

≡⚓≡ 海军级重点教材



舰艇振动学

JIANTING
ZHENDONG XUE

陈志坚◎编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

海军级重点教材

舰艇振动学

陈志坚 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书共分八章。第1章介绍了舰艇振动的一般概念、舰艇振动的危害以及振动发生的一般原因和振动学分类。第2章、第3章、第4章简要介绍了单自由度系统、多自由度系统、分布参数系统的线性微幅振动理论,它是振动学的基础理论,包含了研究舰艇振动问题必需的理论基础。第5章对舰艇总振动进行了介绍,包括舰艇总振动的有关概念、振动特点、舰艇总振动计算分析理论和计算分析方法。第5章除介绍经典的舰艇总振动分析理论外,还介绍了当前舰艇振动分析理论和方法的最新进展以及工程应用,有适合于工程应用的经验公式、可供工程应用借鉴的水面舰艇和潜艇总振动分析算例。第6章介绍了舰艇的局部振动,阐述了舰艇局部振动的概念以及典型的局部结构振动、局部振动分析计算理论和方法。第7章对引起舰艇振动的激励进行了叙述。第8章介绍了对舰艇振动进行评价的衡准、舰艇振动测试的方法以及舰艇防振和减振的一般原理、常用方法和途径。

本书可作为高等院校船舶与海洋工程专业的教材和参考书,可供从事舰艇设计、建造和使用的工程技术人员参考,还可供从事舰艇监造和维修的军代表使用。

图书在版编目(CIP)数据

舰艇振动学 / 陈志坚编著. —北京:国防工业出版社, 2010. 4

海军级重点教材

ISBN 978-7-118-06705-7

I. ①舰... II. ①陈... III. ①军用船—振动理论—教材 IV. ①U674. 7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 027597 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 16½ 字数 375 千字

2010 年 4 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 43.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

本书为海军级重点教材。本书是以舰船工程专业课程《舰艇振动学》教学大纲为依据编写的。本书不仅可作为海军工程技术院校舰船工程专业的教材,还可作为高等院校船舶与海洋工程专业的教材和参考书,可供从事舰艇设计、建造和使用的工程技术人员参考,还可供从事舰艇监造和维修的军代表使用。本书适合舰船工程专业30学时~40学时的教学需要。

本书针对海军舰船结构特点,系统地介绍舰船振动理论,以及如何运用振动学理论将复杂的舰船结构简化成力学模型进行振动分析的方法。本教材在注重强调基本概念和基本方法的同时,着力吸收舰船振动领域的最新研究成果。本书内容新颖,在内容编排上力求做到以下几点:

- (1)力求振动理论的系统性和循序渐近性,以便于读者学习;
- (2)力求突出海军舰船特点和处理方法,适宜于海军工程技术院校教学;
- (3)力求内容的完整性,覆盖水面舰艇、潜艇振动领域。

本书共分八章。第1章介绍了舰艇振动的一般概念、舰艇振动的危害以及振动发生的一般原因和振动学分类。该章内容力图使学员在开始学习本课程时对舰艇振动有一个较清晰的概念,认识到学习舰艇振动学理论的重要性。第2章、第3章、第4章简要介绍了单自由度系统、多自由度系统、分布参数系统的线性微幅振动理论,它是振动学的基础理论,该部分内容为研究舰艇振动问题打下必需的理论基础。第5章对舰艇总振动进行了介绍,包括舰艇总振动的有关概念、振动特点、舰艇总振动计算分析理论和计算分析方法。第5章除介绍经典的舰艇总振动分析理论外,还介绍了当前舰艇振动分析理论和方法的最新进展以及工程应用,有适合于工程应用的经验公式、可供工程应用借鉴的水面舰艇和潜艇总振动分析算例。第6章介绍了舰艇的局部振动,阐述了舰艇局部振动的概念以及典型的局部结构振动、局部振动分析计算理论和方法。第5章和第6章是本门课程的重点和目的所在。第7章对引起舰艇振动的激励进行了叙述。第8章介绍了对舰艇振动进行评价的衡准、舰艇振动测试的方法以及舰艇防振和减振的一般原理、常用方法和途径。

