决定形变振动 ν_2 的动力学的过程有:

1) 与 CO_2 分子和 N_2 分子的振动-平动相互作用; 2) 与 ν_1 振型的共振相互作用; 3) 复合相互作用 (a) 和 (6)。最后, 要指出, 至于 N_2 的振动动力学过程, 起主要作用的是与 $\text{CO}_2 \nu_3$ 振型的准共振相互作用。

根据所采用的假设, 并考虑到上述过程以及实现这些过程的所有可能方式 [22], 可以用一般的方法 [23] 得到关于平均能量 E_i ($i=1, 2, 3, \alpha$) 的弛豫方程组。略去推导过程, 方程的最终形式是

$$\begin{aligned} \nu \frac{dE_1}{dx} = & 14Z_{\beta\beta}Q_{1,2} \left[-E_1 \left(2 \frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right) + \theta_1 \frac{R}{M_\beta} \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right)^2 \right] + \\ & + 8Z_{\beta\beta}Q_{3,12} \left[-E_1 \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right) \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} + 1 \right) e^{-A} + \right. \\ & \left. + \left(E_1 + \theta_1 \frac{R}{M_\beta} \right) \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right) \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} \right) \right], \\ \nu \frac{dE'_2}{dx} = & -7Z_{\beta\beta}Q_{1,2} \left[-E_1 \left(2 \frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right) + \theta_1 \frac{R}{M_\beta} \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right)^2 \right] + \\ & + (Z_{\beta\beta}P_{2,\beta} + Z_{\beta\alpha}P_{2,\alpha}) \left[-E'_2 (1 - e^{-A_2}) + \theta_2 \frac{R}{M_\beta} e^{-A_2} \right] + \\ & + 4Z_{\beta\beta}Q_{3,12} \left[-E'_2 \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} + 1 \right) \left(\frac{E_1 M_\beta}{\theta_1 R} \right) e^{-A} + \right. \\ & \left. + \left(E'_2 + \theta_2 \frac{R}{M_\beta} \right) \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} \right) \left(\frac{E_1 M_\beta}{\theta_1 R} + 1 \right) \right] + \\ & + 78Z_{\beta\beta}Q_{3,2} \left[-\frac{\theta_2 R}{M_\beta} \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} + 1 \right) \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right)^2 e^{-A} + \right. \\ & \left. + \theta_2 \frac{R}{M_\beta} \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right)^2 \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} \right) \right], \\ \nu \frac{dE_3}{dx} = & 8Z_{\beta\beta}Q_{3,12} \left[-E_3 \left(\frac{E_1 M_\beta}{\theta_1 R} + 1 \right) \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right) + \right. \\ & \left. + e^{-A} E_3 + \frac{R}{M_\beta} \theta_3 \right] \left(\frac{E_1 M_\beta}{\theta_1 R} \right) \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right) + \\ & + 52Z_{\beta\beta}Q_{3,2} \left[-E_3 \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} + 1 \right)^2 + e^{-A} \left(E_3 + \frac{R}{M_\beta} \theta_3 \right) \left(\frac{E'_2 M_\beta}{\theta_2 R} \right)^2 \right] + \\ & + \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right) Z_{\alpha\beta}Q_{\alpha,3} \left[-E_3 e^{A_3} \left(\frac{E_\alpha M_\alpha}{\theta_\alpha R} + 1 \right) + \left(E_3 + \frac{R}{M_\beta} \theta_3 \right) \left(\frac{E_\alpha M_\alpha}{\theta_\alpha R} \right) \right], \\ \nu \frac{dE_\alpha}{dx} = & Z_{\alpha\beta}Q_{\alpha,3} \left[\left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} \right) \left(E_\alpha + \frac{R}{M_\alpha} \theta_\alpha \right) e^{A_3} - E_\alpha \left(\frac{E_3 M_\beta}{\theta_3 R} + 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (2.2)$$

式中 Z_{ij} 为一个 i 种分子 1 秒钟内受 j 种分子的碰撞次数; $P_{2,\beta}$ 和 $P_{2,\alpha}$ 为 CO_2 分子相应地与 CO_2 分子和 N_2 分子碰撞时, 形变振动 ν_2 的第一能级直接消激发的几率; $Q_{1,2}$ 为 ν_1 和 ν_2 振型间能量共振交换的

几率, 共振交换的结果, ν_1 的第一能级消激发, 同时在 ν_2 振型中自基态发生双量子跃迁 (或是在两个不同的 ν_2 振型中, 发生两个单量子跃迁); $Q_{3,12}$ 和 $Q_{3,2}$ 为复合跃迁几率, 复合跃迁时, ν_3 的第一能级

消激发, 同时在 v_1 和 v_2 振型中, 自基态发生单量子跃迁 (在第一种情况下), 或是在相互作用到未被激发的形变振动 v_3 中发生三量子跃迁 (在第二种情况下); $Q_{\alpha, s}$ 为准共振相互作用几率, 由于这种作用, N_2 的第一振动能级消激发, 而 CO_2 的 v_3 的第一能级被激发; γ 为混合物中 CO_2 的克分子浓度;

$$\Delta = \frac{\theta_3 - \theta_1 - \theta_2}{T}, \quad \Delta_2 = \frac{\theta_2}{T},$$

$$\Delta_{3\alpha} = \frac{\theta_3 - \theta_\alpha}{T}. \quad (2.3)$$

为了实际利用方程组 (2.2), 必须确定有关过

$$\left. \begin{aligned} Z_{\beta\beta}^{-1} &= \tau_{\beta\beta} = 1.15 \times 10^{-11} (\gamma p)^{-1} T^{1/2} \left(1 + \frac{190}{T}\right)^{-1}, \\ Z_{\beta\alpha}^{-1} &= \tau_{\beta\alpha} = 1.095 \times 10^{-11} [(1-\gamma)p]^{-1} T^{1/2} \left(1 + \frac{132}{T}\right)^{-1}, \\ Z_{\alpha\beta}^{-1} &= \tau_{\alpha\beta} = 1.095 \times 10^{-11} (\gamma p)^{-1} T^{1/2} \left(1 + \frac{132}{T}\right)^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

(p 以大气压为单位, $\tau_{\alpha\beta}$ 以秒为单位, $T \approx 300-2500K$)。根据文献 [24, 22], 可以得到有关过程的几率对温度的依赖关系:

$$Q_{3, 12} = 0.124 T^{-1/6} \exp \left(-\frac{85.08}{T^{1/3}} + \frac{440}{T} \right), \quad (2.5)$$

$$Q_{3, 2} = 1.858 \times 10^{-2} T^{-1/6} \exp \left(-\frac{85.08}{T^{1/3}} + \frac{440}{T} \right), \quad (2.6)$$

$$Q_{1, 2} = 0.289 \times 10^{-6} T \exp \left(\frac{190}{T} \right), \quad (2.7)$$

$$P_{2, \beta} = 6.47 \times 10^3 T^{-1/6} \exp \left(-\frac{131.055}{T^{1/3}} + \frac{670}{T} \right), \quad (2.8)$$

$$P_{2, \alpha} = 1.82 \times 10^4 T^{-1/6} \exp \left(-\frac{120.165}{T^{1/3}} + \frac{612}{T} \right), \quad (2.9)$$

$$Q_{\alpha, 3} = 0.516 \times 10^{-7} T \exp \left(\frac{132}{T} \right). \quad (2.10)$$

公式 (2.8) — (2.10) 中的数值因子是这样取的, 使相应的弛豫时间的数值, 与我们看来是最可靠的实验数据 [26-30, 31] 一致。这样一来, 由方程 (1.1) — (1.4) (考虑到 (1.5) 和 (1.6)) 和方程 (2.2) (考虑到 (2.4) — (2.10)) 所组成的方程组是闭合的, 它的解在原来假设的范围内, 给出关于上述双组分气体通过拉瓦尔喷管以后的非平衡气流参数变化的 (2.1) 确定了有关的振动温度。知道了温度 T , 全部情况。特别是关系式 ($l=1, 2, 3, \alpha$)^{*}, 就可以计算出 CO_2 和 N_2 的任何振动态的粒子数密度。

