"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

数学建模与数学实验

（第4版）

主编 赵静 但琦

副主编 严尚安 杨秀文

高等教育出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

数学建模与数学实验

Shuxue Jianmo yu Shuxue Shiyan

（第4版）

主　编　赵　静　但　琦

副主编　严尚安　杨秀文

编　委　付诗禄　余建民

吴松林　蒋继宏

蒋银华　杨廷鸿

王春林

高等教育出版社·北京

内容提要

本书集应用数学知识、数学建模和数学实验为一体，注重数学建模思想介绍，重视数学软件在实际中的应用。这次修订根据近年来数学建模竞赛的发展趋势，作了适当的增删，并用新的建模案例替换了第3版中较为陈旧的案例。全书主要内容包括线性规划、非线性规划、网络优化、微分方程与差分方程、插值与拟合、数据的统计描述、统计分析、模糊综合评判、计算机模拟、智能算法等。

本书可作为高等学校数学建模、数学实验课程教材，也可作为数学建模竞赛的培训教材。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模与数学实验/赵静，但琦主编. --4版. --北京：高等教育出版社，2014. 8

ISBN 978-7-04-040003-8

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①赵… ②但… Ⅲ. ①数学模型-高等学校-教材②高等数学-实验-高等学校-教材 Ⅳ. ①O141. 4②O13-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第123175号

策划编辑 李晓鹏　　责任编辑 于丽娜　　封面设计 于文燕　　版式设计 童 丹
插图绘制 尹文军　　责任校对 殷 然　　责任印制 尤 静

出版发行	高等教育出版社	网　　址	http://www.hep.edu.cn
社　　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landraco.com
印　　刷	北京四季青印刷厂		http://www.landraco.com.cn
开　　本	787mm×1092mm 1/16		
印　　张	23	版　　次	2000年11月第1版
字　　数	560千字		2014年8月第4版
购书热线	010-58581118	印　　次	2014年8月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　　价	39.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有　侵权必究

物 料 号 40003-00

第4版前言

数学建模在科学技术发展中的重要作用越来越受到数学界和工程界的普遍重视，它已成为现代科技工作者必备的重要能力之一。为了适应科学技术发展和培养高质量、高层次科技人才的需要，国内外越来越多的高校正在进行数学建模课程的教学和参加开放性的数学建模竞赛。

据不完全统计，全国有600多所高校开设了数学建模课程，有200多所高校开设了数学建模讲座，有200多所高校增设了数学建模竞赛培训课。每年全国有30个省市1 000多所高校、2万多个队参加全国大学生数学建模竞赛，参加人数达6万多人，是目前高校学生参与人数最多的课外活动。数学建模教学和竞赛已成为高等学校教学改革和培养高层次的科技人才的一个重要方面。

本书致力于探索更有效的数学建模教学法，是国内出版较早的数学建模和数学实验教材之一，第一版于2000年由高等教育出版社和施普林格出版社出版，第二版、第三版经过修改分别于2003年、2008年出版。2012年，本书第三版被列入“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。清华大学姜启源教授对本书评价道：该书将数学的基本理论、方法、应用案例和数学软件有机地结合成一体，全书通俗易懂，实用性强，能有效地培养学生掌握数学知识并用于解决实际问题的能力；解放军信息工程大学韩中庚教授对本书评价如下：该教材配有多媒体课件，非常方便教师从事数学建模课程的教学和专题讲座，同时该教材的适用面广，适用于不同层次的学生的需求，有利于培养学生的应用意识和创新能力。

为了更好地修订教材，编者面向教材使用学校作了广泛的问卷调查，对结果进行分析和研究，再结合近年来数学建模竞赛的发展趋势，在第三版的基础上对全书内容作了以下改进：删除了整数规划、动态规划、组合数学、匹配及覆盖、最小费用流等部分内容，增加了统计分析、模糊综合评判、智能算法几部分内容；对予以保留的内容也进行了适当修改，如用最新的建模案例替代原先较为陈旧的建模案例；修改并充实了部分案例，使本书内容更丰富。