本书由武汉理工大学吴卫国教授主审。吴卫国教授结合自身丰富的教学经验和

科研实践对本书提出了宝贵的建议,使作者受益匪浅。本书在编著过程中得到了上海交通大学金咸定教授的关心、鼓励和支持。本书还得到了武汉理工大学翁长俭教授的关心和支持。博士生艾海峰和硕士生夏齐强、李科技承担了全书的校对、部分绘图、文字和公式的输入工作。对此一并表示诚挚的感谢。

限于编者的水平和经验,本书难免有不妥之处,恳请读者不吝指正。

编著者
2010. 03

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 舰艇振动的一般概念	1
1.2 舰艇振动的危害	1
1.3 振动发生的一般原因及振动学分类	3
习题	3
第 2 章 单自由度系统振动	5
2.1 系统简化及单自由度振动系统	5
2.1.1 系统的简化	5
2.1.2 系统的自由度	6
2.1.3 单自由度系统	7
2.2 无阻尼自由振动	7
2.2.1 无阻尼振动系统	7
2.2.2 运动方程式	7
2.2.3 无阻尼自由振动解	8
2.2.4 无阻尼自由振动特性	9
2.3 固有频率的计算方法	10
2.3.1 静伸长法	10
2.3.2 能量法	12
2.3.3 微分方程法	15
2.4 有阻尼自由振动	16
2.4.1 有阻尼振动系统	16
2.4.2 运动微分方程式	17
2.4.3 有阻尼自由振动解	17
2.4.4 有阻尼自由振动特性	20
2.5 简谐激励力作用下的强迫振动	21
2.5.1 无阻尼系统强迫振动	21
2.5.2 有阻尼系统强迫振动	25

2.6	简谐位移激励作用下的强迫振动	28
2.6.1	运动微分方程式及解	29
2.6.2	强迫振动响应特性	30
2.7	测振仪及隔振原理	32
2.7.1	惯性式测振仪及测振原理	32
2.7.2	隔振装置及隔振原理	33
2.8	周期激励作用下的强迫振动	35
2.8.1	周期激励	35
2.8.2	叠加原理及强迫振动响应	36
2.9	任意激励力作用下的强迫振动响应	38
2.9.1	任意力激励载荷	38
2.9.2	单位冲量响应	38
2.9.3	杜哈梅积分	39
2.9.4	冲击振动	41
	习题	45
第3章	多自由度系统的振动	50
3.1	系统简化(离散)及多自由度系统	50
3.2	运动微分方程的建立	51
3.2.1	达朗贝尔(d'Alembert)原理法	52
3.2.2	拉格朗日(Lagrange)方程法	54
3.2.3	影响系数法	58
3.3	多自由度系统的自由振动	60
3.3.1	频率方程及固有频率	60
3.3.2	固有振型及正则化	61
3.3.3	固有振型的特性及应用	67
3.3.4	主坐标、振型叠加法及自由振动解	69
3.4	固有频率近似计算方法	73
3.4.1	瑞利法	74
3.4.2	瑞利—里兹法	76
3.4.3	矩阵迭代法	78
3.5	多自由度系统的强迫振动	81
3.5.1	多自由度系统阻尼矩阵的获得与处理	81
3.5.2	振型叠加法求强迫振动响应	82
3.5.3	多自由度系统强迫振动响应特性	90

3.6	主从系统的耦合振动	90
3.6.1	主从系统	90
3.6.2	主从系统的耦合振动特性	91
3.6.3	主从系统的强迫振动响应	93
	习题	94
第4章	具有分布参数系统的振动	100
4.1	分布参数系统与舰艇结构构成特点	100
4.1.1	分布参数系统	100
4.1.2	舰艇结构构成特点与简单连续体构件	100
4.2	梁的纵向振动和扭转振动	101
4.2.1	运动方程式	101
4.2.2	振动微分方程式的解	103
4.3	直梁的横向自由振动	106
4.3.1	运动方程式	106
4.3.2	振动微分方程式的解	106
4.3.3	固有振型	111
4.3.4	自由振动解及振动特性	113
4.4	直梁的横向强迫振动	114
4.4.1	无阻尼强迫振动	114
4.4.2	有阻尼强迫振动	117
4.5	薄板的横向振动	120
4.5.1	运动微分方程式和边界条件	120
4.5.2	固有频率和固有振型	122
4.6	固有频率近似计算方法	123
4.6.1	瑞利法	123
4.6.2	里兹法	125
4.6.3	例题	128
	习题	129
第5章	舰艇总振动	132
5.1	舰艇总振动的基本概念	132
5.1.1	舰艇总振动及分类	132
5.1.2	舷外水对船体总振动的影响与附连水质量	134
5.2	舰艇总振动固有频率及振型计算理论	144

