内 容 提 要

本书根据1980年6月高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议审定的《信号与系统教学大纲(草案)》写成。

全书包括：信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的z域分析、系统函数和状态变量分析等八章。

本书承合肥工业大学芮坤生教授主审，可做为高等工业院校四年制无线电技术类专业《信号与系统》课程的教材，也可供有关科技人员参考。

责任编辑　王忠民

高等学校教材

信号与线性系统分析

吴大正　主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

朝阳区展望印刷厂印装

*

开本 787×1092　1/16　印张 33.5　字数 765,000

1986年3月第1版　1986年4月第1次印刷

印数 00,001—8,500

书号 15010·0723 定价 5.05 元

目　　录

第一章　信号与系统

§1.1　绪　　言

在近代，人们在研究自然界、社会和思维的规律时，普遍地引用了系统的概念、理论和方法。通常，系统是指由若干相互联系、相互作用的事物组合而成的具有某种功能的整体。太阳系、生态系统和动物的神经组织等可称为自然系统；供电网、运输系统、计算机网等可称为人工系统。电气的、机械的、机电的、声学的和光学的系统属于物理系统；而生物系统、化学系统、政治体制系统、经济结构系统、生产组织系统等属于非物理系统。本书将只讨论在无线电电子学领域中的电系统。

在无线电电子学领域中，常利用通信系统、控制系统和计算机系统进行信号的传输和处理。

电报是先将欲传送的电文(称之为消息)编成电码，使成为代表数字或字母的一系列电流或电压脉冲(称之为电信号，简称信号)，再把这些电信号传送到接收端，在接收端将这些电信号译成电文。

电话是将欲传送的语言或音乐(消息)转换成与之相对应的电流或电压(信号)，将它传送到接收端后，利用耳机或扬声器将电信号还原为声音。

传真和电视传送的消息是图象(电视还同时传送伴音)，前者传送的是固定图象，如照片、图象、手稿等，后者传送的是活动图象，如舞台的演出、生产现场的实况等。发送端按一定规律将画面变换成相对应的电信号，将它传送到接收端后，再按一定规律转换为光，显映在感光纸(传真)或荧光屏(电视)上。

可见，一个通信系统应由发送设备、传输信道和接收设备三部分组成，如图 1.1—1 所示。发送设备将欲传送的消息转换成便于传输的电信号，在接收设备中将电信号还原为消息，发送设备

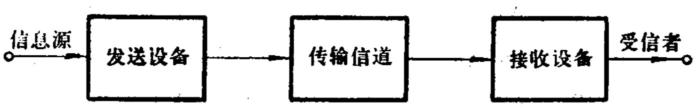


图 1.1-1　通信系统框图

与接收设备之间由传输信道沟通。传输信道有多种形式：有线通信主要用双导线、电缆(架空、地下、海底)等；无线通信、微波中继通信、卫星通信等以传播电磁波的空间为信道；新发展起来的光纤通信传输的是光信号，它的传输信道是光导纤维(简称光纤)或光缆。

雷达或称为无线电定位，它利用电磁波受物体反射的原理来测量空中、水面或陆地上各种目标的位置和运动参数。为要陆续不断地获得目标的各种信息就要使雷达天线不断地跟随目标运

动以使天线波束随时对准目标，这就需要天线位置（方位角，俯仰角）控制系统。将测量得到的目标位置（方位角，俯仰角）与天线位置的数据转换为电信号送到运算装置进行比较，当天线偏离目标方向时，运算装置输出误差电压，该误差信号经放大后加到电动机的电枢上，使之拖动天线向减小误差的方向运动，当天线转到对准目标的方向时，误差信号减小到零，加到电动机电枢上的电压也随之为零，天线停止运动。

为使导弹紧跟目标，可以用地面雷达测定导弹和目标的相对位置及其他运动参数。地面上的计算机根据雷达提供的数据计算出修正导弹航行所需的控制量，并将其转换为控制信号由地面发送设备发出，弹上接收机收到后再传送给有关执行机构，以控制导弹的航行。这种用电信号控制远处机件运行的自动化技术称为遥控。

图 1.1-2 是一般控制系统的框图，它由测量设备，运算装置，控制器与受控对象组成。在控制系统的运行过程中也伴随着信号的传输过程。实际应用中，常将物体运动的位移（或角位移）、速度等各种非电物理量转换成电信号以利传输。