* 原文为 T_l ($l=1, 2, 3, i$), 已改正。——译者注

程的几率对温度的依赖关系, 以及 Z_{ij} ($i, j=\alpha, \beta$) 对气体动力学状态参数的依赖关系。

确定量 Z_{ij} 与决定相应的自由程时间 $\tau_{\alpha\beta}$ 有关, 因为 $Z_{ij} = \tau_{\alpha\beta}^{-1}$ 。如果考虑到 $\tau_{\alpha\beta}$ 与粘性有关: $\tau_{\alpha\beta} =$

$$\left(\frac{\eta_{ij}}{1.271p} \right)^{[24]},$$

并且在绝对刚性分子的假设

$$\eta_{ij} \sim \frac{T^{1/2}}{1 + \frac{C_{ij}}{T}} \quad (i, j=\alpha, \beta),$$

下, 由理想气体动力学理论得到粘性的实测结果加以相应的近似, 得到

4. 精确的解

事先指出, 在完全平衡气流和完全“冻结”气流这两种极限情况下, 上述问题允许有解析解。此时, 求解并不特别困难, 但由于这些解很复杂, 就不列出来了。在中间情况下, 则不可能得到解析解。

按照通过喷管非平衡流动的一般计算方法 [15], 可以确定, 收敛部分的气流实际上是平衡气流。这种情况使我们在求原方程组的积分时, 对于常数 $\rho^* v^*$

可以采用它的平衡数值。上述问题用M-20电子计算机按龙格-库塔方法求解过。

计算时规定了喷管形状的特征参数 r^* , θ_0 , 以及气体混合物滞止态的特征参数 p_0 , T_0 和 γ 。数值积分的某些结果表示在图1和图2中。

图1表示在规定的滞止温度 $T_0 = 1500\text{K}$, CO_2 克分子浓度 $\gamma = 0.23$, 和 $\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5 \text{大气压} \cdot \text{厘米}$ 的条件下,

流速 $X = \frac{v}{\sqrt{\frac{R}{M} T_0}}$, 压力 $Z = \frac{p}{p_0}$, 温度 $Y = \frac{T}{T_0}$ 和密度 $\eta = \frac{\rho}{\rho_0}$ 对于沿喷管轴线的距离 $\xi = \frac{x \text{tg} \theta_0}{r^*}$ 的依赖关系。图2表示在同样的参数条件下,

单位体积的能量 $e_1 = \frac{E_1 M_p}{\theta_1 R}$, $e_2 = \frac{E_2 M_p}{\theta_2 R}$,

$e_3 = \frac{E_3 M_p}{\theta_3 R}$, $e_4 = \frac{E_4 M_p}{\theta_4 R}$ 对于 ξ 的依赖关系。每种

本征振型的振动能, 随气流离开临界截面而减少。只有 CO_2 非对称振型 ν_3 中所储蓄的单位体积能量是个例

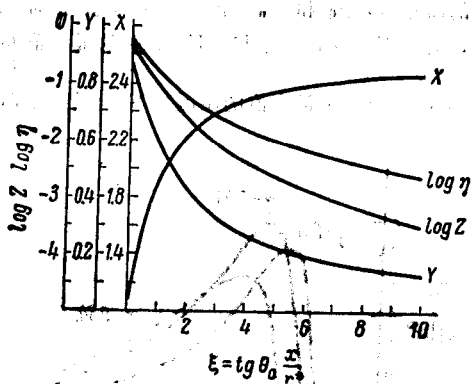


图1 气流的速度、温度、压力和密度随沿喷管轴线的距离的变化

(平衡)

$$\frac{N_{m,p}}{N_p} = \left[e^{-\frac{\theta_1}{T}} \left(1 - e^{-\frac{\theta_1}{T}} \right) \right] \left[(n+1) e^{-\frac{\theta_2}{T}} \left(1 - e^{-\frac{\theta_2}{T}} \right)^2 \right] \left[e^{-\frac{\theta_3}{T}} \left(1 - e^{-\frac{\theta_3}{T}} \right) \right],$$

N_p — CO_2 分子密度。

(4.1)

$$\xi = \text{tg} \theta_0 \frac{x}{r^*}, \gamma = 0.23, T_0 = 1500\text{K},$$

$$\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5 \text{大气压} \cdot \text{厘米}; X = \frac{v}{\sqrt{\frac{R}{M} T_0}},$$

$$Y = \frac{T}{T_0}, Z = \frac{p}{p_0}, \eta = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

外, 它的值在相对地快速下降之后, 有略微增加的趋势。这是消激发同与 N_2 分子准共振交换这两种过程竞争的结果。从离开临界截面的某一距离开始, 单位能量 e_1 , e_2 , e_3 和 e_4 实际上停止变化, 振动自由度“冻结”起来¹⁾。

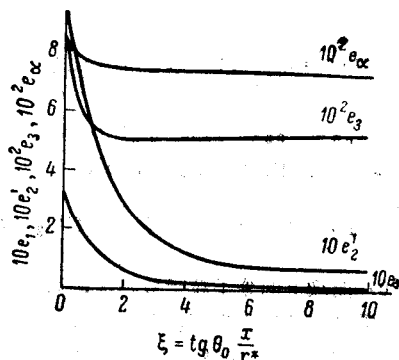


图2 单位体积的能量 $e_1 = \frac{E_1 M_p}{R \theta_1}$, $e_2 = \frac{E_2 M_p}{R \theta_2}$, $e_3 = \frac{E_3 M_p}{R \theta_3}$, $e_4 = \frac{E_4 M_p}{R \theta_4}$ 与沿喷管轴的距离 ξ 的依赖关系。

$$\gamma = 0.23; T_0 = 1500\text{K}; \frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5 \text{大气压} \cdot \text{厘米}.$$

5. 喷管中实现的粒子数反转

在完全热力学平衡的情况下, 对于 CO_2 这种线性对称分子所组成的系统, 由统计物理学的一般理论⁽²⁾得到处于振动态 (m, n, p) 的分子密度为

¹⁾ 在特超声速风洞中原子复合时所实现的同类效应, 文献[13]作过详细的研究。

²⁾ 原文误印为 $\eta = \frac{\rho}{\sigma_0}$ 。——译者注

在存在非平衡过程的情况下，这个公式是不正确的。为了计算 $N_{n,p}$ ，必须知道非平衡分布函数。按照第2**节中的假设，类似于(4.1)式，我们利用

$$\frac{N_{n,p}}{N_0} = \left[e^{-m \frac{\theta_1}{T_1} (1 - e^{-\frac{\theta_1}{T_1}})} \right] \left[(n+1) e^{-n \frac{\theta_2}{T_2} (1 - e^{-\frac{\theta_2}{T_2}})} \right] \left[e^{-p \frac{\theta_3}{T_3} (1 - e^{-\frac{\theta_3}{T_3}})} \right]. \quad (4.2)$$

感兴趣的是 (00^01) 和 (10^00) 能级上粒子数密度的变化，利用(4.2)**，(2.3) — (2.5)得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_{[00^01]}}{N_0} &= \left(\gamma \frac{Z}{Y} \right) e_3 (e_1+1)^{-1} (e'_2+1)^{-2} (e_3+1)^{-2}, \\ \frac{N_{[10^00]}}{N_0} &= \left(\gamma \frac{Z}{Y} \right) e_1 (e_1+1)^{-2} (e'_2+1)^{-2} (e_3+1)^{-1}, \\ \frac{\Delta N}{N_0} &= \frac{N_{[00^01]} - N_{[10^00]}}{N_0} = \left(\gamma \frac{Z}{Y} \right) (e_3 - e_1) (e_1+1)^{-2} (e'_2+1)^{-2} (e_3+1)^{-2}, \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

式中 $N_0 = N_{0,0} + N_{0,\infty}$ ——热贮存器中的分子密度。

图3表示在规定的 $T_0 = 1500K$ ， $\gamma = 0.23$ ，

$\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5$ 大气压·厘米的条件下， CO_2 (00^01)

和 (10^00) 能级上的分子粒子数密度，以及二者的差值，对于沿喷管轴线距离 ξ 的依赖关系。 (10^00) 能级的粒子数密度，比 (00^01) 能级的粒子数密度减少得快一些。结果，在离开喷管临界截面某一距离 ξ_* 处，