5.2.1	等效船体梁	144
5.2.2	基于铁木辛柯梁理论的迁移矩阵法	146
5.2.3	位移有限元法	154
5.3	舰艇总振动响应计算理论	158
5.3.1	船体振动的阻尼	158
5.3.2	模态叠加法	163
5.4	船体总振动固有频率估算	166
5.4.1	英国船舶研究协会(BSRA)推荐的相似法	166
5.4.2	希列克(O Schlich)公式	166
5.4.3	陶德(F H Todd)公式	167
5.4.4	国内的适合我国海船的估算公式	168
5.5	水面舰艇船体总振动计算分析	170
5.5.1	水面舰艇船体结构特点	170
5.5.2	模型及参数	172
5.5.3	振动性能计算分析	174
5.5.4	实船算例	175
5.6	潜艇船体总振动计算分析	180
5.6.1	潜艇船体结构特点	180
5.6.2	模型及参数	181
5.6.3	振动性能计算分析	184
5.6.4	实船算例	184
习题		185
第6章 舰艇局部振动		187
6.1	舰艇局部振动的基本概念	187
6.2	舰艇基本结构单元振动分析计算	187
6.2.1	板格	187
6.2.2	加筋板	190
6.2.3	板架	191
6.3	典型专门结构的局部振动分析计算	194
6.3.1	上层建筑振动	194
6.3.2	桅杆振动	199
6.3.3	机舱振动	199
6.3.4	尾部振动	203
习题		204

第7章 引起舰艇振动的主要激励	205
7.1 螺旋桨的激励	205
7.1.1 螺旋桨机械不平衡引起的轴频激励	205
7.1.2 螺旋桨在尾部不均匀伴流中运转时诱导的激励	207
7.1.3 军用舰艇螺旋桨激励力的计算规定	214
7.2 柴油机激励	216
7.2.1 不平衡力和力矩	217
7.2.2 柴油机倾覆力矩	221
7.3 波浪的激励	224
7.3.1 瞬态性激励力	224
7.3.2 持续性激励力	225
7.4 其他激励	227
7.4.1 柴油机排气脉冲激励力	227
7.4.2 舵激励力	227
7.4.3 轴系激励力	227
习题	227
第8章 舰艇振动评价、防振与减振	229
8.1 舰艇振动评价及控制标准	229
8.1.1 民用船舶振动评价及控制标准	230
8.1.2 军用舰艇振动评价及控制标准	232
8.2 舰艇振动测试	237
8.2.1 舰艇总振动的测量	238
8.2.3 舰艇局部振动的测量	241
8.3 舰艇的防振与减振	243
8.3.1 防振与减振的原理与方法	243
8.3.2 常用的防振与减振措施	243
习题	251
参考文献	253

第1章 绪 论

1.1 舰艇振动的一般概念

振动是指物体在平衡位置(或平均位置)附近作持续的往复运动这样一种物理现象。作往复运动的物体,称为振动体。振动体离开平衡位置的最大距离,称为振幅。振动体完成一个往复运动所需的时间,称为周期,周期的单位通常用秒(s)表示。单位时间完成的往复运动的次数,称为频率,频率的单位通常用赫兹(Hz)表示,此时单位时间用秒度量,1Hz表示每秒振动一次。如振动体为舰艇,则称之为舰艇振动。物体一般都具有受外界干扰作用而产生振动的固有力学特性,具有该特性的物体称为振动系统,反映系统振动的固有力学特性的主要参量是系统的固有频率。

系统振动现象是因外界激励(或干扰)作用而产生,外界激励和系统自身固有特性结合,决定振动响应的剧烈程度。当舰艇在水域航行、作战时,船体结构不可避免地会受到外界激励的作用,出现振动现象。舰艇航行时,主机给船体施加激励力,舰艇产生振动。火炮发射,亦对船体施加激励力,引起舰艇振动。波浪冲击,也会引起舰艇振动。

作用于舰艇的激励,有瞬时激励,有持续激励。例如,武器发射冲击引起的激励,为瞬时激励;波浪作用于船体引起的激励,为持续激励。激励是一种动载荷,其大小、方向、作用位置这三个要素中至少有一个随时间而变化。