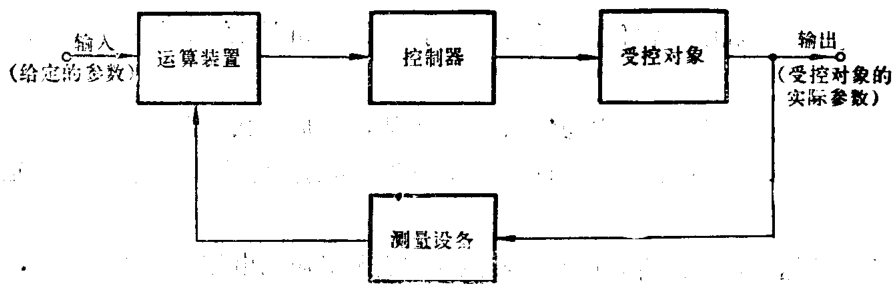


图 1.1-2 控制系统框图

在信号传输的过程中，不可避免地会混入噪声和干扰。当传输距离较远，信号微弱时，有用信号甚至会湮没在噪声和干扰之中，这就需要对接收到的信号进行处理，滤除混杂的噪声和干扰。有时需要将信号变换成容易分析与识别的形式，以便于估计和提取它的特征参量。近年来，由于高速电子计算机的运用，促进了信号处理技术的研究和发展，并运用于航天、气象、测地、地球资源考察等许多科学技术领域，例如月球的探测、矿藏的勘探，识别和测量农作物的种类和长势等。我们知道，各种目标物体（土地、水流、空气、农作物等）对电磁波反射、吸收、辐射的强度随波长而变化，不同的物体其变化规律也不相同。各种目标，在外界能源（如太阳光或遥感器辐射的电磁波）的照射下或由其自身，将向空间辐射电磁波，这些载有目标特征信息的电磁波被人造地球卫星或航天器上的遥感装置所感测并变换成电信号，在卫星上做预处理后发回地面，地面将收到的信号经过恢复、提纯、识别等处理后提供使用。

信号传输和信号处理有着密切的联系，但由于它们的不同特点而形成了相对独立的学科。信号分析与系统分析则是它们的共同理论基础。

在无线电电子学领域中，信号、网络与系统三者有十分密切的联系。离开了信号，网络与系统就失去了意义。信号作为被传输消息的表现形式，可看作是运载消息的工具，网络和系统则是为传输信号或对信号进行加工处理而由一些元、器件构成的某种组合。网络研究的问题是：一定

结构和参数的网络所具有的特性(称为网络分析);或者为实现某种特性,网络应具有的结构和参数(称为网络综合)。系统可能是某个具体的网络(如滤波器),也可能是多功能的复杂设备(如通信系统、数字信号处理系统、计算机控制的自动化系统等)。系统主要研究的问题是:对于给定的系统,研究系统对输入激励信号所产生的输出响应(系统分析);或者对于给定的信号形式与传输、处理的要求,研究系统所应具有的功能和特性并据此设计所需的系统(系统综合)。相对地说,系统所关心的是全局性问题,而网络所关心的是局部性问题。

系统和网络的含义虽然不完全相同,但由于大规模集成化技术的发展,制成了各种复杂的系统部件,使得系统、网络以及电路、器件这些名词有时很难区分。在讨论系统的基本理论时,所谓系统常常就是指网络本身,因此,就本书讨论的范围而言,"系统"与"网络"二者常可互相通用。

§1.2 信　号

如前所述,为了传送消息(语言、文字、图象或数据等),需要用适当的设备将消息转换为电信号。电信号简称信号*,它的基本形式是随时间变化的电流或电压。信号常可表示为时间的函数(或序列),该函数的图象称为信号的波形。顺便指出,本书在讨论与信号有关的问题时,"信号"与"函数"两个词常可互相通用。

一、连续信号与离散信号

信号的形式是多种多样的,它主要有两种结构:连续时间信号和离散时间信号。

连续时间信号

在连续的时间范围内有定义的信号称为连续时间信号,简称为连续信号。这里"连续"是指函数的定义域——时间,是连续的,至于信号的值域可以是连续的,也可以不是。下面数例都是连续时间信号。

例 1.2-1　正弦信号

$$f(t)=A\sin\pi t \qquad (1.2\text{-}1)$$

如图 1.2-1 所示,其中 A 是常数。它的定义域 $(-\infty,\infty)$**和值域$[-1,1]$都是连续的。

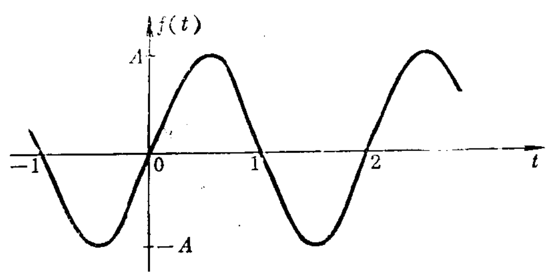


图 1.2-1　正弦信号 $f(t)=A\sin\pi t$

例 1.2-2　单边指数函数

$$f(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ Ae^{-\alpha t}, & t>0\ (\alpha>0)\end{cases} \qquad (1.2\text{-}2)$$

如图 1.2-2(a)所示,其中 A 是常数。它的定义域为$(-\infty,\infty)$,其函数的值也可在 0 到 A 间取任意值,因而也是连续的,但在 $t=0$ 处,函数有间断点(不连续点)。