在本书修订过程中，编者结合多年的教学经验，吸收国内外优秀教材的特点，结合学生学习方式正在发生改变的现实，以“纸质教材+数字课程”的方式对教材的内容和形式进行了整体设计。数字课程的内容紧密结合纸质教材，包含与教材内容相关的模型数据、MATLAB源程序、课堂教学的PPT课件、拓展建模及习题答案等，期望通过这些资源的设计和支撑，辅助教师课堂教学，帮助学生更好地理解和实现建模过程。

第四版新增部分内容的具体分工如下：统计分析部分由但琦、付诗禄、吴松林、杨秀文共同完成；模糊综合评判部分由杨秀文完成；智能算法部分由杨廷鸿、王春林共同完成。赵静负责第四版的统稿和全书质量把关，但琦、杨秀文负责组织协调工作。

本书可作为高等学校数学建模课、数学实验课或数学建模竞赛培训的教材，也可作为应用数学知识方面的参考书。

编　者

2014年2月

第3版前言

本书第1版于2000年由高等教育出版社和施普林格出版社出版。第2版于2003年出版。现在第3版在第2版的基础上作了以下改进:

第一,根据教学的实际需要,给出了每章后面的习题答案;

第二,修改了第3章线性规划的内容,并增加了LINGO解线性规划;

第三,修改并丰富了部分例子,使内容更丰富。

第3版同样附上了教学光盘,光盘中包含本书的全部源程序和课堂教学的PowerPoint幻灯片。教师可直接用于课堂教学,对学生课外自学和复习也大有帮助。每章后面的习题答案可以帮助教师和学生。

本书编写的具体分工如下:赵静撰写第1、11、13、15、17章及全书MATLAB编程;但琦撰写第9、10章;严尚安撰写第16章;杨秀文撰写第12、14章;吴松林、蒋银华撰写第3章;余建民撰写第4、7章;付诗禄撰写第5、6、18章;蒋继宏撰写第8章;赵静、但琦共同撰写第2章。但琦完成第1、2、9、10章的习题答案,吴松林完成第3、15、16、17章的习题答案,杨秀文完成第11、12、13、14章的习题答案,余建民完成第4、7章的习题答案,付诗禄完成第5、6、18章的习题答案,蒋继宏完成第8章的习题答案。本书光盘由赵静、杨秀文、付诗禄、吴松林共同编写。但琦负责第3版的统稿和协调。赵静、严尚安负责全书质量把关;但琦、杨秀文负责组织协调工作。

本书由重庆交通大学汪达成教授担任主审。数学教研室许多同志提出了宝贵的意见,在此深表谢意。

本书可作为工科院校本科数学建模课、数学实验课或数学建模竞赛培训的教材,也可作为应用数学知识方面的参考书。

编　者

2007年6月

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

第2版序

一提起数学，人们首先想到的是它的抽象和难懂，以及它的严密的推理和证明。抽象的理论，固然是数学的一个重要方面；但不可否认的是，数学还有另一个重要方面，那就是其广泛的应用性。数学从一开始就是为了实际运用的需要而产生的，数学的很多重大发现（比如微积分）是顺应实际运用的需要而出现的。当然，也有大量的数学成果是来源于解决数学自身提出的问题的努力，这些成果也许不能立即转化成生产力，应用于当时社会实际，但有可能多年以后发现它们有很大的实际效用。随着社会的发展、科学技术的更新，数学的应用越来越广泛。特别是计算机技术的飞速发展和广泛应用，更促使了数学的越来越广泛深入的应用。在这样的形势下，学校的数学教育，就不能还是按照传统的模式，教师靠粉笔和黑板传授知识，学生靠纸和笔学习知识。数学教学要联系实际应用，要与计算机结合起来，学生不只靠听课和看书接受数学知识，而且要自己动手，借助于计算机，尝试数学的应用，以便在毕业之后能更快更好地适应社会的需要。数学建模和数学实验课程的开设，数学建模竞赛活动的开展，也就适应这一社会需求应运而生了。