遍及全船的振动,称为总振动;仅在某个范围内发生、不波及全部船体的船体部分结构的振动,称为局部振动。因外界激励的特性不同、激励力的大小差别,舰艇可能发生总振动、亦可能发生局部振动。

早在19世纪后期,船体振动问题就引起了人们的注意。近年来,随着航运事业的发展 and 军用需求的增长,主机功率不断提高、舰艇吨位越来越大、新船型陆续出现。这些,或使引起舰艇振动的激励力加大,或使抵抗振动的船体结构动刚度变小,均易导致较大的船体振动产生,使船体振动问题更加突出。

海军使用的船舶,称为舰艇。许多提升舰艇使用性能和作战效能的工程技术与船体振动问题密切相关,如减振降噪技术、舰艇声隐身技术、武器系统装舰技术等。此外,在研发新型高性能船(如小水线面船、双体穿浪船等)的过程中,预报和控制船体振动性能亦是必须首先解决的关键技术之一。与民用船舶相比,军用舰艇对船体振动问题更为关注,要求更高,有更多的问题需要研究解决。

1.2 舰艇振动的危害

舰艇的过度振动,或引起船体结构的过大变形、振动速度和加速度,或辐射出剧烈的噪声,带来很多不良后果。舰艇振动的危害主要体现在以下几个方面:

1. 影响舰艇的乘用舒适性

振动及由振动引起的噪声,导致舰员与乘员不适,引起疲劳甚至损害健康。

人体是一个十分复杂的系统,按生物力学理论,可将人体分解为许多个线性和非线性振动系统。由内脏组成的各系统,其固有振动频率为 $0.01\text{Hz} \sim 20\text{Hz}$,如肝脏系统的固有频率约为 3Hz 。骨盘系统,其固有频率约为 11Hz 。“胸—腹”系统,其固有振动频率为 $4\text{Hz} \sim 6\text{Hz}$ 。“头—颈—肩”系统,其固有频率为 $20\text{Hz} \sim 30\text{Hz}$ 。整个人体系统的固有频率为 $6\text{Hz} \sim 9\text{Hz}$ 。上述频率中的许多值是船上常见的振动频率。船体振动对人体形成激励,当激励频率与人体频率接近或相等、且振动幅值较大时,会使乘员严重不适。

$1\text{Hz} \sim 2.5\text{Hz}$ 范围的低频振动作用于人体,一般会影响人体的平衡与肌肉张力;大于 10Hz 的较高频振动作用于人体,会使人感到压力作用与振动感觉;大于 $16\text{Hz} \sim 20\text{Hz}$ 的振动,则会使人开始感到有噪声;大于 100Hz 时,主要是噪声。研究表明, $6\text{Hz} \sim 7\text{Hz}$ 的垂直方向的振动会引起晕船症候,如心悸、恶心、呕吐等,其他一些频率上的谐振除引起上述反应外,还会引起多汗、肌肉张力降低、动脉血压升高、视力下降、记忆力衰退等现象。

如果加速度值超过限值,会造成皮肉青肿、骨折、器官破裂、脑振荡等损伤,过大的加速度是脑损伤和脑振荡疾病发生的重要原因。在以 4135 四缸四冲程柴油机为主的一些内河船上,人员在振动剧烈区常会感到全身发麻、喉咙和耳朵发痒、牙齿打抖。

船体振动从两个途径传递给舰员:振动结构与人员的直接接触,振动结构向空气辐射噪声、通过空气传递给人体。伴随振动而来的噪声通过空气经耳膜传递给舰员,极易使人疲劳困乏、血压上升、心律不齐、损坏听觉、降低工作效率和记忆力等。

2. 影响船体结构的强度

过度的振动使船体结构出现高应力区,高应力区的船体结构或出现裂缝、或发生疲劳破坏,影响船体结构的安全性和舰艇的正常使用。

例如,某沿海客货轮营运半年多后,便发生尾尖舱舱壁振裂、支柱震脱等现象。其姐妹船营运一年后,舵叶两面震裂 15 处,最长裂纹达 600mm 。又如,北欧一些国家在 20 世纪 60 年代建造的 39 艘 6 万吨 ~ 10 万吨级的油船、矿砂船中,有 9 艘船的舱内出现大量振动裂缝,其中一艘在营运两年内,裂缝竟达 1000 多条。