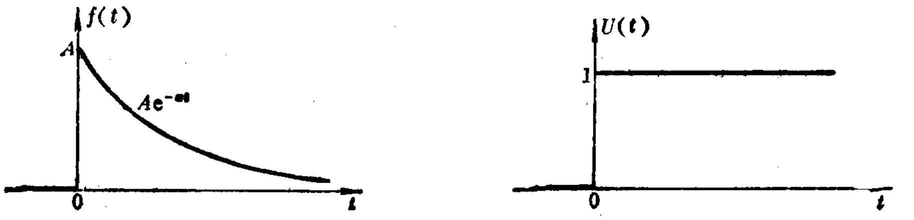
例 1.2-3　单位阶跃函数

*　广义而言,信号还应包括光、声信号等,本书只讨论电信号。

**　区间 $t_1<t<t_2$ 称为开区间,它不含边界点 t_1 和 t_2,简记作(t_1,t_2)。例如:区间$(-\infty,\infty)$的意思是 $-\infty<t<\infty$。包括边界点的区间 $t_1\leqslant t\leqslant t_2$,称为闭区间,简记为$[t_1,t_2]$。

$$U(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases} \tag{1.2-3}$$

如图 1.2-2(*b*)所示。其定义域为$(-\infty,\infty)$，但在 $t=0$ 处有间断点。函数的值只取 0 或 1。



(*a*) 单边指数信号　　(*b*) 单位阶跃信号

图 1.2-2

一般可以不定义间断点处的函数值，这并不影响分析的结果。为了使函数定义更加完整，且与高等数学相一致，我们规定：若函数 $f(t)$在 $t=t_0$ 处有间断点，则函数在该点的值等于其左极限 $f(t_{0_-})$与右极限$f(t_{0_+})$之和的 $\frac{1}{2}$，即

$$f(t_0)=\frac{f(t_{0_-})+f(t_{0_+})}{2} \tag{1.2-4}$$

式中 $f(t_{0_-})\overset{\text{def}}{=\!=}\lim\limits_{\epsilon\to 0}f(t_0-\epsilon)$，$f(t_{0_+})\overset{\text{def}}{=\!=}\lim\limits_{\epsilon\to 0}f(t_0+\epsilon)$*。这样，单位阶跃函数在 $t=0$ 处的值等于 $\frac{1}{2}$。于是单位阶跃函数的定义可写为

$$U(t)\overset{\text{def}}{=\!=}\begin{cases}0\ , & t<0\\ \frac{1}{2}\ , & t=0\\ 1\ , & t>0\end{cases} \tag{1.2-5}$$

而图 1.2-2(*a*)的单边指数函数可写为 $Ae^{-\alpha t}U(t)$。

离散时间信号

在一些离散的瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里"离散"是指函数的定义域——时间，是离散的，它只取某些规定的值。就是说，离散信号是定义在一些离散时刻 $t_k(k=0,\pm1,\pm2,\cdots\cdots)$上的信号，在其余的时间，函数没有定义。时刻 t_k 和 t_{k+1} 之间的间隔$T_k=t_{k+1}-t_k$ 可以是常数，也可以随 k 而变化。我们只讨论 T_k 等于常数的情况。若令相继时刻t_k与t_{k+1}之间的间隔为 T，则离散信号只在均匀离散时刻 $t=\cdots,-2T,-T,0,T,2T,\cdots$ 时有定义，它可以表示为$f(kT)$。为了方便，不妨把 $f(kT)$简记为 $f(k)$。这样的离散信号也常称为序列。下面数例都是离散时间信号。

例 1.2-4　序列 $f(k)$可写成闭合形式的表示式，也可逐个列出$f(k)$的值。通常，把对应某序号 k 的数值称为在第 k 个样点的"样值"。序列

---

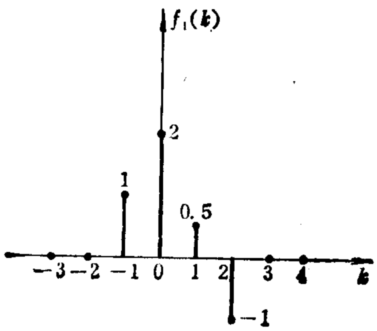
* 符号 $\overset{\text{def}}{=\!=}$……可读作"定义为……"或"按定义等于……"。

$$f_1(k)=\begin{cases}0\ , & k<-1\\ 1\ , & k=-1\\ 2\ , & k=0\\ 0.5\ , & k=1\\ -1, & k=2\\ 0\ , & k\geqslant 3\end{cases}$$

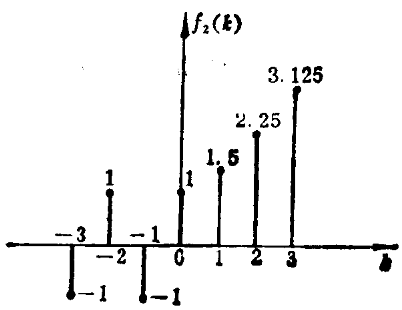
列出了诸样点的值，其图形如图 1.2-3(a)所示。序列

$$f_2(k)=\begin{cases}(-1)^k, & k<0\\ 2^{-k}+k, & k\geqslant 0\end{cases}$$

是闭合形式，其波形如图 1.2-3(b)所示。



(a)