数学怎样用来解决实际问题？首先需要用数学的语言来描述实际问题，将它变成一个数学问题，利用现成的数学工具或发展新的数学工具来加以解决。将实际问题变成数学问题的这个过程，就是数学建模。实际上，从数学一开始产生，就是不断在进行数学建模。但是，即使在十年以前，数学建模这个词对于大多数大学生甚至大学教师来说还是陌生的、感觉遥远的。那时我国还只有少数大学在尝试开设数学模型课，开始参加美国的大学生数学建模竞赛。只经过了短短十年，数学建模竞赛已经在全国各高校广泛开展起来，声势浩大，数学建模也随之而广为人知。当然，竞赛只是一种手段，一种形式，而不是目的。但正是通过这种手段和形式，一批又一批大学生受到了培养和锻炼，他们体验了建立数学模型解决实际问题的全过程，体验了合作，体验了创造的艰苦和欢乐，体验了如何使用计算机为解决问题服务，体验了如何将自己的成果写成论文以有利于获得承认和采纳，等等。参加过竞赛的学生普遍感到，得到的收获远不是一张奖状所能表达的。而当他们进入社会之后，竞赛的效果更加显现出来，参加竞赛的经验对于他们适应社会的需要起到了巨大的作用。我们反对应试教育而提倡素质教育。数学建模竞赛也是在“应试”，但这样的“应试”所产生的效果，至少在目前看来，是大大有利于学生素质的培养和提高的。这说明，问题不在于是不是有考试这个指挥棒，而在于这个指挥棒指向何方。除了对学生的锻炼和培养外，通过数学建模竞赛，在全国各高校还都形成了一支教练队伍，他们成为推动数学走向应用的一支生力军。本书的作者们就是这样，他们是后勤工程学院的一批年轻教员，他们开设数学建模课程，从1994年起开始带领本校学生参加全国大学生数学建模竞赛，并取得了优异的成绩。他们既培养了学生，也提高了自己，在数学教育和应用方面积累了丰富的经验。本书就是这一经验的结晶。本书的前身是数学建模与数学实验讲义，1997年由后勤工程学院编写，沿用至今，效果良好。经过进一步修改加工成为本书。

本书的题目是“数学建模与数学实验”。数学实验是近几年才在我国大学中开设的一门课程，对于它的宗旨和具体做法，大家都处于摸索阶段，还没有形成一个统一的模式。我以为，不应

当过早形成统一的模式，而应当鼓励各种不同模式进行试点和探索。但大体统一的是：数学实验既然是实验，就不应当以老师传授知识为主，而应当以学生自己动手为主。还有一点，数学实验的主要实验“仪器”是计算机，数学实验就是要让学生利用计算机来学习和应用数学知识。本书的特点是将数学知识、数学实验与数学建模结合起来，在数学实验中强调如何利用计算机及其软件来求解数学模型。书中既简要介绍一些最常用的解决实际问题的应用数学知识，又联系实例介绍应用相应的数学知识建立数学模型，并用合适的数学软件包（主要是 MATLAB 软件包）进行求解。在太多数章的最后一节，结合相应知识和软件包介绍一个大型的、综合的数学建模案例，这些案例主要取材于最近几年全国大学生数学建模竞赛题。这样的选材和组织，使本书很实用，既适用于作为工科院校数学建模课、数学实验课和数学建模竞赛培训教材，也可作为应用数学知识及软件使用方面的易于入门的参考书。

李尚志
中国科学技术大学数学系
2003 年 4 月

第2版前言

在面向21世纪的工科数学教学改革中,许多高校对工科数学的教学内容和课程体系进行了一系列的改革尝试,并开设了数学建模或数学实验课程。全国大学生数学建模竞赛活动也开展了多年。随着改革的深入,数学实验课程的重要性日益显著。在全国高等学校工科数学课程指导委员会的关于工科数学系列课程教学改革的建议中,指出微积分、几何与代数、概率与统计、数学实验是21世纪高级人才应该普遍具备的数学基础。