3. 影响设备及装备的性能

舱壁板、甲板等装有设备的基础结构在受到振动或冲击时,会把振动传给设备。过度的振动会使机器和仪表设备失常或失灵损坏,寿命缩短;使雷达及武器装备精度变差。

例如,受炮弹冲击时,距弹着点几米的范围之内,设备零部件所受到的冲击加速度可达 $300g \sim 400g$ 。研究表明,加速度大于 $100g$ 时,即使是单次冲击,无线电设备元件也无法承受。

4. 影响舰艇的航行安全性和使用性能

如设计不当,造成上层建筑剧烈振动,使电子计算机、自动控制的仪表设备等失灵或损坏,会极大地影响舰艇的航行安全性和使用性能。

5. 破坏军用舰艇的隐蔽性

剧烈的振动会辐射出强烈的噪声,导致易被敌方发现、遭致敌方声制导武器的锁定和攻击、触发声引信水雷等。

1.3 振动发生的一般原因及振动学分类

振动现象的产生,是系统固有特性和外部影响因素相结合的结果。所谓固有特性即弹性特性、惯性特性。外部影响因素,是作用于系统的力、位移、速度、加速度等。振动学中,一般将引起物体振动的外部影响因素称为激励。机械振动仅在外界激励的作用下才会发生,没有外界激励,系统是不会发生机械振动的。舰艇振动属机械振动的范畴。对于一个给定的振动系统,外界激励是输入,物体的振动是响应,两者可由系统固有特性联系在一起,如图 1.1 所示。



图 1.1 激励、振动系统和响应的关系

根据图 1.1,可将振动学研究的问题归结为三类:振动分析,即已知激励和系统固有特性求系统响应;系统识别,即已知激励和响应求系统的固有特性;振动环境预测,即已知系统固有特性和响应求激励。舰艇振动问题错综复杂,舰艇振动学研究的问题涵盖上述三个方面。

按振动系统的物理特性,可将物体振动现象分为两类:线性振动和非线性振动。

作线性振动的系统称为线性振动系统。线性振动系统的质量特性是保持不变的,弹性恢复力和系统阻尼力与物体振动响应成线性关系。本书所叙述的舰艇振动学属线性振动理论。不满足上述条件之一的系统即为非线性系统。

按照作用于系统的激励是否具有确定性的特点,亦可将物体振动现象分为两类:确定性振动和随机振动。

作用于系统的激励可用确定性的时间函数描述,系统的物理特性与时间变量无关,其响应是确定性的,称为确定性振动。不满足前述条件的振动属随机振动。

本书主要介绍舰艇的确定性振动。介绍舰艇结构固有振动特性的求法,分析产生舰艇振动的原因(即引起舰艇振动的激励及求法),以及舰艇结构在给定激励作用下计算结构响应的方法。

习 题

- 1.1 对工程和生活中的振动现象举例;悬在吊索上的吊灯的晃动是否振动?
- 1.2 军舰航行时,舰员在甲板上直接感觉到了振动,试分析,此时的振动体是什么结构? 振动体的平衡位置在哪里?
- 1.3 系统发生振动的必要条件是什么? 举例说明。
- 1.4 结合航海实习和乘船感受,对引起舰艇振动的激励进行举例。
- 1.5 用弹簧悬挂一重物,将重物向下拉伸一个距离 x_0 ,然后将重物释放,重物在铅垂线上振动。已知,在 20s 的时间内,重物往复运动了 10 次,试求重物振动的周期和频率。此时,引起重物振动的激励是什么? 是持续激励,还是瞬时激励?

1.6 舰艇航行时,舰艇尾部振动发生;舰艇锚泊时,舰艇尾部振动消失。试问引起该种尾部振动的激励是持续性激励还是瞬时性激励?

1.7 当结构在外加激励力作用下产生振动时,可产生哪些物理量的响应?

1.8 对于钢铁之类材料对其变形进行什么假设,才能使其弹性恢复力成为线性的?