(b)

图 1.2-3 离散时间信号

例 1.2-5 单边指数序列

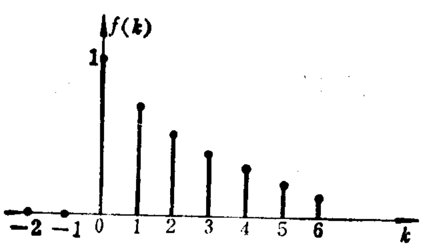
$$f(k)=\begin{cases}0\ , & k<0\\ e^{-\alpha k}, & k\geqslant 0\quad(\alpha>0)\end{cases}\tag{1.2-6}$$

如图 1.2-4(a)所示。其序列值可能取[0, 1]区间的任何值。

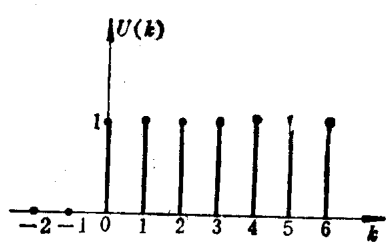
单位阶跃序列

$$U(k)\overset{\text{def}}{=\!=}\begin{cases}0, & k<0\\ 1, & k\geqslant 0\end{cases}\tag{1.2-7}$$

如图 1.2-4(b)所示。其序列值只取 0 或 1。



(a) 单边指数序列



(b) 单位阶跃序列

图 1.2-4

如上所述，信号的自变量(时间)的取值可以是连续的或离散的，信号的幅度(函数值)的取值也可以是连续的或离散的。时间和幅值均为连续的信号常称为模拟信号，时间和幅值均为离散的信号常称为数字信号。在实际应用中，连续信号与模拟信号两个名词常常不予区分，离散信号与数字信号两个名词也常互相通用。一般，在研究理论问题时常用“连续”、“离散”二词，而讨论具体的实际问题时常用“模拟”、“数字”二词。

二、信号的运算

在系统分析中，常遇到信号(连续的或离散的)的某些基本运算——加、乘、平移、反折等。连续时间信号的加、乘法运算，读者比较熟悉，勿需多说。

序列 $f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之和(瞬时和)是指两序列中同序号的数值逐项对应相加所构成的新序列

$$f(k)=f_1(k)+f_2(k) \tag{1.2-8}$$

序列 $f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之积是指两序列中同序号的数值逐项对应相乘所构成的新序列

$$f(k)=f_1(k)\cdot f_2(k) \tag{1.2-9}$$

例 1.2-6 已知序列

$$f_1(k)=\begin{cases}2^k\ , & k<0\\ k+1, & k\geqslant 0\end{cases}$$

$$f_2(k)=\begin{cases}0\ , & k<-2\\ 2^{-k}, & k\geqslant -2\end{cases}$$

试求 $f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之和，$f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之积。

解 $f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之和为

$$f_1(k)+f_2(k)=\begin{cases}2^k\ , & k<-2\\ 2^k+2^{-k}\ , & k=-1,-2\\ k+1+2^{-k}, & k\geqslant 0\end{cases}$$

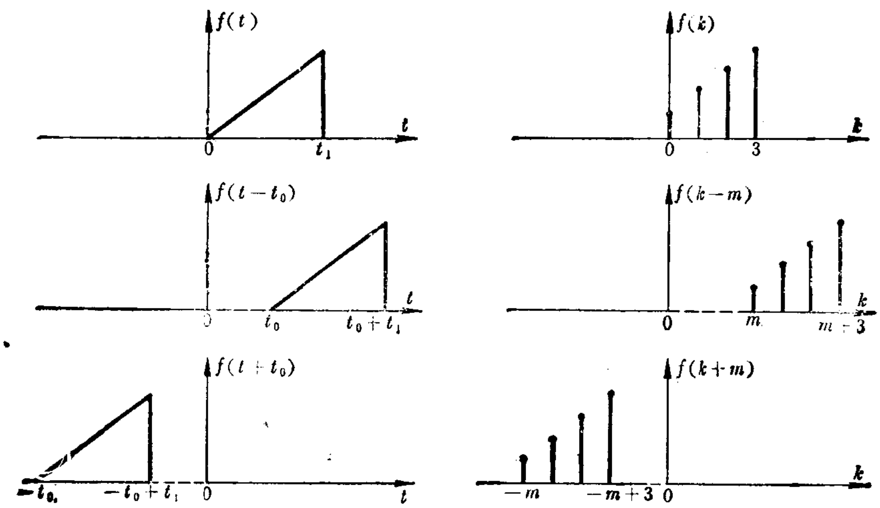
$f_1(k)$ 与 $f_2(k)$ 之积为

$$f_1(k)\cdot f_2(k)=\begin{cases}2^k\times 0\\ 2^k\times 2^{-k}\\ (k+1)\times 2^{-k}\end{cases}=\begin{cases}0\ , & k<-2\\ 1\ , & k=-1,-2\\ k2^{-k}+2^{-k}, & k\geqslant 0\end{cases}$$