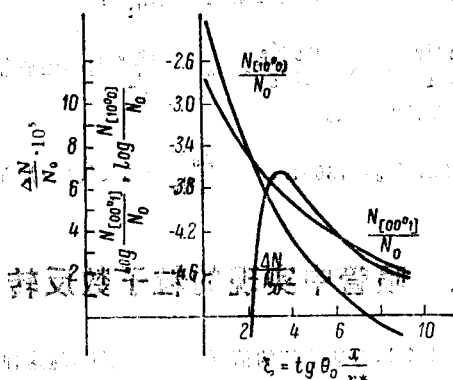


图3 二氧化碳气体 (00^01) 和 (10^00) 能级的粒子数，以及粒子数差值对于沿喷管轴线距离的依赖关系

$$\xi = \text{tg} \theta_0 \frac{x}{r^*}, \quad \gamma = 0.23, \quad T_0 = 1500K,$$

$$\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5 \text{ 大气压} \cdot \text{厘米}.$$

相应于 CO_2 各单独振动方式的三个部分分布函数的乘积，作为非平衡分布函数；同时，每一个部分玻尔兹曼分布都具有自己的温度 T_i ，因而，

所研究的两个能级上的粒子数相等，其差值变为零，随后，便发生反转 ($\Delta N > 0$)。在进一步远离 ξ_* 点时，粒子数反转值迅速增加，达到自己的最大值 $\max(\xi)$

ΔN ，然后下降。图4表示在各种不同的二氧化碳克分子浓度 γ 下 (滞止温度 $T_0 = 1500K$ ， $\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5$ 大气压·厘米)，粒子数反转值沿喷管轴线的变化。在固定的滞止参数 p_0 和 T_0 ，和固定的喷管几何尺寸 (r^* , θ_0) 下，存在一个与参量 γ 有关的最大值 $\max(\gamma)$

$\max \Delta N$ 。出现这个最大值的原因如下： γ 不大时， (ξ)

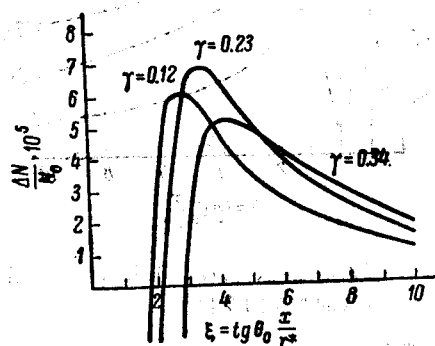


图4 与 ξ 有关的 CO_2 (00^01) 和 (10^00) 能级粒子数的差值。

γ ——参量， $T_0 = 1500K$ ，

$$\frac{p_0 r^*}{\text{tg} \theta_0} = 5 \text{ 大气压} \cdot \text{厘米}$$

* 原文误印为 (5.2)。

** 原文误印为3节。——译者注

CO₂分子总密度小,因而,尽管形变振动由于与N₂分子碰撞而发生很强的消激发作用,但高激光能级(00⁰1)的粒子数反转密度很小。另一方面,若γ大,则CO₂分子的相对密度很大,然而,载体分子密度小,因而,载体分子传递给CO₂非对称振型ν₃的能量小;此外,低激光能级(10⁰0)靠与N₂碰撞(间接地通过形变振动ν₂)而消激发的速度也减小。

6. 效率, 最佳条件

为了估计一下所研究的系统获得粒子数反转的有效性,分析中引入效率是合理的。有效能量是指在截面ξ和ξ+dξ(ξ>ξ₀)之间的体积元dv中“激活”的CO₂粒子的能量。令这个体积中气体混合物的质量为dm。这样,消耗的能量自然理解为将这一质量由温度T₀加热到热贮存器中的温度T_K=T₀的加热能。因此,效率

$$\kappa = \frac{h(\nu_3 - \nu_1) [N_{(00^01)}(\xi) - N_{(10^00)}(\xi)]}{E_0 \rho(\xi)} \quad (5.1)$$

式中E₀——在热贮存器中将单位质量的混合物CO₂+N₂自温度T₀加热到T_K而使其内部自由度激发所消耗的能量。考虑到E₀的表示式,并利用无量纲量的符号,(5.1)式可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \kappa = & \frac{Y \Delta N}{Z N_0} \delta (1-r) \left[\frac{5}{2} \left(1 - \frac{T_{00}}{T_K} \right) + \right. \\ & + \delta \left(\frac{1}{e^{\delta} - 1} - \frac{1}{\delta T_K} \right) + \\ & + r \gamma \delta \left(\frac{1}{e^{r\delta} - 1} + \frac{1}{\frac{r\delta}{2} - 1} - \frac{1}{e^{p_H} - 1} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\frac{r\delta T_K}{Z p_H} - 1} \right) \right]^{-1}, \quad (5.2) \end{aligned}$$

$$(\delta = \frac{\theta_3}{T_H}; r = \frac{\theta_1}{\theta_3}; \theta_3 \approx \theta_2).$$

图5表示效率与ξ的关系;所作的图相应于滞止温

度T₀=1500K, γ=0.23; 而f = $\frac{p_0 r^*}{tg \theta_0}$ 是作为参量出现的。要指出,反转最大的区域和效率达到极限值的区域不是重合的。由计算得出结论,在固定的喷管几何尺寸和固定的压力p₀下,对于maxΔN而言,存在滞止温度T₀的最佳值。表1引入了相应于p₀=10大气压, $\frac{r^*}{tg \theta_0} = 0.5$ 厘米, γ=0.12的结果。

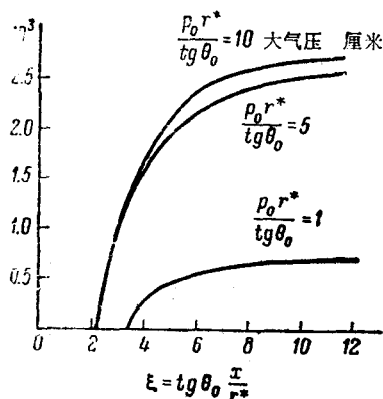


图5 效率κ与ξ的关系

$$f = \frac{p_0 r^*}{tg \theta_0} - \text{参量}; T_0 = 1500K; \gamma = 0.23$$

由表1看出,在所研究的条件下,“激活”粒子的最大密度是在T₀~1200K时获得的。在固定的压力p₀下存在T₀的最佳值自然可以这样解释: T₀小时,CO₂密度大,但内部振动只微弱地被激发, T₀大时,情况则恰好相反。表2对于不同的滞止压力p₀列出了粒子数反转(随ξ)的最大值。

表1

T ₀ (K)	max (ΔN/N ₀)	max ΔN (厘米 ⁻³)
1000	0.416 × 10 ⁻⁴	3.01 × 10 ¹⁵
1200	0.560 × 10 ⁻⁴	3.36 × 10 ¹⁵
1500	0.600 × 10 ⁻⁴	2.90 × 10 ¹⁵
2000	0.452 × 10 ⁻⁴	1.64 × 10 ¹⁵

计算表明,在所研究的范围内,增加压力p₀将使maxΔN增大。表2的结果使我们根据地认为,贮存器中大大地增加压力是不适宜的,因为从某一压力p₀开始,粒子数反转的最大值不会得到显著的增加。

在T₀=1500°K, γ=0.23, $\frac{r^*}{tg \theta_0} = 0.5$ 厘米的条件下,最佳压力p₀~50大气压。

7. 结束语

上面的分析表明,在通过喷管的超声速气流中,可能获得分子的粒子数反转。由计算知道,在喷管中可以得到很高的“激活”气体分子密度(~10¹⁶厘米⁻³)。此外,从实验上实现红外波段激光器连续运转的观点看来,利用喷管是方便的。为了提高气体激

