

大學用書

風洞干涉

曹鶴蓀編著

正中書局印行

大學用書

風 洞 干 涉

曹 鶴 蓀 編 著



正 中 書 局 印 行

弁 言

昔水動力學係根據數項假定，致所得結論，有不切實際者，如達倫貝爾之矛盾是，於是水力學繼之而興，對於每一項工程，作一實驗，如無可靠之理論為其根據，則實驗結果，是否即能應用，每令人懷疑。

近代空氣動力學，純自水動力學演變而成。其結論之是否切於實際，須自風洞實驗證明之，使理論與實際，相輔而行，打成一片，而免過去水動力學與水力學各走極端之弊。

於飛行時，常假定空氣靜止，飛機以某定速度前進，於作風洞實驗時，為便利計，常使飛機模型固定不動，使空氣在反飛行方向流過模型，故欲使實驗結果，與實際飛行時者相符合，須考慮及（一）飛機模型之大小，風洞實驗段空氣之速度及密度，（二）風洞洞壁等對於升力係數及阻力係數等之影響，前者曰尺度影響，後者曰風洞干涉，本書所討論者，僅限於風洞干涉。

計算風洞干涉，所習用之方法有二：一為影像法，一為同形變化法。前者較為簡單而明顯，易於初學，本書對以上兩法均將述及之。

本書假定讀者已讀過空氣動力學，故所引用關於空氣動力學上之常用名詞及公式等，不復詳加解釋。

三十一年六月識於重慶國立交通大學

目 次

第一章 總論	1
1. 開露式風洞與封閉式風洞	1
2. 格氏定理	5
3. 風洞干涉因數	9
第二章 長方形風洞之干涉	11
1. 影像法	11
2. 旋渦串與偶串之感應流速	14
3. 長方形風洞之干涉	19
4. 長方形風洞對於長翼展機型之干涉	25
第三章 圓形及橢圓形風洞之干涉	31
1. 旋渦對於圓形流線及等勢線之影像	31
2. 圓形風洞之干涉	35
3. 橢圓形風洞之干涉	40
第四章 任意形狀風洞之干涉	44
1. 竇赫路法(一)——有二對稱軸之任意形風洞	44
2. 竇赫路法(二)——任意形之風洞	52

第一章 總論

1. 開露式風洞與封閉式風洞

當飛機模型，置於風洞中作實驗時，在風洞洞壁外之空氣，仍在靜止狀態，在此區域內，任何點之流速等於零，任何點之壓力等於大氣壓力。換言之，風洞洞壁對於風洞內之空氣流動場，產生一種影響，使由飛機模型而產生之流速與壓力上之變化，不達於洞外。

風洞洞壁對於洞內空氣流動場所產生之變化，使自風洞實驗所得之升力係數與阻力係數，與其真值，略有差誤，此種差誤，謂之風洞干涉 (Wind Tunnel Interference)

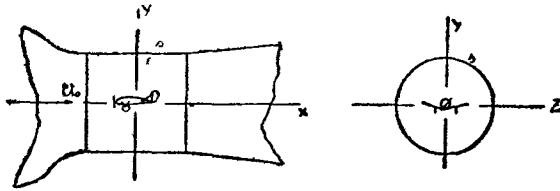
命 ϕ_1 為受風洞限制時之流速勢 (Velocity Potential)， ϕ_0 為未受任何限制時之流速勢，前者可以視為後者與一補助流速勢 (Complementary Velocity Potential) ϕ_e 之和，

$$\phi_1 = \phi_0 + \phi_e \quad (1.1)$$

ϕ_e 代表因風洞影響而產生之流速勢之變化。

ϕ_e 之值，隨風洞實驗段之式樣與形狀而變。若實驗之四周，被風洞洞壁包圍者，謂之封閉式 (Constrained Stream Type) 風洞。若實驗段之四壁，均係開露者，謂之開露式 (Open Jet Type) 風洞。若一部分開露，一部分封閉者，謂之半封閉式 (Semi-Constrained Stream Type)。

(甲) 封閉式風洞 命風洞之軸為 x 軸。於實驗段之垂直截面上, 沿飛機翼展之軸為 z 軸, 垂直翼展之軸為 y 軸(圖 1.1)。



(圖 1.1)