数学实验就是运用现代计算机技术和软件包来进行数学模型的求解。数学实验课应该是数学建模教学过程中必不可少的一个实践性环节,开设数学实验课是工科数学教学改革的进一步深入和延续,对于推进高等院校数学课程教学内容和课程体系的改革,培养学生具有解决实际问题的能力和创造精神,均会起到积极的作用。

本书集应用数学知识、数学建模和数学实验为一体。既简要介绍一些最常用的解决实际问题的应用数学知识,又联系实例介绍应用相应的数学知识建立数学模型,并用合适的数学软件包(本书主要用 MATLAB 软件包)来求解模型。在大多数章的最后一节,结合相应知识和软件包介绍一个大型的数学建模案例,这些案例主要取材于最近几年全国大学生数学建模竞赛题。与其他数学建模教材和数学实验课教材相比,本教材更注重应用数学知识以及软件的使用。

本书的作者均是后勤工程学院数学建模教练,他们从1994年开始带领学生参加全国大学生数学建模竞赛,取得了优秀的成绩,积累了丰富的经验。将这些年来在数学建模培训中的讲稿经过不断的补充和完善,编写成了讲义《数学建模与数学实验》,自1997年在后勤工程学院和重庆市一些高校陆续使用,教练员和学生反映良好,并且在数学建模培训中起到了很好的作用。本书第1版是在原讲义的基础上进一步修改而成,于2000年由高等教育出版社和施普林格出版社出版。现在的第2版在第1版的基础上作了以下改进:

第一,根据教学的实际需要,增加了两章内容(即第1章——数学建模简介和第2章——MATLAB 入门);

第二,第1版使用的是 MATLAB 5.3 版,第2版采用了最新的 MATLAB 6.3 版。6.3 版的功能更强大,使用更方便,尤其是其优化工具箱有很大的改进;

第三,补充了例子,使内容更丰富;

第四,第2版附上了教学光盘,光盘中包含本书的全部源程序和适用于课堂教学的 PowerPoint 幻灯片。教师可直接用于课堂教学,对学生课外自学和复习也大有帮助。

本书编写的具体分工如下:赵静撰写第1、11、13、15、17章及全书 MATLAB 编程;但琦撰写第9、10章;严尚安撰写第16章;杨秀文撰写第12、14章;蒋银华撰写第3章;余建民撰写第4、7章;付诗禄撰写第5、6、18章;蒋继宏撰写第8章;赵静、但琦共同撰写第2章。本书所附教学光盘由赵静、杨秀文、付诗禄共同研制,余文革、吴松林也做了部分工作。赵静、严尚安负责全书质量把关;但琦、杨秀文负责组织协调工作。

本书由重庆交通学院汪达成副教授担任主审。后勤工程学院马凡柯副教授、数学教研室许

多同志为本书编写提出了宝贵的意见,在此深表谢意。

本书可作为工科院校本科数学建模课、数学实验课或数学建模竞赛培训的教材,也可作为应用数学知识方面的参考书。

编　者

2003年6月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话　(010) 58581897/58582371/58581879

反盗版举报传真　(010) 82086060

反盗版举报邮箱　dd@ hep. com. cn

通信地址　北京市西城区德外大街 4 号　高等教育出版社法务部

邮政编码　100120

短信防伪说明

本图书采用出版物短信防伪系统，用户购书后刮开封底防伪密码涂层，将 16 位防伪密码发送短信至 106695881280，免费查询所购图书真伪。

反盗版短信举报

编辑短信“JB，图书名称，出版社，购买地点”发送至 10669588128

短信防伪客服电话

(010)58582300

与本书配套的数字课程资源使用说明

与本书配套的数字课程资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

1. 访问 http://abook. hep. com. cn/40003
2. 输入数字课程账号(见封底明码)、密码、验证码
3. 点击“进入课程”
4. 开始课程学习