表2

$$(T_0 = 1500\text{K}, \gamma = 0.23, \frac{r^*}{\text{tg}\theta_0} = 0.5\text{厘米})$$

p_0 , 大气压	$\max \left(\frac{\Delta N}{N_0} \right)$ (%)	$\max \Delta N$, (%) 厘米 ⁻³
2	0.121×10^{-4}	0.12×10^{15}
10	0.683×10^{-4}	3.3×10^{15}
14	0.717×10^{-4}	4.85×10^{15}
20	0.717×10^{-4}	6.92×10^{15}
25	0.697×10^{-4}	8.42×10^{15}
30	0.67×10^{-4}	9.71×10^{15}
60	0.519×10^{-4}	1.5×10^{15}
120	0.345×10^{-4}	2×10^{15}

光器的功率, 可以采用一组平行喷管, 在它们的出口处安置共振腔的镜子。在 $\text{CO}_2 + \text{N}_2$ 气体系统的情况下, 激活分子的最大密度与滞止参数 T_0 , p_0 , 以及双组分气体各组分的密度之比有关。在固定喷管的几何尺寸和给定滞止参数的情况下, 工作气体粒子数反转的最大密度在 $\gamma = \gamma_{\text{最佳}}$ 时达最大值。同时, 对于每一个 γ , 都存在 T_0 和 p_0 的最佳值。

上面所作的分析没有考虑摩擦效应和热交换效应。根据理论和实验研究的结果^[15, 32, 33], 可以认为, 在通常使用的超声速喷管中, 气流由两个区域组成: 流动的基核区域, 和器壁附近的薄边界层区域。在流动基核区域, 在喷管的整个截面上, 气流参数是高度均匀的。在边界层区域, 由于上面的效应而发生耗散过程, 在那里, 气流参数的横向梯度大, 其参数分布剖面圈经受相当大的变形。所以, 边界层的存在,

等价于喷管的横截面积减小一个数值 $\frac{\Delta S}{S} \sim -\frac{2\delta}{r}$ ^[34],

式中 δ ——边界层厚度, r ——出口截面半径。(按照

文献^[15], $\frac{\delta}{r} \sim \text{Re}^{-1/2} \ll 1$, 因为通常对于超声速

喷管, 雷诺数 $\text{Re} = \frac{rv}{\nu} \sim 5 \times 10^3 + 10^4$, ν ——运动

粘度。) 估计表明, 耗散对气流基核中的流动影响不大。

参 考 文 献

- (1) Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, ЖЭТФ, 44, 1472, 1963.
- (2) I. R. Hurle, A. Hertzberg, Phys. Fluids, 8, 9, 1601, 1965; Bull. Am.

Phys. Soc., 9, 582, 1964.

- (3) W. H. Wells, J. Appl. Phys., 36, 9, 2838, 1965.
- (4) K. Shimoda, Institute of Phys. a. Chem. Research., 59, 2, 53, 1965.
- (5) Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, В. А. Щеглов, Письма в Ред. ЖЭТФ, 4, вып. 2, 61, 1966.
- (6) В. К. Конюхов, А. М. Прохоров, Письма в Ред. ЖЭТФ, 3, 48, вып. 11, 436, 1966.
- (7) Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, В. А. Щеглов, ЖТФ, XXXVI, вып. 2, 339, 1967.
- (8) А. Н. Ораевский, ЖЭТФ, 48, вып. 4, 1150, 1965; 45, вып. 2, 177, 1963.
- (9) G. Makhov, I. Wieder, Quant. Electronics, Sept., QE-3, No. 378, 1967.
- (10) В. П. Тычинский, УФН, 91, вып. 3, 389, 1967.
- (11) Н. Н. Соболев, В. В. Соковиков, УФН, 91, вып. 3, 425, 1967.
- (12) Л. А. Вулис, Термодинамика газовых потоков, М.—Л., ГЭИ, 1950.
- (13) K. I. C. Bray, J. Fluid Mech., 6, 1, 1, 1959.
- (14) W. G. Vincenti, J. Fluid Mech., 6, 4, 1959.
- (15) А. С. Плешанов, П. А. Коньков, Исслед. по физич. газодинамике, Сб. статей, 141, Изд. «Наука», М., 1966.
- (16) W. W. Wood, J. G. Kirkwood, J. Appl. Phys., 28, 4, 395, 1967.
- (17) R. M. Mazo, J. E. Mayer, J. Appl. Phys., 29, 4, 735, 1958.
- (18) R. N. Schwartz, Z. I. Slawsky, K. F. Herzfeld, J. Chem. Phys., 20, 1591, 1952.
- (19) W. J. Witteman, J. Chem. Phys., 35, 1, 1961.
- (20) B. F. Gordiets, N. N. Sobolev, V. V. Sokovikov, L. A. Shelepin, Phys. Lett., 25A, 173, 1967.
- (21) В. Ф. Гордиец, Н. Н. Соболев, Л. А. Шелепин, ЖЭТФ, 53, вып. 5

在混有热激励辅助气体的工作气体中 获得分子的粒子数反转

参考文献〔1—3〕的作者研究了用热激励方法实现气体分子的粒子数反转在原理上的可能性。从参考文献〔1, 2〕知道, 实现热泵浦的基本条件之一是气体混合物的温度变化要足够快。在用快速绝热冷却作为热泵浦方法时, 最方便的方法是在拉瓦尔喷管中使气体超音速膨胀。参考文献〔4〕研究了二元气体(N_2 - CO_2 型)在喷管中超音速流动时与其振动自由度有关的动力过程。基于非平衡流体动力学问题的理论分析, 在一定条件下工作气体 CO_2 中能够实现粒子数反转。在快速冷却情况下为了有效地利用二元气体系统, 工作气体和辅助气体相应能级间必须有共振, 且辅助气体的共振能级应具有较长的弛豫时间。

文献〔2〕指出了二元混合物进行热激励的一种方法, 即在热激励的 N_2 型双原子分子中加进工作物质的冷分子——这种冷分子具有和激励分子共振的能级——则由于激励的有效传递, 能够使工作气体在共

振能级和低能级间产生粒子数反转。

本文的目的是对上述方法进行比较详细的理论分析。以二元混合物 N_2 - CO_2 为例, 说明混有热激励气体 N_2 的工作气体 CO_2 中可产生相对于标准跃迁(00^0_1) $\rightarrow$ (10^0_0)的粒子数反转。对于这个问题的研究值得我们注意, 因为已用这方法实现了热泵浦的激光实验〔5〕。

1. 利用简化的模型概念不难解释混有热激励气体的工作气体分子中产生粒子数反转过程的动力学特征。令混合物由如下两种气体组成: 辅助气体(m)有两个振动能级 E_3^m 和 E_1^m ($E_3^m > E_1^m$), 工作气体有三个振动能级 E_3^w , E_2^w , E_1^w ($E_3^w > E_2^w > E_1^w$), 且 $E_3^m = E_3^w$, $E_1^m = E_1^w = 0$ 。为简化起见假定: (1) 弛豫基本上只决定于分子间的碰撞, (2) E_3^m 能级与m, n分子平动自由度相互作用的弛豫时间, 大大超过能级 E_3^m 和 E_1^m 间振动能量的共振

- (11), 1822, 1967.
- (22) K. F. Herzfeld, Dissc. Farady Soc., №33, 22, 1962.
- (23) Е. В. Ступеченко, С. А. Люсев, А. И. Осипов, Релаксационные процессы в ударных волнах. Изд. «Наука», 1965.
- (24) K. F. Herzfeld, T. A. Litovitz, Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves, N. Y., 1959.
- (25) Н. Б. Варгафтик, Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей, М., Физматгиз, 1963.
- (26) П. В. Слободская, Изв. АН СССР, серия физич., 12, 656, 1948.
- (27) E. F. Smiley, E. H. Winkler, J. Chem. Phys., 22, 2018, 1954.
- (28) M. E. Jacox, S. H. Bauer, J. Phys. Chem., 61, 533, 1957.

- (29) T. L. Cottrell, I. M. Macfarlane, A. W. Read, A. H. Young, Trans. Farad. Soc., 62, 2655, 1966.
- (30) J. E. Morgan, H. I. Schiff, Can. J. Chem., 41, 903, 1963.
- (31) Дж. Майер, М. Гепперт-Майер, Статистическая механика, ИЛ, М., 1952.
- (32) К. С. Болотина, Изв. АН СССР, ОТН, №5, 1956.
- (33) В. П. Ионов, Г. Н. Николаев, Исслед. по физич. газодинамике. Сб. статей, 158. Изд. «Наука», 1966.
- (34) Г. Н. Абрамович, Прикладная газовая динамика, М., ГИТТЛ, 1953.