1.9 试叙述线性振动和非线性振动的概念并进行举例。

1.10 试叙述确定性振动和随机振动的概念并进行举例。

1.11 试叙述舰艇总振动概念并进行举例。

1.12 试叙述舰艇局部振动概念并进行举例。

第2章 单自由度系统振动

2.1 系统简化及单自由度振动系统

2.1.1 系统的简化

舰艇结构振动问题分析的基本步骤:将实际工程结构抽象成振动力学模型,针对振动力学模型建立相应的运动微分方程,求解运动微分方程,分析解的特性而获得结构振动特性和规律,依据结构振动特性和规律复核或修改结构设计。实际工程结构是非常复杂的,影响振动的因素很多,研究工程结构的振动规律时,必须将实际结构简化、抽象成简单或“标准化”的振动力学模型。简化的基本方法是将复杂的几何形体简化成简单的几何图形,如一维梁、二维板等,将分布在空间几何体中的质量集中在有限的几个节点处、形成没有体积的点质量 M ,将系统的弹性特性用弹簧 K 表示,将系统的阻尼特性用阻尼器 C 表示。在简化过程中,要从所使用的振动分析理论出发,根据工程结构振动的主要特征和分析目的,抓住振动的主要因素、忽略次要因素,将实际结构简化成与所用振动分析理论相符的振动力学模型、求出简化模型的参数值(M 、 K 、 C)。

按振动系统的参数(M 、 K)特性,可将振动分析理论分成两类:离散系统振动理论和连续系统振动理论。

具有集中质量特性、集中弹性特性的振动系统,称为离散振动系统,如质量—弹簧系统。

具有分布质量特性、分布弹性特性的振动系统,称为连续振动系统,如梁、板等结构。

图 2.1(a)所示为安装在弹性梁上的电动机,可将其简化成图 2.1(b)所示模型。这是将连续质量系统简化成离散质量系统的例子,梁和电动机的质量均集中在中点,认为梁的其余部位没有质量、仅有弹性特性。该模型可进一步简化成质量—弹簧系统,如图 2.1(c)所示。简化模型的参数值是质量 M 、弹簧刚度 K 。

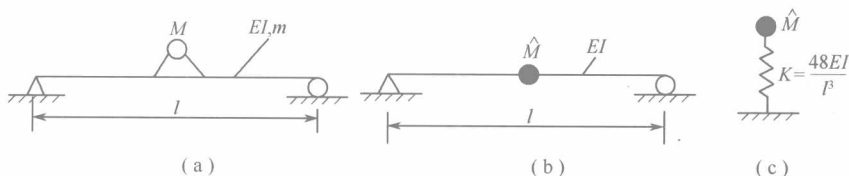


图 2.1 安装在弹性梁上的电动机简化示意图

图 2.2(a)所示为舰艇上常见的加筋板结构,将舷侧板架简化成图 2.2(b)所示的板架振动模型,将强力甲板简化成舷侧板架的刚性铰支座、将二甲板简化成板架的交叉梁、将肋骨和外板简化成板架的主向梁、将双层底简化成板架刚性固定支座。这是按连续系统理论简化,舷侧外板结构的质量集中板架梁上,在梁的所有部位均有质量和弹性特性。