平移也称为移位。对于连续时间信号(函数) $f(t)$，若常数 $t_0>0$，延时信号 $f(t-t_0)$ 是将原函数沿正 t 轴平移 t_0 时间，而 $f(t+t_0)$ 是将原函数向负 t 轴方向移动 t_0 时间，如图 1.2-5(a)所示。对于离散时间信号(序列) $f(k)$，若整常数 $m>0$，延时信号 $f(k-m)$ 是将原序列沿正 k 轴移动 m 个单位，而 $f(k+m)$ 是将原序列向负 k 方向移位 m 个单位，如图 1.2-5(b)所示。

如果将函数 $f(t)$[或序列 $f(k)$]中的自变量 t(或 k)换为 $-t$(或 $-k$)，则该信号以纵坐标为轴反折，如图 1.2-6(a)和(b)所示。

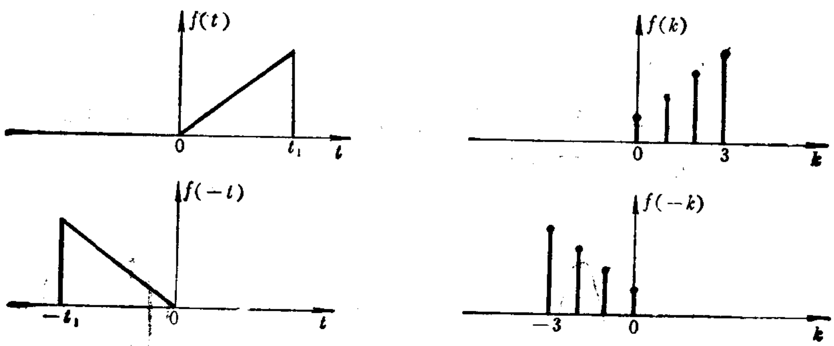
如果将平移与反折相结合，就可得到信号 $f(-t-t_0)$ 和 $f(-k-m)$，如图 1.2-7 所示，类似地，也可得到信号 $f(-t+t_0)$ 和 $f(-k+m)$。需要注意，为画出这类信号的图形，应先平移[将



(a) 连续信号的平移 (b) 离散信号的平移

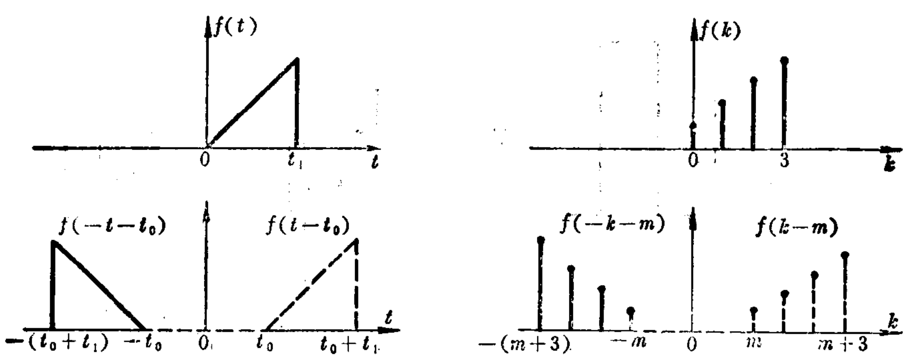
(本图 $t_0>t_1>0$) (本图 $m>3$)

图 1.2-5 信号的平移



(a) $f(t)$的反折 (b) $f(k)$的反折

图 1.2-6 信号的反折



(a) (b)

图 1.2-7

$f(t)$平移为$f(t\pm t_0)$或将$f(k)$平移为$f(k\pm m)$]再反折(将变量 t 或 k 相应地换为 $-t$ 或 $-k$)。如果反折后再进行平移，由于这时自变量为 $-t$(或 $-k$)，故平移方向与前述相反。

利用信号的各种运算可以使某些信号的表示式简化。例如:矩形脉冲也称之为门函数，如图1.2-8(a)所示。宽度为 τ 的门函数用符号 $g_\tau(t)$表示，即

$$g_\tau(t) \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} 0, & |t| > \dfrac{\tau}{2} \\ 1, & |t| < \dfrac{\tau}{2} \end{cases} \qquad (1.2\text{-}10a)$$

它可以看作是两个单位阶跃函数之差，如图 1.2-8 所示，这可写为

$$g_\tau(t) = U\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - U\left(t-\frac{\tau}{2}\right) \qquad (1.2\text{-}10b)$$