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

使用本账号如有任何问题，请发邮件至：lixpl@ hep. com. cn。

目　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第1章

数学建模简介

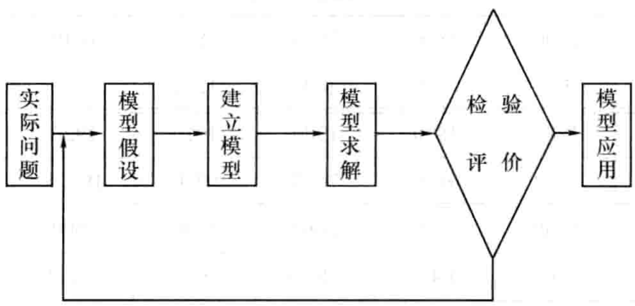
1.1 关于数学建模

所谓数学模型,是关于部分现实世界为一定目的而作的抽象、简化的数学结构.简言之,数学模型是用数学术语对部分现实世界的描述.

数学建模就是构造数学模型的过程,即用数学的语言——公式、符号、图表等刻画和描述一个实际问题,然后经过数学的处理——计算、迭代等得到定量的结果,以供人们作分析、预报、决策和控制.

在对实际问题建立数学模型时,需要解决的问题往往涉及众多的因素,这就需要分清问题的主要因素和次要因素,恰当地抛弃次要因素,提出合理的假设,建立相应的数学模型,并用相应的数学方法(或现有软件)求解模型,然后将所得的解与实际问题作比较,找出存在的差距和原因,对问题作进一步的分析,提出新的假设,逐步修改完善模型,使问题得到更好的解决.

上述数学建模过程可用流程图表述如下:



数学建模是一个强有力的数学手段,它具有以下特点:

1. 涉及广泛的应用领域,如物理学、力学、工程学、生物学、医学、经济学、军事学、体育运动学等.而不少完全不同的实际问题,在一定的简化层次下,它们的模型是相同或相似的.这就要求我们培养广泛的兴趣,拓宽知识面,从而发展联想能力,通过对各种问题的分析、研究、比较,逐步达到触类旁通的境界.

2. 需要灵活运用各种数学知识.在数学建模过程中,数学始终是我们主要的工具.要根据实际问题的需要,灵活运用各种数学知识如微分方程、运筹学、概率统计、图论、层次分析、变分法等,去描述和解决实际问题.这要求我们既要加强数学知识的学习,更要培养应用已学到的数学方法和思想进行综合应用和分析,进行合理的抽象及简化的能力.

3. 需要各种技术手段的配合,如查阅各种文献资料、使用计算机和各种数学软件包等.

4. 建立一个数学模型与求解一道数学题目有极大的差别.求解数学题目往往有唯一正确的

答案,而数学建模没有唯一正确的答案.对同一个实际问题可能建立起若干不同的模型,模型无所谓“对”与“错”,评价模型优劣的唯一标准是实践.

5. 建立的数学模型与建模的目的有关.对同一个实际对象,建模目的之不同导致建模的侧重点和出发点也不同.

因此,对一个实际问题而言,数学建模没有确定的模式,它与问题的性质、建模目的、建模者自身的数学素质有关,甚至还与建模者的灵性有关.经验、想象力、洞察力、判断及直觉、灵感在建模过程中起着与数学知识同样重要的作用.数学建模也是一门艺术.要成为一名出色的艺术家,需要大量的观摩和前辈的指导,更需要亲身的实践.同样,要掌握数学建模这门艺术,既要学习、分析、评价、改进别人做过的模型,更要亲自动手,认真做一些实际题目.

1.2 数学建模实例:人口预报问题

这里介绍一个建立人口预报数学模型的实例,希望读者从中体会数学建模的过程.

1. 问题

人口问题是当前世界上人们最关心的问题之一.认识人口数量的变化规律,作出较准确的预报,是有效控制人口增长的前提.下面介绍两个最基本的人口模型,并利用表1-1给出的近200年的美国人口统计数据,对模型做出检验,最后用它预报2010年、2020年的美国人口.