〔译自ЖТФ, 38, вып. 12, 2031—2041 (декабрь 1968 г.)。作者为 Н. Г. Басов 等〕

交换所需的时间, (3) 对于平动自由度能级 E_3 的弛豫时间, 超过 E_3 的弛豫时间。考虑到这些假定, 对于上述图案中的二元混合物, 振动弛豫方程组可写成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{n}_3 &= -n_3 (\tau_{31}^{-1} + \tau_{32}^{-1}) + n_1 \tau_{13}^{-1} + n_2 \tau_{23}^{-1} + \alpha (n_1 m_3 - n_3 m_1), \\ \dot{n}_2 &= -n_2 \tau_{21}^{-1} + n_3 \tau_{32}^{-1} + n_1 \tau_{12}^{-1} - n_2 \tau_{23}^{-1}, \\ \dot{m}_3 &= -\alpha (n_1 m_3 - n_3 m_1), \\ n_1 + n_2 + n_3 &= n_0, \\ m_1 + m_3 &= m_0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 n_i, m_i —— n 和 m 种分子在相应能级上的密度; n_0, m_0 —— 每一种分子的密度; τ_{ik} —— n 种分子由 $i \rightarrow k$ 的碰撞跃迁时间 $[\tau_{ik}^{-1} = \tau_{ik, n}^{-1} + \tau_{ik, m}^{-1}, \tau_{ik, n}^{-1} = Z_{in} P_{ik, n}]$ —— 由 n 种粒子的平动-振动相互作用决定的 $i \rightarrow k$ 跃迁速度; $\tau_{ik, m}^{-1} = Z_{im} P_{ik, m}$ —— 由 m 种粒子的平动-振动相互作用决定的 $i \rightarrow k$ 跃迁速度; Z_{in}, Z_{im} —— 一个 n 种分子在一秒钟内受到 n 和 m 种分子的碰撞数目; $P_{ik, n}$ 和 $P_{ik, m}$ —— $i \rightarrow k$ 跃迁的相应几率 (对一次碰撞而言); $\alpha = \frac{Z_{nm}}{m_0} Q_{3..} =$

$\frac{Z_{nm}}{n_0} Q_{3..}$, 其中 $Q_{3..}$ —— 共振能级 E_3 和 E_3 间量子交换的几率 (对一次碰撞而言)。应当指出, 由细致平衡原理得到, $\tau_{13}^{-1} = \tau_{31}^{-1} \exp \left\{ -\frac{(E_1 - E_3)}{KT} \right\}$ 。

进一步假定, 工作 (n) 和辅助 (m) 气体的平动和转动自由度的温度是重合的并等于 T_- 。如果在 $t=0$ 时辅助气体的激励温度等于 T_+ , 则方程组 (1) 的初始条件写作如下形式:

$$t=0, n_{30} = n_3^-, n_{20} = n_2^-, n_{30} = m_3^+, \quad (2)$$

其中 n_3^- 和 n_2^- —— 温度 T_- 时 n 种分子在相应能级的平衡密度; m_3^+ —— 温度 T_+ 时 m 种粒子在 3_m 能级上的平衡密度。

非线性方程组 (1) 的通解很难求得。当低激光能级的消激发速度大大超过其它过程的速度, 且温度 T_- 足够低时, 解方程就简化得多了。这时

$$\begin{aligned} \tau_{31}^{-1} &\gg \max (\tau_{31}^{-1}, \tau_{32}^{-1}, \alpha m_0, \alpha n_0), \\ \frac{E_2}{KT_-} &\ll 1, \quad \frac{(E_3 - E_2)}{KT_-} \ll 1 \end{aligned} \quad (3)$$

研究这种情况能够得出工作气体分子粒子数反转的极限密度。在方程 (3) 的基础上, 对应于文献

[6] 中的一般理论, 相体积 (n_3, n_2, m_3) 可以分为“快速”运动和“慢速”运动区域。 n_2 的变化相应于快速运动区。在零级近似的情况下

$$\begin{aligned} \left(\frac{\tau_{31}}{\tau_{32}} \rightarrow 0, \quad \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \rightarrow 0, \quad e^{-\frac{E_2}{KT_-}} \rightarrow 0, \right. \\ \left. \frac{(E_3 - E_2)}{KT_-} \rightarrow 0 \right) \text{ 密度 } n_2 \approx 0, \text{ 而相应于慢速运} \end{aligned}$$

动的方程组可写为:

$$\begin{aligned} \dot{n}_3 &= -n_3 \tau_{31}^{-1} + \alpha (n_1 m_3 - n_3 m_1), \\ \dot{m} &= -\alpha (n_1 m_3 - n_3 m_1), \\ n_0 &\approx n_1 + n_3, \quad m_0 = m_1 + m_3 \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\tau_{31}^{-1} = \tau_{31}^{-1} + \tau_{32}^{-1}$ 。方程组 (4) 很容易求解; 特别是考虑到在所研究的近似范围内, 当 $t=0$ 时 $n_{30} \approx 0$, 则得到

$$\begin{aligned} n_3 &= L (e^{S_1 t} - e^{S_2 t}), \\ S_{1,2} &= -\frac{1}{2} \left[\tau_{31}^{-1} + \alpha (m_0 + n_0) \mp \sqrt{(\tau_{31}^{-1} + \alpha (m_0 + n_0))^2 - 4\alpha n_0 \tau_{31}^{-1}} \right], \\ L &= \alpha n_0 m_3 + [(\tau_{31}^{-1} + \alpha (m_0 + n_0))^2 - 4\alpha n_0 \tau_{31}^{-1}]^{-1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

若 n 和 m 系统间量子的共振交换过程比能级 3_n 的弛豫快 ($\tau_{31}^{-1} \gg \alpha m_0, \alpha n_0$), 则简化 (5) 得到

$$\frac{n_3}{n_0} = \frac{m_3^+}{m_0 + n_0} \left[e^{-\frac{n_0 t}{\tau_{31} (n_0 + m_0)}} - e^{-\alpha (m_0 + n_0) t} \right] \quad (6)$$

在所研究的近似范围内粒子数反转密度 $\Delta n = n_3 - n_2$, 与密度 n_3 重合。由 (6) 得知, “激活”分子的最大相对密度等于

$$\max \frac{\Delta n}{n_0} = \frac{m_3^+}{m_0 + n_0} \quad (7)$$

达到此密度的时间

$$t_{\max} = \frac{1}{\alpha (m_0 + n_0)} \ln \left[\frac{\alpha \tau_{31} (m_0 + n_0)^2}{n_0} \right] \quad (8)$$

由 (6) 也得知, 反转脉冲曲线的上升部分在时间 $\sim [\alpha (m_0 + n_0)]^{-1}$ 中完成, 而平缓得多的曲线

下降段在时间 $\sim \frac{\tau_{31} (m_0 + n_0)}{n_0}$ 中完成。半高度脉冲

宽度等于 $\Delta t = \ln 2 \frac{m_0 + n_0}{n_0} \tau_s$ 。

2. 对于具体的二元气体混合物，研究类似于第一点中提出的就复杂得多了。这是由于多原子气体

$$\frac{de_1}{dt} = a_{1,2} [e'_2{}^2 - e_1(2e'_2 + 1)] + a_{3,12} [e_3(e_1 + 1)(e'_2 + 1) - e^{-\Delta} e_1 e'_2 (e_3 + 1)],$$

$$\begin{aligned} \frac{de'_2}{dt} = & -\frac{1}{2} a_{1,2} [e'_2{}^2 - e_1(2e'_2 + 1)] + \frac{1}{2} a_{3,12} [e_3(e_1 + 1)(e'_2 + 1) - \\ & - e^{-\Delta} e_1 e'_2 (e_3 + 1)] + \frac{8}{2} a_{3,2} [e_3(e'_2 + 1)^2 - e^{-\Delta} e'^3_2 (e_3 + 1)] + \\ & + a_2 [-e'_2 + e^{-\Delta_2} (e'_2 + 1)], \end{aligned}$$

$$\frac{de_3}{dt} = a_{3,12} [-e_3(e_1 + 1)(e'_2 + 1) + e^{-\Delta} e_1 e'_2 (e_3 + 1)] +$$

$$a_{3,2} [-e_3(e'_2 + 1)^2 + e^{-\Delta} e'^3_2 (e_3 + 1)] +$$

$$+ \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} \right) a_{\alpha,3} [-e_3 e^{\Delta_{3\alpha}} (e_\alpha + 1) + (e_3 + 1) e_\alpha],$$

$$\frac{de_\alpha}{dt} = a_{\alpha,3} [e_3 e^{\Delta_{3\alpha}} (e_\alpha + 1) - e_\alpha (e_3 + 1)],$$