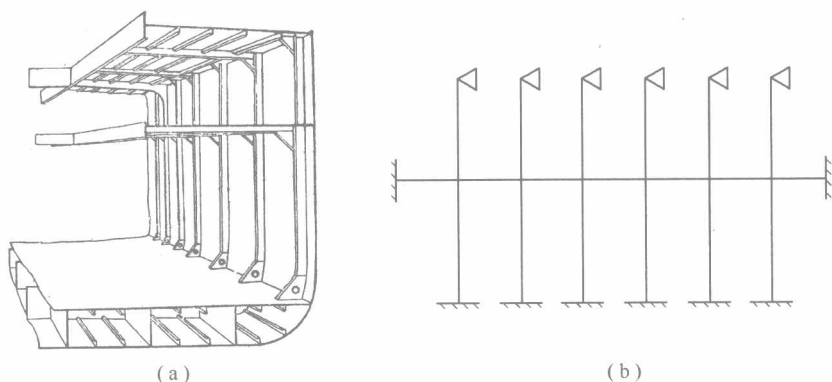


图 2.2 加筋板简化示意图
(a) 舱段结构; (b) 舷侧板架。

简化模型的参数值是梁的分布质量特性 m 、梁的分布刚度特性 EI 。

2.1.2 系统的自由度

用参变量描述系统的瞬时空间位置状态。确定系统瞬时空间状态所需的独立参变量的数目,即为系统的自由度。该类参变量又称为广义坐标,或简称坐标。

如图 2.3 所示,按特定的简谐规律振动的梁(如半个正弦波),其梁的挠度曲线为

$$w(x, t) = f(t) \cdot \sin\left(\frac{x}{l} \cdot \pi\right) \quad (2.1)$$

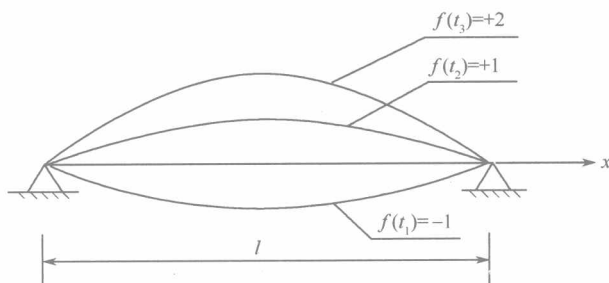


图 2.3 按特定简谐规律振动的梁

显然,只要 $f(t)$ 的值给定,梁的空间位置唯一地确定。 $f(t)$ 是描述系统瞬时空间状态的参变量, $f(t)$ 是以 $\sin\left(\frac{x}{l} \cdot \pi\right)$ 为坐标基的广义坐标值。 $\sin\left(\frac{x}{l} \cdot \pi\right)$ 是梁的振动型式,简称为振型。当系统按一个给定的振型振动,此时是一自由度系统,又称为单自由度系统。

图 2.4 所示为两质量振动系统。如该系统作平面振动时,只要知道两个质量的水平位置,系统的空间位置唯一确定。即需要两个参变量才能唯一给定系统的瞬时位置。图示 x_1 和 x_2 是确定系统位置状态的两个参变量,是两个广义坐标。该系统是二自由度系统。在离散系统中,自由度数仅与质点数目有关。

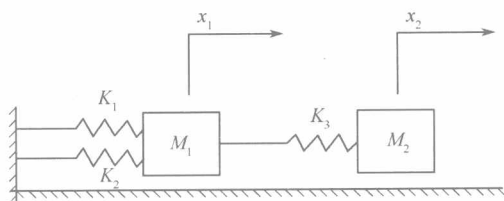


图 2.4 两质量系统

2.1.3 单自由度系统

系统在空间的任何瞬时位置,均可由一个广义坐标单值地予以确定,则此系统称为一自由度系统或单自由度系统。

单自由度振动系统的振动是最简单的一种振动。最简单的单自由度振动系统就是由一个弹簧和一个质量所构成的系统,如图 2.5 所示,任何单自由度系统均可简化成图 2.5 所示的质量—弹簧模型。图 2.5 中的 M 、 K 、 C 分别为单自由度系统振动质量(集中质量)、系统刚度(弹簧)、系统阻尼(阻尼器), $P(t)$ 为作用在系统上的激励力。一般不考虑弹簧的质量效应,振动质量仅限于在平面内发生垂向位移,确定系统的状态只需一个坐标参量。

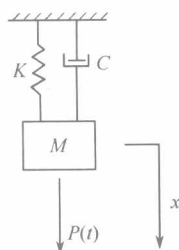


图 2.5 单自由度系统
振动力学模型

在工程中有不少单自由度系统的振动问题,许多相当复杂的系统也往往可简化为等效的单自由度系统,即质量—弹簧系统振动力学模型。另一方面,单自由度振动系统的振动,可揭示振动现象的若干重要性质,建立振动方面的基本概念,是研究更复杂的多自由度系统振动、弹性体振动以及舰艇振动的基础,因此,掌握单自由度系统的振动理论和方法十分重要,研究单自由度系统的振动具有实际意义。

2.2 无阻尼自由振动

2.2.1 无阻尼振动系统

当图 2.5 所示系统中的阻尼系数 $C=0$ 、且 $P(t)=0$,则有图 2.6 所示单自由度系统,称为单自由度无阻尼自由振动系统。

当系统受某种扰动——如使质量 M 偏离其原来的静力平衡位置而有一初始位移或初始速度,质量将在其平衡位置附近作垂向往复运动。此时,系统只受常值重力和弹簧恢复力作用,不再受其他外力作用,这类运动称为单自由度系统无阻尼自由振动。

2.2.2 运动方程式

取质量垂向位移为广义坐标,记为 x ,取质量静平衡位置为坐标原点,设广义坐标向下为正,建立如图 2.6 所示的坐标系。位移 x 、速度 $\dot{x}$ 和加速度 $\ddot{x}$ 向下为正。

质量 M 悬挂于弹簧下端,弹簧上端固定。设弹簧刚度为 K ,不计弹簧本身质量。 M