表1-1 美国人口统计数据

年/公元	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860
人口/百万	3.9	5.3	7.2	9.6	12.9	17.1	23.2	31.4
年/公元	1870	1880	1890	1900	1910	1920	1930	1940
人口/百万	38.6	50.2	62.9	76.0	92.0	106.5	123.2	131.7
年/公元	1950	1960	1970	1980	1990	2000		
人口/百万	150.7	179.3	204.0	226.5	251.4	281.4		

2. 指数增长模型(马尔萨斯人口模型)

此模型由英国人口学家马尔萨斯(Malthus,1766—1834)于1798年提出.

(1) 假设:

人口增长率 r 是常数(或单位时间内人口的增长量与当时的人口成正比).

(2) 建立模型:

记时刻 $t=0$ 时人口数为 x_0, 时刻 t 的人口为 $x(t)$,由于量大,$x(t)$ 可视为连续、可微函数.t 到 $t+\Delta t$ 时间段内人口的增量为

$$\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}=rx(t)$$

于是 $x(t)$ 满足微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{1}$$

(3) 模型求解:

解微分方程(1),得

$$x(t) = x_0 \mathrm{e}^{rt} \tag{2}$$

表明:$t \to \infty$ 时,$x(t) \to \infty$ ($r>0$).

(4) 模型的参数估计:

要用模型的结果(2)来预报人口,必须对其中的参数 r 进行估计,这可以用表 1-1 的数据通过拟合得到. 拟合的具体方法见本书第 7 章.

通过表中 1790—2000 年的数据拟合得:$r=0.304$.

(5) 模型检验:

将 $x_0=3.9$,$r=0.304$ 代入公式(2),求出用指数增长模型预测的 1810—1920 年的人口数,见表 1-2.

表 1-2 美国实际人口与按指数增长模型计算的人口比较

年 /公元	实际人口 /百万	指数增长模型	
		预测人口/百万	相对误差/%
1790	3.9		
1800	5.3		
1810	7.2	7.2	0
1820	9.6	9.7	1.13
1830	12.9	13.2	1.99
1840	17.1	17.8	4.27
1850	23.2	24.2	4.16
1860	31.4	32.8	4.30
1870	38.6	44.4	14.99
1880	50.2	60.2	19.83
1890	62.9	81.5	29.61
1900	76.0	110.5	45.38
1910	92.0	149.8	62.77
1920	106.5	203	90.56

从表 1-2 可看出,1810—1870 年间的预测人口数与实际人口数吻合较好,但 1880 年以后的误差越来越大.

分析原因,该模型的结果说明人口将以指数规律无限增长. 而事实上,随着人口的增加,自然资源、环境条件等因素对人口增长的限制作用越来越显著. 如果当人口较少时人口的自然增长率可以看作常数的话,那么当人口增加到一定数量以后,这个增长率就要随着人口增加而减少,于

是应该对指数增长模型关于人口净增长率是常数的假设进行修改. 下面的模型是在修改的模型中较著名的一个.

3. 阻滞增长模型(logistic模型)

(1) 假设:

(a)人口增长率 r 为人口 $x(t)$ 的函数 $r(x)$(减函数),最简单地可假定 $r(x)=r-sx, r,s>0$(线性函数),r 叫做固有增长率.

(b)自然资源和环境条件年容纳的最大人口容量为 x_m.

(2) 建立模型:

当 $x=x_m$ 时,增长率应为 0,即 $r(x_m)=0$,于是 $s=\frac{r}{x_m}$,代入 $r(x)=r-sx$,得

$$r(x)=r\left(1-\frac{x}{x_m}\right) \tag{3}$$

将(3)式代入(1)式得模型:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=r\left(1-\dfrac{x}{x_m}\right)x \\ x(0)=x_0 \end{cases} \tag{4}$$

(3) 模型求解:

解方程(4),得

$$x(t)=\frac{x_m}{1+\left(\frac{x_m}{x_0}-1\right)\mathrm{e}^{-rt}} \tag{5}$$

根据方程(4)作出 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}-x$ 曲线图,见图 1-1,由该图可看出人口增长率随人口数的变化规律. 根据结果(5)作出 $x-t$ 曲线,见图 1-2,由该图可看出人口数随时间的变化规律.