(9)

$$\text{式中 } e_1 = \frac{E_1 M_p}{R \theta_1}, \quad e'_2 = \frac{E'_2 M_p}{R \theta_2},$$

$$e_3 = \frac{E_3 M_p}{R \theta_3}, \quad e_\alpha = \frac{E_\alpha M_\alpha}{R \theta_\alpha}, \quad E_1, E_3, E'_2$$

— CO_2 对称，反对称以及形变振型的单位振动能量（考虑到极化简并，形变振动的总能量 $E_3 = 2E'_2$ ）； E_α — N_2 固有振型的单位振动能量； θ_i ($i=1, 2, 3, \alpha$) — 第 i 个振型的特征振动温度； M_α 和 M_p — N_2 和 CO_2 的分子量； R — 普适气体常数（对 1 克分子量定的）； $\{a\}$ — 动力常数（ $\{a\}$ 和混合物热力学参数的关系在文献 [4] 中给出）； $\Delta =$

$$\frac{\theta_3 - \theta_1 - \theta_2}{T_-} = \frac{\theta_3 - 3\theta_2}{T_-}, \quad \Delta_2 = \frac{\theta_2}{T_-}, \quad \Delta_{3\alpha} =$$

$$\frac{\theta_3 - \theta_2}{T_-}, \quad T_- \text{ — 气体混合物温度； } \gamma \text{ — } \text{CO}_2 \text{ 的克}$$

分子浓度。（式 (9) 中各项的意义从文献 [4] 中就可明了。）

描述 N_2 — CO_2 混合物中振动弛豫的微分方程组 (9) 是在这种假定下得到的，即将每一个振动模式看作无数等距离能级的振荡器。第二个实质性的假定是对于每一个分模式引入确定局部玻耳兹曼分布的温度。比能的关系由式 (9) 的解决定。根据所得能量

（或混合物）的振动动力学比较复杂，並要考虑所用气体分子具有许多能级。文献 [4] 中得到了 N_2 和 CO_2 组成的二元气体混合物的振动动力学方程组

再确定分振动温度。知道温度 T_i ($i=1, 2, 3, \alpha$) 后，可以求出 CO_2 和 N_2 任一振动状态的粒子数密度。

方程组 (9) 是在 БЭСМ-4 上用 Рунге-Кутты 方法解的。计算中规定下列参数：已知气体混合物的温度 T_- ，氮的初始振动激励温度 T_+ ，组分压力 P_{CO_2} 和 P_{N_2} 。每一个本征模式中所含单位振动能量的典型关系示于图 1 ($T_+ = 1230$, $T_- = 300\text{K}$, $P_{\text{CO}_2} = 5$, $P_{\text{N}_2} = 3\text{mm}$) 振动能量由 N_2 分子传递给 CO_2 分子的结果，使比能 $e_\alpha(t)$ 单调下降直至其平衡值 $e_\alpha(T_-)$ 函数 $e_1(t)$, $e'_2(t)$, $e_3(t)$ 有最大值。反对称模式 ν_3 (CO_2) 的振动能量具有最明显的极值性

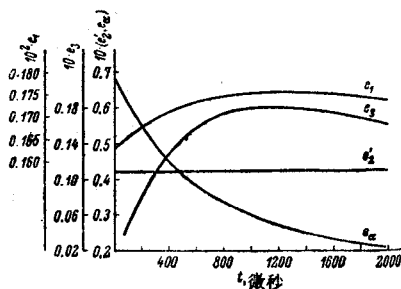
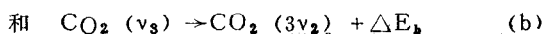
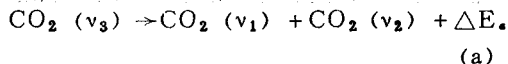


图 1 CO_2 和 N_2 分子固有振型中贮存的振动比能关系图

质。 $e_3(t)$ 的增长线由振量子从氮激励分子共振跃迁的过程所决定。由于一系列综合的相互作用,使量子 $h\nu_3$ 按反应



变化,导致 v_3 式振动能级的消激发。式(a)和(b)中 ΔE_{v_3} 为相应的能量差额。在某一时间 $t_{m..}$ 以后,过程(a)、(b)开始超过共振吸收过程,因而当 $t > t_{m..}$ 时反对称振动模式的比能要减小。自 v_3 模式向 v_2 和 v_1 模式的能量跃迁导致初始阶段对称 v_1 (CO_2)和形变 v_2 (CO_2)振型振动能量的增长。在随后的阶段由于 v_2 模式向 N_2 和 CO_2 平动自由度的消激发过程,能量 $e'_2(t)$ 减小至其平衡值 $e'_2(T_-)$ [图形 $e'_2(t)$ 的比例尺太小,致使图上不能明显地反映出其函数的最大值]。这个过程也保证了对称模式 v_1 (CO_2)能量的减小(v_1 式的消激发是由 v_1 和 v_2 式的共振联系进行的,这种共振联系是由1个量子 $h\nu_1$ 和2个量子 $h\nu_2$ 的偶然重合决定的)。

类似于参考文献[4],假定了 CO_2 本征振型的分玻耳兹曼分布,算得 (00^01) 和 (10^00) 能级的粒子数密度和相应的粒子数差与时间的关系。数字分析指出,在 N_2 - CO_2 二元系统中,对于“外在”参数相当宽的范围都能实现 $\text{CO}_2(00^01) \rightarrow (10^00)$ 跃迁的粒子数反转。图2中表示采用不同已知值时“激活”分子 $\Delta N = N_{(00^01)} - N_{(10^00)}$ 最大值的的关系。从图中也可看出,二元气体温度 T_- 的减小或氮的初

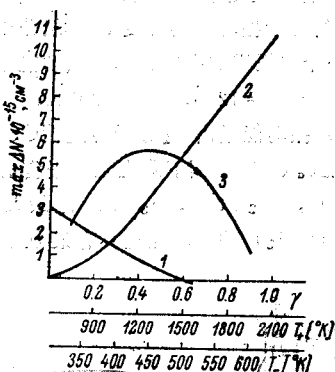


图2 (1) CO_2 激活分子最大密度和 CO_2 - N_2 二元混合物温度的关系 ($T_+ = 1200\text{K}$, $\gamma = \frac{P_{\text{CO}_2}}{P_{\text{CO}_2} + P_{N_2}} = 0.4$, $P_0 = 10\text{托}$);
(2) N_2 激励温度的关系 ($T_- = 300\text{K}$, $P_0 = 10\text{托}$, $\gamma = 0.4$);
(3) CO_2 分子浓度的关系 ($T_- = 300$, $T_+ = 1500\text{K}$, $P = 10\text{托}$)

始激励温度 T_+ 的增长导致粒子数反转密度 ΔN 的增长。第一种情况降低了 (00^01) 能级向 v_1 和 v_2 模式的消激发作用。第二种情况则增加了 v_3 模式共振吸收的速度。在确定的总压力 P_0 和温度 T_+ 和 T_- 下,激活分子的最大密度在 CO_2 最佳克分子浓度 $\gamma = \gamma_{\text{opt}}$ 时达到最大值(见参考文献[4])。