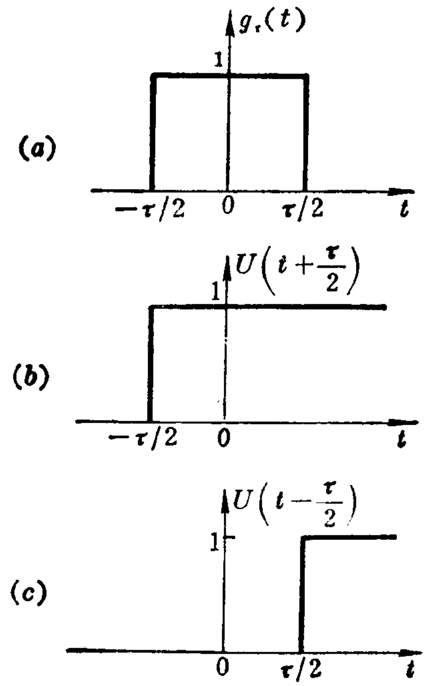


图 1.2-8

三、信号的分类

信号，除了可分为连续时间信号和离散时间信号外，还可从不同角度分类。

(1) 周期信号与非周期信号

周期信号是定义在$(-\infty,\infty)$区间，每隔一定时间 T(或整数 K)，按相同规律重复变化的信号，如图 1.2-9 所示。它的数学表示可写为:

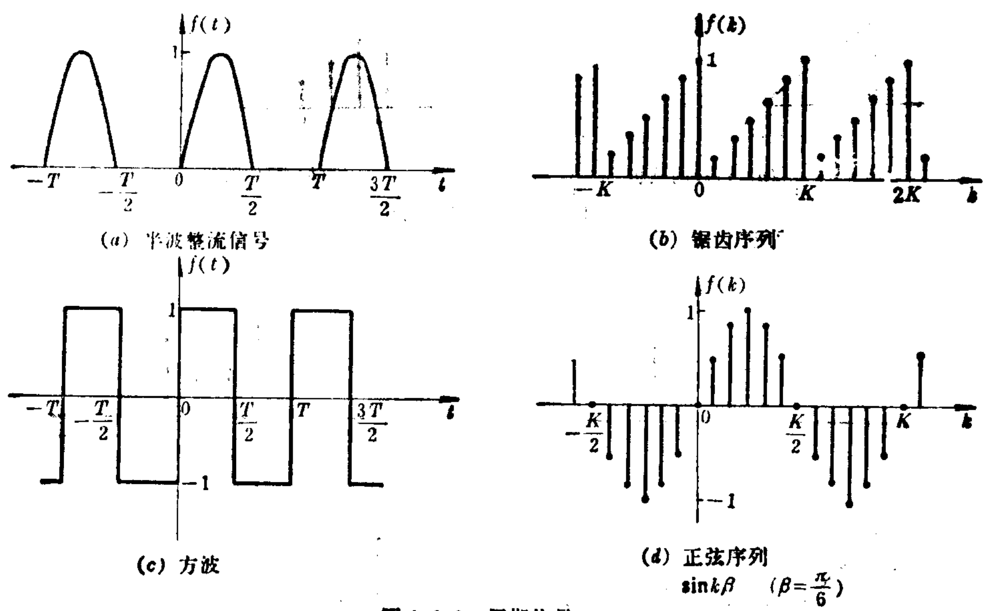


图 1.2-9 周期信号

对于连续信号

$$f(t) = f(t+mT) \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \qquad (1.2\text{-}11a)$$

对于离散信号

$$f(k)=f(k+mK) \qquad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.2-11b}$$

满足以上关系式的最小 T(或 K)值，称为该信号的重复周期，简称周期。只要给出周期信号在任一周期内的函数式或波形，便可确知它在任一时刻的数值。不具有周期性的信号称为非周期信号。

图 1.2-9(d)是正弦序列

$$f(k)=\sin k\beta$$

式中 β 称为正弦序列的角频率，它反映了序列值周期性重复变化的速率，例如 $\beta=\frac{2\pi}{10}$，则序列值每 10 个单位重复一次正弦包络的数值。图 1.2-9(d) 画出了 $\beta=\frac{\pi}{6}$ 的情况，它每经过 12 个单位循环一次，即周期 $K=12$。显然，仅当$\frac{2\pi}{\beta}$为有理数时，正弦序列才具有周期性，如果$\frac{2\pi}{\beta}$为整数时，则周期 $K=\frac{2\pi}{\beta}$；若$\frac{2\pi}{\beta}$不是有理数，则正弦序列不是周期性的，不过，这时仍称 β 为角频率。

(2) 实信号与复信号

物理可实现的信号都是时间的实函数，其在各时刻的函数值均为实数，例如：单边指数信号、正弦信号(正弦信号与余弦信号二者相位差$\frac{\pi}{2}$，我们统称为正弦信号)等，统称为实信号。

虽然实际上不能产生复信号，但为了理论分析的需要，常常利用复信号，在连续信号中最常用的是复指数信号。

复指数信号可表示为

$$f(t)=e^{st}, \quad -\infty<t<\infty \tag{1.2-12}$$

式中复数 $s=\sigma+jw$，σ 是 s 的实部，常记作 $\mathrm{Re}[s]$；ω 是 s 的虚部，常记作 $\mathrm{Im}[s]$。根据尤拉公式，上式可展开为

$$f(t)=e^{(\sigma+j\omega)t}=e^{\sigma t}\cos\omega t+je^{\sigma t}\sin\omega t \tag{1.2-13}$$