因風洞係封閉式, 故於其洞壁上任意點, 垂直於洞壁之流速 V_n 為零。換言之, 風洞洞壁與 $y-z$ 平面之交線 s (圖 1.1), 係流動場中之一流線。因

$$V_n = \frac{\partial \phi_0}{\partial n} = 0 \quad (1.2)$$

自(1.1)式, 得

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_c}{\partial n} \quad (1.3)$$

封閉式風洞之補助流速勢 ϕ_c , 應適合於(1.3)式之條件。●

命 U_0 為無飛機模型時, 於風洞實驗段沿 x 軸向空氣之流速, 此流動之流速勢應為 $U_0 x$, 更命 ϕ' 為替代飛機模型之流速勢, 故得

$$\phi_0 = U_0 x + \phi' \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} (U_0 x + \phi') = \frac{\partial \phi'}{\partial n}$$

代入(1.3)式, 得

$$-\frac{\partial \phi_c}{\partial n} = \frac{\partial \phi'}{\partial n} \quad (1.5)$$

上式中 $\frac{\partial \phi'}{\partial n}$ 為垂直於洞壁方向，受機型之影響而產生之流速。此項流速，必須與補助流速勢 ϕ_0 於同一點同一方向之流速互相抵消。

(乙) 開露式風洞 開露式風洞之條件，為於風洞實驗段中氣流最外層之壓力，必須等於大氣壓力 p_0 。若 V_x, V_y, V_z 為因機型而產生之分速，自柏努利定理 (Bernoulli's Theorem)，得此等分速，必須適合於

$$p + \frac{1}{2} \rho [(U_0 + V_x)^2 + V_y^2 + V_z^2] = p_0 + \frac{1}{2} \rho U_0^2 \quad (1.6)$$

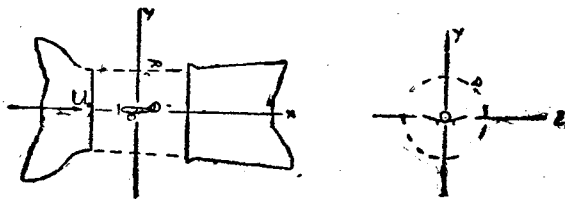
式。沿 s 面(圖 1.2) $p = p_0$ ，故得

$$V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 + 2U_0V_x = 0$$

設以 V_x, V_y, V_z 與 U_0 相比較，前者可以視為後者之第一次無限小值。故於上式中，若略去 V_x^2, V_y^2, V_z^2 各項，得

$$V_x = 0 \quad (1.7)$$

因 s 面約略為一柱形面，其母線 (Generatrix) 與 x 軸相平行，故得



(圖 1.2).

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_I}{\partial x} = U_0 \\ \frac{\partial \phi_I}{\partial y} = V_y \\ \frac{\partial \phi_I}{\partial z} = V_z \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\phi_I = U_0 x + V_y y + V_z z + C \cong U_0 x + C \quad (1.9)$$

上式中, C 為一定數, 若命此定數為零, 自(1.1)式, 得

$$\phi_0 - U_0 x = -\phi_0 \quad (1.10)$$

再自(1.4)式, 得

$$\phi' = -\phi_0 \quad (1.11)$$

若模型係一機翼, 則 ϕ' 為機翼之附着旋渦線 (Bounding Vortex Line) 及尾隨旋渦線 (Trailing Vortex Line) 之流速勢, 又因尾隨旋渦線之感應流速與 x 軸相垂直, 故於 s 面上, 因模型而產生之感應分速 V_z , 均屬於附着旋渦者. 與 $x=0$ 平面對稱之任何二點, 此感應分速均相等, 故於 $x=0$ 平面上 ϕ' 之值, 祇等於 $x=-\infty$ 時 ϕ' 值之半.

自(1.5)及(1.11)兩式, 得結論如下:

(一) 假設風洞係封閉式, 則沿 s 面

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi'}{\partial n} = 0$$

或

$$\sum \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (1.12)$$

故該面必係一流管面。沿該面之流函數 (Stream Function) ψ , 必係一定數。

(二) 假設風洞係開露式, 則沿 s 面

$$\phi' + \phi_s = 0$$

或
$$\Sigma \phi = 0 \quad (1.13)$$

故若將等速流動 U_0 除外, s 面係一等勢面, 沿該面之流速勢為零。

2. 格氏定理

格氏 (Glauert) 假定飛機之翼展甚小, 故其一索之尾隨旋渦線之流動場, 可約略以一偶線 (Doublet) 之流動場替代之。

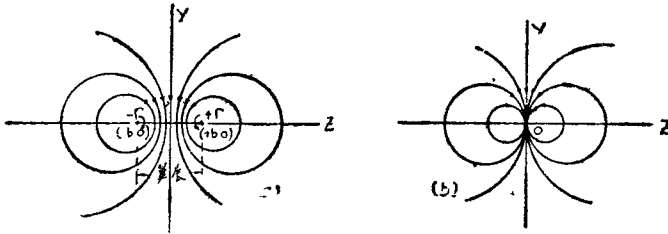


圖 2.1

圖 2.1(a) 示於機翼下流無窮遠處, 垂直於尾隨旋渦線之一平面。假定沿翼展之升力平均分布時, 其尾隨旋渦線, 祇有自翼端折出之兩直線, 其於 $y-z$ 平面之複勢 (Complex Potential) 為

$$W = \frac{i\Gamma}{2\pi} \left[\log_e(z + iy + b) - \log_e(z + iy - b) \right] \quad (2.1)$$

因
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \right] = f'(t) \quad (2.2)$$

若命

$$\begin{cases} z + iy = t \\ b = \Delta t \end{cases}$$

代入(2.1)式,得當翼展 $2b$ 縮短至零時,

$$W = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{i\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{2b}{z + iy} \quad (2.3)$$

自古德·裘高斯基 (Kutta-Joukowski) 定理, 得作用於機翼之升力為

$$L = \rho U_0 \Gamma \cdot 2b$$

若當翼展縮短至零時, 總升力 L 維持不變, 則

$$\lim_{2b \rightarrow 0} \Gamma \cdot 2b = M \quad (2.4)$$

M 為一定數, 代入(2.3)式, 得

$$W = \frac{iM}{2\pi(z + iy)} = \frac{M(y + iz)}{2\pi(y^2 + z^2)} \quad (2.5)$$

(2.5) 式係一偶之複勢, 其強度為 M , 其偶軸沿 y 軸之負向。

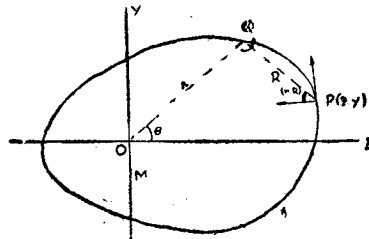


圖 2.2.

今設有一任意形狀之封閉式風洞 (圖 2.2), 有一飛機模型, 置於坐標之原點, 其翼展沿 z 軸置放。

當此模型之翼展極小時，則其於下流無窮遠處，垂直於風洞軸之任意平面上之流動，相當於一偶之流動。此偶之強度為

$$M = \lim_{2b \rightarrow 0} \Gamma \cdot 2b$$

其偶軸與翼展相垂直(圖 2.2)。

設將風洞之洞壁以一旋渦面 (Vortex Surface) 替代之，命 $\gamma(y, z)$ 為此旋渦面上沿 s 線每單位長度之強度，設此旋渦面對於洞內流動場之影響，適相當於洞壁之影響，則自 (1.5) 式，可知此旋渦面於洞壁上任意點 P ，所產生之垂直於洞壁之感應分速，與自原點之偶於同一點同方向之分速之和，應等於零。

命 n, t 為 P 點之切線與內法線方向(圖 2.2)，自 (2.5) 式，得原點之偶於 P 點沿法線方向之分速 V_n 為

$$V_n = \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{My}{2\pi(y^2+z^2)} \right] = - \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{Mz}{2\pi(y^2+z^2)} \right] \quad (2.6)$$

命 R 為洞壁上任意二點 P, Q 間之距離， (n, R) 為 PQ 線及於 P 點之法線 n 間之夾角，則沿洞壁之旋渦分布，於 P 點沿法線方向之分速為

$$- \oint_s \frac{\gamma}{2\pi R} \sin(n, R) ds \quad (2.7)$$

自(1.5)式，得

$$V_n = \oint_s \frac{\gamma}{2\pi R} \sin(n, R) ds \quad (2.8)$$

沿 s 線之旋渦分布，於原點 O 所產生之垂直於翼展之感應分速為

$$\Delta V_y = - \oint_s \frac{\gamma}{2\pi r} \cos \theta ds \quad (2.9)$$

又設上述之風洞，係開露式者，自 (1.13) 式，可知 s 線必係一等勢線。換言之，沿該線切線方向之分速應等於零。

若將於 O 點之模型，順時針向轉過 90 度，則其複勢應為

$$W = \frac{M}{2\pi(z+iy)} = \frac{M(z-iy)}{2\pi(z^2+y^2)} \quad (2.10)$$

其於 P 點沿切線方向之分速 V_t 為

$$V_t = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{Mz}{2\pi(z^2+y^2)} \right] = - \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{My}{2\pi(z^2+y^2)} \right] \quad (2.11)$$