图3和图4表示在确定的 N_2 压力和温度 T_+ 和 T_- 时激活分子最大密度和高工作能级粒子数 $N(00^01)$ 最大密度与 CO_2 压力的关系。由得出的关系知道,当 CO_2 压力 $P_{\text{CO}_2} = P_{\text{opt}}$, CO_2 时,粒子数反转密度具有最佳值。对于 CO_2 具有压力最佳值,可以这样来解释:在 P_{CO_2} 小的情况下工作气体密度小,而 P_{CO_2} 大时振动能量从 v_3 模式向 v_1 和 v_2 模式跃迁的速度增长,使致低工作能级粒子数密度 $N(10^00)$ 增加。比较图3和4指出,二元混合物较低的温度 T_- 相应于较高的 CO_2 激活分子最佳密度值。这一事实可以这样来解释,即随 T_- 的增长,高工作能级 $N(00^01)$ 的消激发速度加大。注意到,气体温度的降低导致 CO_2 压力最佳值向较大值方向移动。除此以外,从这些图中还可知道,达到激活分子最佳密度和达到 CO_2 高激光能级粒子数最佳密度的条件不相同。这一定性的结

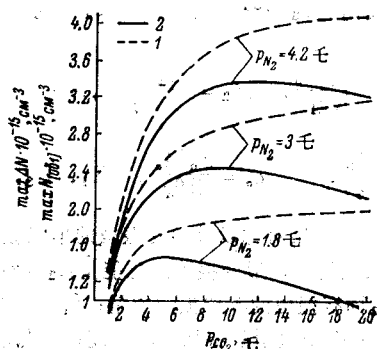


图3 (00^01) 能级粒子数最大密度(1)和 CO_2 激活分子最大密度(2)与 CO_2 压力的关系 ($T_- = 300$, $T_+ = 1230\text{K}$, N_2 的压力 $P_{N_2} = 1.8, 3, 4.2\text{托}$)

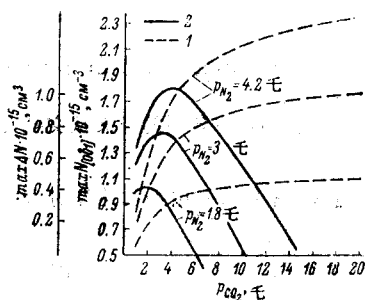


图4 同图3, 只是 $T_- = 400\text{K}$

论和参考文献[5]中的实验结论是一致的。

通常(见[1, 4]), 为了估价获得粒子数反转方法的效能, 可以引入效率的研究。单位体积中 CO_2 激活粒子的最大能量称为有效能量:

$$E_{\text{eff}} = h(\nu_3 - \nu_1) \max(N_{100}^{01}, N_{110}^{00}) \quad (10)$$

消耗的能量——当氮由温度 T_- 加热到 T_+ 时单位体积中 N_2 分子的热激励能量:

$$E_0 = N_a k T_+ \left\{ \frac{5}{2} \left(1 - \frac{T_-}{T_+} \right) + \frac{h\nu_a}{kT_+} \left[\left(e^{\frac{\theta_a}{T_+}} - 1 \right)^{-1} - \left(e^{\frac{\theta_a}{T_-}} - 1 \right)^{-1} \right] \right\} \quad (11)$$

式中 N_a ——氮的密度, k ——玻耳兹曼常数。借助于式(10)和(11), 假定 $\theta_3 \approx \theta_a$ 和 $T_- = 300\text{K}$, 並考虑到 $\theta_3 = 3380\text{K}$, $\theta_1 = 1920\text{K}$, 得到效率

$$\chi = \frac{\Delta n}{1-\gamma} 0.43 \frac{\delta}{Y_{a0}} \left\{ \frac{5}{2} \left(1 - 0.089 \frac{\delta}{Y_{a0}} \right) + \frac{\delta}{Y_{a0}} \times \left[\left(e^{\frac{\delta}{Y_{a0}}} - 1 \right)^{-1} - \left(e^{\frac{11.26}{Y_{a0}}} - 1 \right)^{-1} \right] \right\} \quad (12)$$

$$\text{式中 } \Delta n = \max \frac{(N_{100}^{01} - N_{110}^{00})}{N_a}$$

($N_0 = N_a + N_\beta$; N_β —— CO_2 的密度), $\delta = \frac{\theta_3}{T_-}$

$$= \frac{3380}{T_-}, Y_{a0} = \frac{T_+}{T_-}, \gamma = \frac{N_\beta}{N_0} \quad \text{图5中给出效率与}$$

CO_2 压力的关系。所引曲线相应于氮激励温度 $T_+ = 1230\text{K}$ 和气体混合物的两个温度 $T_- = 300\text{K}$ 和 $T_- = 400\text{K}$ 。有趣的是, CO_2 密度小时, N_2 的小压力值相应于大效率值; CO_2 密度足够大时, 图形则相反。第一种情况下, 氮振动激励所消耗的能量较小(N_2 的密度很小), 效率值相应地就较高; 后一种情况下, 虽然 N_2 较大的密度相应于消耗的能量较大, 但是, 向反对称模式共振跃迁的速度增长以及和 N_2 平动自由度联系的 $\text{CO}_2(10^0)$ 能级消激发(间接地经过 ν_2 模式)速度的增长, 决定了 P_{N2} 大时有大的效率值。

本文分析结果和以前参考文献[4]结果的比较指出, 在本文研究的情况下所得到的效率值比参考文献[4]中用热激励方法得到的极限效率值大3—4

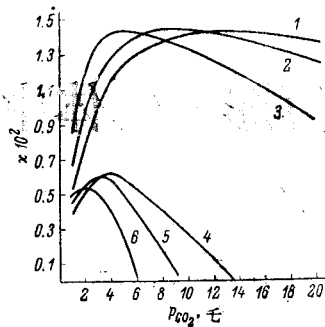


图5 效率和 CO_2 压力的关系

$T_+ = 1230\text{K}$, $T_- = 300\text{K}$: 1—— $P_{N2} = 4.2$, 2—— $P_{N2} = 2$, 3—— $P_{N2} = 1.8$ 托。 $T_- = 400\text{K}$: 4—— $P_{N2} = 4.2$, 5—— $P_{N2} = 3$, 6—— $P_{N2} = 1.8$ 托。

倍。这是由于在混有热激励辅助气体的工作气体中获得粒子数反转时, 能量只消耗于辅助气体内在自由度的热激励。显而易见, 效率值依赖于给定混合物选择的好坏。可以预计^[8], 如果采用波长介于远红外至毫米级的光谱范围的工作跃迁, 将会得到比本文中大多得多的效率值。

在结论中应该指出, 对于参考文献[5]中观察到的效应的数量特征进行理论和实验的比较还为时过早, 因为参考文献[5]中实验系统工作的具体条件(如 N_2 的冷却速度, 混合物的温度等)都是不明确的; $(00^01) \rightarrow (00^00)$ 跃迁时荧光谱线强度减小的具体相对特征值究竟与控制信号的多大功率值相对应也是不清楚的。

另一方面, 理论研究要求更全面的分析, 譬如, 需考虑气体混合物温度的变化(能量由振动自由度转为平动)。在 N_2 密度足够大时, 温度变化对振动动力学的影响明显地表现出来——氮密度的增长导致温度上升, 並进而导致能级 (00^01) 消激发速度的增加和其粒子数密度的降低。除此以外, 分析时应考虑到给定混合物组分混合时的气体动力学。在实验条件下, 当热激励超音速气流(N_2)和“不动的”冷气(CO_2)互相作用时, 至少在初始阶段气体混合是由“紊流扩散”决定的, 这种紊流扩散的结果使高速气流中的气团渗入不动的气体。很明显, 只有这些气团表面的分子进入有效的(共振的)相互作用。随着气体分布, 这些气团“消散”, 气体开始完全地混合起来。超音速流中粒子的密度和速度越大, 则紊流扩散区域也越大; 当密度足够大时, 工作气体和辅助气体相互渗透的程度就低, 因此所述获得粒子数反转的方法就成为低效能的。

计算膨胀气体中粒子数反转的含时分析法

1. 引言

在快速膨胀中, 非平衡气体产生粒子数反转的概念首先由Hurle和Hertzberg^[1]提出。他们考虑了氙膨胀时电子能级反转的特殊情况, 但他们没能在实验室成功地测出这种反转。随后, Basov等人^[2]对 CO_2 - N_2 混合物膨胀时的粒子数反转进行了分析, 在那里有限速率的分子能量转移过程造成 CO_2 (001) 和 (100) 能级间的粒子数反转。这些分析结果预言, 在气体混合比和喷管贮存器温度及压力适当的条件下, 可以实现粒子数反转。