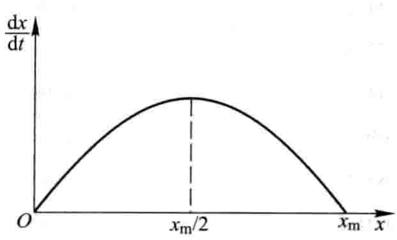


图 1-1　$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}-x$ 曲线图

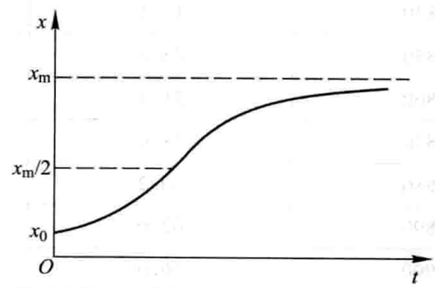


图 1-2　$x-t$ 曲线图

(4) 模型的参数估计:

利用表 1-1 中 1790—2000 年的数据对 r 和 x_m 拟合得:$r=0.279\,8$, $x_m=311.952\,6$.

(5) 模型检验:

将 $r=0.279\,8$, $x_m=311.952\,6$ 代入公式(5),求出用阻滞增长模型预测的 1800—2000 年的人口数,见表 1-3 第 3、4 列.

也可将方程(4)离散化,得

$$x(t+1)=x(t)+\Delta x=x(t)+r\left[1-\frac{x(t)}{x_m}\right]x(t),\quad t=0,1,2,\cdots \tag{6}$$

用公式(6)预测 1800—2000 年的人口数,结果见表 1-3 第 5、6 列.

表 1-3 美国实际人口与按阻滞增长模型计算的人口比较

年/公元	实际人口/百万	阻滞增长模型			
		公式(5)		公式(6)	
		预测人口/百万	相对误差/%	预测人口/百万	相对误差/%
1790	3.9				
1800	5.3	5.138 5	3.05	4.977 6	6.08
1810	7.2	6.761 7	6.09	6.757 8	6.14
1820	9.6	8.882 9	7.47	9.168 2	4.49
1830	12.9	11.644	9.74	12.203 6	5.39
1840	17.1	15.220 2	10.99	16.360 4	4.32
1850	23.2	19.822 4	14.55	21.622 6	6.79
1860	31.4	25.695 7	18.16	29.209 0	6.97
1870	38.6	33.111 8	14.21	39.301 9	1.81
1880	50.2	42.351 8	15.63	48.064 5	4.25
1890	62.9	53.673 8	14.66	61.986 4	1.45
1900	76.0	67.267 4	11.49	76.951 7	1.25
1910	92.0	83.194 9	9.57	92.085 2	0.09
1920	106.5	101.331 7	4.85	110.151 1	3.42
1930	123.2	121.325 5	1.52	126.126 7	2.37
1940	131.7	142.593 4	8.27	144.058 9	9.38
1950	150.7	164.374 8	9.07	152.993 9	1.52
1960	179.3	185.832 6	3.64	172.497 5	3.79
1970	204.0	206.178 0	1.06	200.634 5	1.64
1980	226.5	224.781 0	0.75	223.753 8	1.21
1990	251.4	241.234 4	4.04	243.861 2	2.99
2000	281.4	255.364 1	9.25	265.054 8	5.80

(6) 模型应用:

现应用该模型预测人口. 用表 1-1 中 1790—2000 年的全部数据重新估计参数,可得 $r=0.273\ 5$, $x_m=342.446\ 7$. 用公式(6)作预测得:

$$x(2010)=289,\quad x(2020)=295$$

也可用公式(5)进行预测.

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com