今設將 s 線，以沿該線之源 (Source) 或匯 (Sink) 之分布替代之，則此源或匯之分布，沿切線方向 t 所產生之感應分速，與自原點之偶，於同一點沿同一方向之分速之和應等於零。換言之，即

$$V_t = \oint_s \frac{m}{2\pi R} \sin(n, R) ds \quad (2.12)$$

上式中

$$m = m(z, y)$$

為源或匯之分布單位長度之強度。

此源或匯之分布，於 O 點所產生之垂直於翼展之感應分速為

$$\Delta V_n = - \oint_s \frac{m}{2\pi r} \cos \theta ds \quad (2.13)$$

綜合以上兩種情形，若風洞之形狀不變，其式樣自封閉式變至開露式，並當模型順時針向轉過 90 度時，則於 s 線上之任意點 P ，

V_i 必等於 $-V_n$ (見(2.6)(2.11)兩式), 故

$$m = -\gamma \quad (2.14)$$

$$\Delta V_x = -\Delta V_y \quad (2.15)$$

自(2.14)(2.15)兩式, 得格氏定理如下: 一任意封閉式風洞, 對於一極小之飛機模型之感應作用, 與同樣之開露式風洞, 於同一飛機模型, 當該模型順時針向轉過 90 度後之感應作用, 大小相等, 而符號相反。

3. 風洞干涉因數

假定機翼上之升力, 係橢圓曲線分布, 其感應阻力係數 K_{D_i} 為

$$K_{D_i} = \frac{2K_L^2}{\pi R} = \frac{K_L^2}{2\pi b} S = \frac{K_L^2}{2} \frac{S}{S_0} \quad (3.1)$$

上式中 K_L 為升力係數, R 為形比, b 為翼展, S 為機翼面積, S_0 為以翼展為直徑之圓之面積。

同理, 若命由風洞干涉作用, 而產生之感應阻力係數 ΔK_{D_i} 為

$$\Delta K_{D_i} = \delta \frac{K_L^2}{C} S = \delta \cdot \frac{2S_0}{C} K_{D_i} \quad (3.2)$$

上式中 δ 為風洞之干涉因數 (Interference Factor), C 為風洞之截面積。

(3.2)式亦可以書作

$$\frac{\Delta D_i}{L} = \delta K_L \frac{S}{C} \quad (3.2a)$$

或

$$\Delta D_i = \delta \cdot \frac{2S_0}{C} D_i \quad (3.2b)$$

上式中, ΔD_i 爲因干涉作用而增加之阻力, L 爲飛機之升力, D_i 爲其感應阻力。

因干涉作用而產生之衝角之更動爲

$$\Delta \alpha_i = \frac{\Delta V_y}{U_0} = \frac{\Delta K_{D_i}}{L} = \delta \frac{S}{C} \cdot K_L \quad (3.3)$$

第二章 長方形風洞之干涉

1. 影像法

今設於 A, B 兩點，有兩旋渦，其循環為 $+\Gamma$ 及 $-\Gamma$ (圖 1.1)，於此兩旋渦之流動場中， AB 之垂直平分線，係一流線。又若於 A, B 兩點之旋渦，其循環均為 $-\Gamma$ ，或均為 $+\Gamma$ ，則 AB 之垂直平分線，係一等勢線(圖 1.2)。

反之，若有一旋渦 B ，於該旋渦之附近， CD 線係此流動場中之一流線(圖 1.1)或一等勢線(圖 1.2)。 CD 線對於旋渦 B 所產生之流動場之影響，相當於旋渦 A 之影響。故旋渦 A 謂之旋渦 B 對於 CD 線之影像 (Image)。

今設有與紙面相垂直之二尾隨旋渦線 A, B (圖 1.3)。同時命 CD 線為此流動場中之一流線，自圖 1.1 不難推知 $A(-\Gamma)$ ， $B(+\Gamma)$ 對於流線