可见，一复指数信号可分解为实、虚两部分，它们分别是增长(或衰减)的余弦、正弦信号。指数因子的实部 σ 表征了余弦和正弦函数的振幅随时间变化的情况。若 $\sigma>0$，它们是增幅振荡；若 $\sigma<0$，则是衰减振荡；当 $\sigma=0$ 时是等幅振荡信号。指数因子的虚部 ω 表示余弦和正弦函数的角频率。当 $\omega=0$ 时，复指数信号就成为实指数信号。如果 $\sigma=\omega=0$，则式中 $f(t)=1$，这时就成为直流信号。可见，它概括了许多常用信号。

复指数信号的重要特性之一是：它对时间的微分和积分仍然是复指数信号。

类似地，离散信号也有复信号。

(3) 能量信号与功率信号

为了知道信号能量或功率的特性，常常研究信号(电流或电压)在一单位电阻上所消耗的能量或功率。信号 $f(t)$ 在一单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$，在区间 $-T<t<T$ 的能量为

$$\int_{-T}^{T}|f(t)|^2dt$$

在区间$\left(-\frac{T}{2},\frac{T}{2}\right)$的平均功率为

$$\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2dt$$

信号能量定义为在时间区间$(-\infty,\infty)$信号$f(t)$的能量，用字母E表示，即

$$E\overset{\text{def}}{=}\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2dt \tag{1.2-14}$$

信号功率定义为在时间区间$(-\infty,\infty)$信号$f(t)$的平均功率，用P表示，即

$$P\overset{\text{def}}{=}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2dt \tag{1.2-15}$$

由于被积函数是$f(t)$的绝对值平方，所以信号能量E和功率P都是非负实数，即使$f(t)$是复函数亦然。

若信号$f(t)$的能量$0<E<\infty$(这时$P=0$)，则称其为能量有限信号，简称为能量信号；若信号$f(t)$的功率$0<P<\infty$(这时$E=\infty$)，则称其为功率有限信号，简称功率信号。单个矩形脉冲、单边指数信号$e^{-\alpha t}\cdot U(t)(\alpha>0)$等都是能量有限信号，而阶跃信号、周期信号等是功率有限信号。

离散信号有时也需要讨论能量，序列$f(k)$的能量定义为

$$E\overset{\text{def}}{=}\sum_{k=-\infty}^{\infty}|f(k)|^2 \tag{1.2-16}$$

(4) 确知信号和随机信号

确知信号(也称为规则信号)可以表示为一个确定的时间函数(或序列)，当给定某一时间值时，函数有确定的数值。前面讨论的各种信号都是确知信号。实际上，由于种种原因，在信号传输的过程中存在着某些“不确定性”或“事先不可预知性”。譬如，在通信系统中，收信者在收到所传送的消息之前，对信息源所发出的消息总是不可能完全知道的，否则通信就没有意义了。此外，“携带”消息的信号在传输和处理的各个环节中不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，使信号失真(畸变)，而这些干扰和噪声的具体情况总是不可能完全确知的。这类“不确定性”和“事先不可预知性”统称为随机性。所以，严格来说，一般的信号都是随机信号。研究随机信号要用概率、统计的观点和方法。虽然如此，研究确知信号仍是十分重要的，这是因为它是一种理论上的科学抽象，是研究随机信号的重要基础。本书只讨论确知信号。

§1.3 系　统

一、系统模型

要分析任何一个物理系统，首先要建立该系统的模型。所谓模型就是系统基本特性的数学抽象，它以数学表示式或用具有理想特性的符号组合成图形来表征系统的特性。然后用数学方

法求出它的解答，还可对所得结果作出物理解释、赋与物理意义。概括说来，系统分析的过程，是从实际的物理问题抽象为数学模型，经数学解析后再回到物理实际的过程。

例如，研究一电容器充电的过程。可以将流过电容器的电流看作是原因，称为激励或输入，而将电容上的电压看作是结果，称为响应或输出。如果电容器引线电阻和电容器漏电导都很小可以忽略不计，那么这个系统可以用图 1.3-1 的模型来描述，电容引线电流与其两端电压的关系为

$$i(t)=C\frac{du_C(t)}{dt}$$

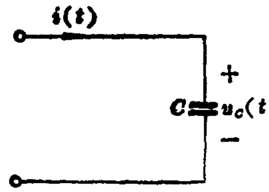


图 1.3-1

对上式进行积分，并设 $u_C(-\infty)=0$
得

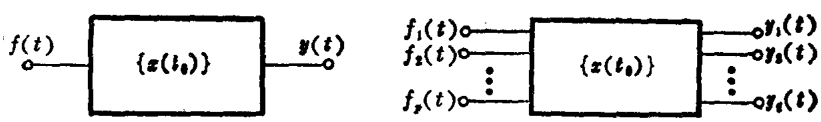
$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \qquad (1.3\text{-}1)$$