按照上述研究工作的见解, 本文提供了 CO_2 - N_2 - H_2O 混合物通过收缩-扩张喷管快速膨胀时振动粒子数反转的新的详细数值结果。现在的结果是从一种精确的非平衡喷管流动分析中得到的。这种分析仿照了文献[8]所介绍的含时数值方法, 而将它推广到包括双原子和多原子气体混合物详细的、有限速率振动能转移机制特性上。在文献[8]中, 充分讨论了含时分析法逼近稳态非平衡喷管流动解的优点。与文献[2]不同, 本分析同时考虑了喷管喉部的非平衡

流动上游及下游情况。本文的结果表明, 上游的非平衡效应对精确确定粒子数反转确实是重要的。

除了将文献[8]中非平衡喷管流的含时方法推广用于计算粒子数反转以外, 本文的目的还在于作一些数值实验, 用以: (1) 估价文献[2]提供的粒子数反转的精确度; (2) 考察用于计算膨胀气体混合物中粒子数反转的几种简化方法的可靠性。

2. 分析

膨胀气体中粒子数反转的一个精确判断, 包含通过一个收缩-扩张喷管的非平衡气体动力流动的精确解。以前得到的关于高温准一维非平衡喷管流动的数值解是通过一些相互独立的、稳态流分析^[4]经过一定的努力得来的。在这种流动中, 振动和化学非平衡条件在喉部上游及下游占优势。另一方面, 最近文献[8]中提出了一种有效的交替逼近法, 即一种含时方法, 这种方法需要逐次地求出关于非定常、准一维守恒方程以时间为步长的有限差分解。这种差分从假定的整个喷管范围内流场度量的初始分布作起, 长时间后 (at large times) 便逼近稳态非平衡喷管

参考文献

- (1) Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, ЖЭТФ, 44, вып. 5, 1742 (1963).
 - (2) Н. Г. Басов, А. Н. Ораевский, В. А. Щеглов, ЖТФ, XXXVI, 339 (1967).
 - (3) В. К. Конюхов, А. М. Прохоров, Письма ЖЭТФ, 3, вып. 11, 436 (1966).
 - (4) Н. Г. Басов, В. Г. Михайлов, А. Н. Ораевский, В. А. Щеглов, ЖТФ, XXXVI, 2031 (1968); Препринт ФИАН, №135 (1968).
 - (5) E. E. Wisniewski, M. E. Fein, J. T. Verdeyen, B. E. Cherrington, Appl. Phys. Lett., 12, №8, 257 (1968).
 - (6) А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, Гостехиздат (1959).
 - (7) Б. Ф. Гордиец, Н. Н. Соболев, Л. А. Шелепин, ЖЭТФ, 53, вып. 5 (11), 1822 (1967).
 - (8) W. H. Wells, J. Appl. Phys., 36, №9, 2838 (1965).
- [译自ЖТФ, т.40, вып.1, 173—180 (1970)。作者为Н.Г.Басов等]

流。这种舍时解法的主要优点在于它简单，它是用一种简单明了的有限差分来解方程，而不需要用另外的数学方法来处理在分析非平衡喷管流动中可能出现的特殊情况。它对于解决从处于平衡的贮存器条件下发生的非平衡流动问题也没有困难，并且沿喷管的格点可以取很大的间隔，在长时间后会自动逼近未知的临界质量流。结果，使得在带有鞍点奇异性的喉部区域里不会遇到问题，而这种奇异性对于用公式来表示定常流造成了麻烦。

在文献〔8〕中，这种舍时逼近法被用于纯双原子气体振动弛豫的经典情况。在那里，假定振动模本身是平衡的，而它与平动和转动模是不平衡的，即在各振动能级上存在着玻尔兹曼粒子数分布。本文将文献〔8〕的舍时分析推广到无化学反应的双原子和多原子气体混合物的粒子数反转计算，即在这里不再假定在气体的诸振动能级上为同一玻尔兹曼分布。

本文的数值分析使用图1简示的对于一种特定形状 $A = A(x)$ 的喷管 (A 是横截面积) 的格点系。取两组等间隔的格点：一组相应于从贮存器到喉部稍稍下游，它有相对密的间隔，这是为了提高非平衡现象以快速发展的这一流动区域的数值精度；第二组相应于非平衡现象通常以较慢速率进行的、喉部更远的下游区域，它有稀疏的间隔。这种网格与文献〔8〕中的不同，在那里是将整个喷管考虑为等间隔的格点。在本文中，对密的和稀的格子分别使用15个和5个间隔，即整个喷管总共使用21个格点。

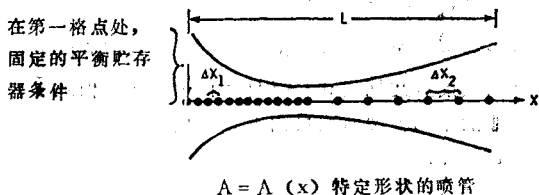


图1 坐标系和格点示意图

分析从假定整个喷管所有格点上的密度 ρ ，速度 u ，温度 T 和非平衡量 q_i 的初始值开始。 q_i 确切地表示哪些量将在后面讨论。在第一个格点处，假定平衡贮存器条件为 ρ ， T 和 q_i ，并保持不随时间改变。在内部的每一个格点处，偏微分用中心有限差分计算：

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{g(x + \Delta x) - g(x - \Delta x)}{2 \Delta x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \frac{g(x + \Delta x) - 2g(x) + g(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (2)$$

这里 g 代表 ρ ， u ， T 和 q_i 。将式 (1) 和 (2) 得到的对 x 微商的数值代入准一维非稳态守恒方程：

$$\text{连续性方程} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{1}{A} \frac{\partial (\rho u A)}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = - \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right], \quad (4)$$

$$\text{能量方程} \quad \frac{\partial e}{\partial t} = - \left[\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \ln A}{\partial x} \right) + u \frac{\partial e}{\partial x} \right], \quad (5)$$

$$\text{速率方程} \quad \frac{\partial q_i}{\partial t} = \omega_i(\rho, T, q_i) - u \frac{\partial q_i}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\text{状态方程} \quad p = \rho R T, \quad (7)$$

这里， q_i 可以是与一给定的振动能级 (或能级组) 相关的单位质量的粒子数或能量； ω_i 是由于气体混合物中，详细的振动-振动和振动-平动碰撞引起的 q_i 的净内部生成速率。

从 (3) — (7) 可直接得出对时间微商 $\frac{\partial g}{\partial t}$ ，

随后将这些数值代入按时间展开的泰勒级数前三项表示式中，即

$$g(t + \Delta t) = g(t) + \left(\frac{\partial g}{\partial t} \right)_t \Delta t + \left(\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} \right)_t \frac{\Delta t^2}{2}. \quad (8)$$

利用式 (8) 可直接从时间 t 的已知流场变量值来计算时间 $(t + \Delta t)$ 时所有内部格点上的流场变量值。

$g(t)$ 值是已知的；如上所述， $\left(\frac{\partial g}{\partial t} \right)_t$ 的值由式

$$(8) - (7) \text{ 得出；} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} \right)_t \text{ 的值可由式 (8)}$$

— (6) 对 t 的微商得出。将这种运算引入混合微商

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial t}, \text{ 其数值可以简单地通过 (3) — (6) 对 } x$$

的微商来得到。因此，从假定的整个喷管流场变量的初始值开始，可由式 (8) 以时间步长方式计算出新的流场分布值。这样连续作多次，直到在长时间后逼近稳态的解为止 (这里 $\frac{\partial g}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial^2 g}{\partial t^2}$ 都趋于零)。对本研究，这个稳态的解便是待求的结果。

式 (8) 中使用的 Δt 值必须满足两个稳定性准则〔8〕

$$\Delta t \leq \Delta x / (u + a), \quad (9)$$

$$\Delta t \leq \tau, \quad (10)$$

这里 a 是局部冻结声速， τ 是混合物中出现的最快的有