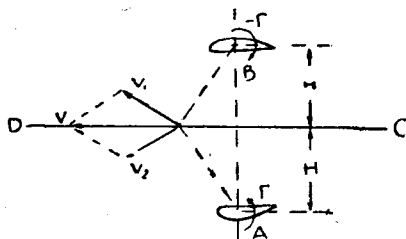


圖 1.1

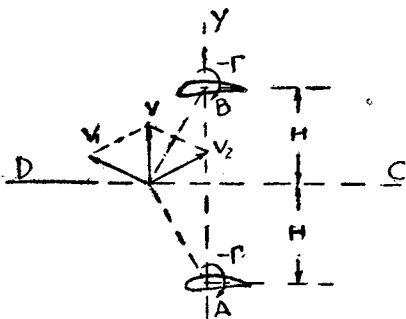


圖 1.2

CD 之影像為 $A'(+\Gamma)$, $B'(-\Gamma)$. A, A', B, B' 對於 CD 線, 互相對稱。

又若 CD 線為流動場中之一等勢線, 自圖 1.2, 可推知 $A(-\Gamma)$, $B(+\Gamma)$ 對於 CD 線之影像為 $A'(+\Gamma)$, $B'(-\Gamma)$ (圖 14)。

若於 A, B 二尾隨旋渦線附近, 有一與翼展相垂直之流線或等勢線, 其影像見圖 1.5 及圖 1.6。

若飛機模型 (以二尾隨旋渦線替代之) 置於二水平或二垂直之等勢線或流線之間, 其影像見圖 1.7 至圖 1.12. 圖中正號表示正放之飛機模型, 負號表示反放者。

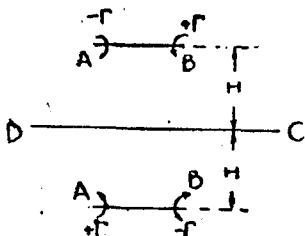


圖 1.3

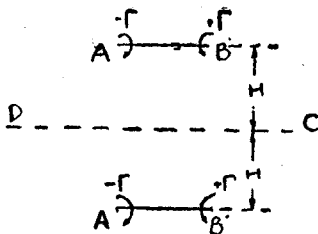


圖 1.4

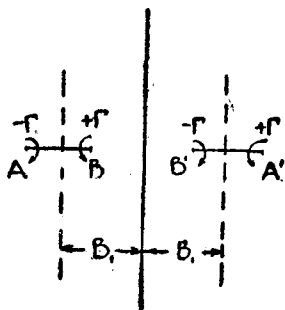


圖 1.5

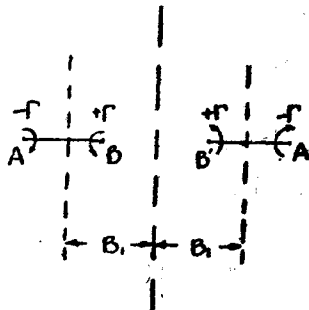


圖 1.6

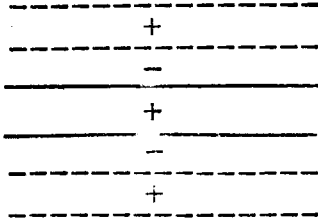


圖 1.7

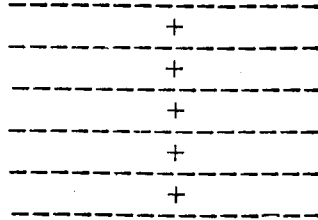


圖 1.8

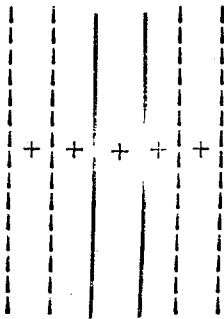


圖 1.9

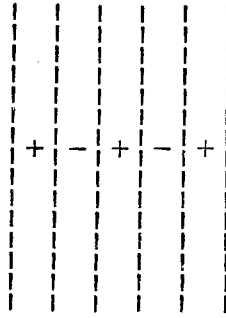


圖 1.10

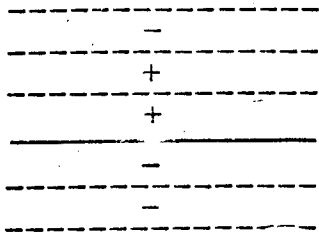


圖 1.11

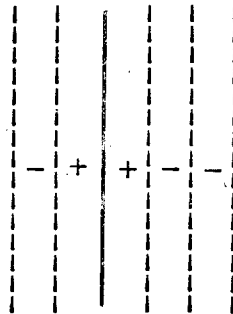


圖 1.12