这里，将积分号内的时间变量 t 用 τ 来代替以区别于积分上限 t。式(1.3-1)表明，在任意时刻 t，电容上的电压值 $u_C(t)$ 取决于电流 $i(t)$ 的全部历史(即从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值)。式(1.3-1)也可写为

$$\begin{aligned}u_C(t)&=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i(\tau)d\tau+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau\\&=u_C(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} t(\tau)d\tau \qquad (1.3\text{-}2)\end{aligned}$$

式中 $u_C(t_0)$ 是初始时刻 t_0 时电容上的初始电压，它反映了初始时刻的贮能情况，也称为初始状态。式(1.3-2)表明，若已知初始状态 $u_C(t_0)$ 和 t_0 到 t 的激励 $i(t)$，就能够完全地确定任意时刻 $t\geqslant t_0$ 的响应 $u_C(t)$。这个例子只需一个初始状态，更复杂的系统可能需要多个初始状态。

系统在某一时刻 t_0 的初始条件的全体可称为系统在该时刻的状态。系统在 $t=t_0$ 时刻的初始状态用 $x(t_0)$ 表示，如果某系统有 n 个初始状态 $x_1(t_0), x_2(t_0), \cdots, x_n(t_0)$，就简记为 $\{x(t_0)\}$。如果系统的激励(输入)用 $f(t)$ 表示，其响应(输出)用 $y(t)$ 表示。则可以说，系统在任意时刻 $t\geqslant t_0$ 的响应 $y(t)$ 可以由初始状态 $\{x(t_0)\}$ 和区间 (t_0, t) 上的输入 $f(t)$ 完全地确定。如果系统有 p 个输入 $f_1(t), f_2(t), \cdots, f_p(t)$，有 q 个输出 $y_1(t), y_2(t), \cdots, y_q(t)$，以上论断也成立。图 1.3-2 画出了系统的框图。



(a) 单输入——单输出系统　　(b) 多输入——多输出系统

图 1.3-2

系统，按照其数学模型的差异可作如下划分：

集中参数系统与分布参数系统；

即时系统与动态系统；

连续系统与离散系统;

线性系统与非线性系统;

非时变系统与时变系统,

等等。

集中参数系统与分布参数系统

集中参数系统仅由集中参数元件(如 R, L, C 等)所组成。对于集中参数系统,人们认为系统的电能仅贮存在电容中,磁能仅贮存在电感中,而电阻是消耗能量的元件,同时还认为,在这样的系统中电磁能量的传输不需要时间,作用于系统任何处的激励,能立即传输到系统的各处。实际上,这只有在电路尺寸远远小于输入信号的波长时才是合理的。

与集中参数系统相对应的是分布参数系统,如传输线、波导、天线等,在那里不能用集中参数来描述。在传输线中,电阻、电感和电容是沿线连续分布的,就是说电能、磁能的贮存和消耗在沿线的各处都存在着,而且不能把这些效应用互相孤立的集中参数元件来描述。此外,在分布参数系统中,某处的激励传输到其他点需要一定的时间。这样,研究分布参数系统时所涉及到的独立变量不仅有时间,而且有空间位置。

事实上,所有的电系统都是分布参数系统,而集中参数系统是它的一种近似模型,当系统的尺寸远小于输入信号的波长时,这种近似是合理的。

即时系统与动态系统

如果系统在任意时刻的响应仅决定于该时刻的激励,而与它过去的历史无关,则称之为即时系统(或无记忆系统)。全部由无记忆元件(如电阻)组成的系统是即时系统。即时系统可用代数方程来描述。如果系统在任意时刻的响应不仅与该时刻的激励有关,而且与它过去的历史有关,则称之为动态系统(或记忆系统)。含有记忆元件(如电感、电容等)的系统是动态系统。

连续系统与离散系统

当输入给系统以连续时间信号时,若其输出也是连续时间信号,则称该系统为连续时间系统,简称连续系统。当输入给系统以离散时间信号时,若其输出也是离散时间信号,则称该系统为离散时间系统,简称离散系统。与模拟、数字信号相对应,在研究实际问题时,也常用模拟系统、数字系统二词。

连续系统可用微分方程来描述,而离散系统则用差分方程来描述。

实际上,离散系统常与连续系统组合使用,这种情况称为混合系统。图 1.3-3 就是这样的系统。

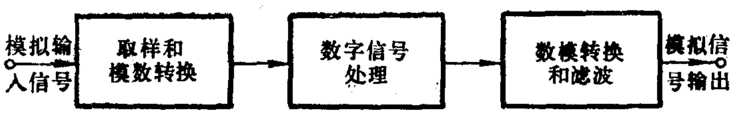


图 1.3-3 数字信号处理系统框图

本书只研究集中参数的动态系统,第二、四、五章讨论连续系统,第三、六章讨论离散系统。关于线性与非线性系统、时变与非时变系统的区分,下面专题进行讨论。