“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

大学物理 上册

（第五版）

主　编　王纪龙　杨毅彪
副主编　崔彩娥　刘红利　贺晓宏

科学出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

大学物理

(第五版)

上册

主　编　王纪龙　杨毅彪

副主编　崔彩娥　刘红利　贺晓宏

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是在《大学物理(第四版)》基础上，根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》，按照21世纪人才培养模式的需要和课程体系、教学内容改革的要求编写而成的. 全书分为上、下两册，上册包括力学、振动和波动、热物理学；下册包括电磁学、光学和量子物理基础. 与本书配套的还有《大学物理(第五版)》电子教案.

本书可作为高等工科学校各专业和其他类院校非物理类专业本、专科学生的大学物理教材，也可用作成人教育的大学物理教材和教学参考书.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理(上册) / 王纪龙，杨毅彪主编. —5版. —北京：科学出版社，2016.1

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

ISBN 978-7-03-047102-4

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①王… ②杨… Ⅲ. 物理学-高等学校-教材 Ⅳ. O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第012072号

责任编辑：昌 盛 王 刚/责任校对：钟 洋

责任印制：霍 兵/封面设计：迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2002年2月第 一 版	2016年1月第 五 版
2003年1月第 二 版	开本：720×1000 1/16
2007年8月第 三 版	印张：18 3/4
2011年1月第 四 版	字数：378 000

2016年1月第二十一次印刷

定价：39.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

本教材自发行以来，深受广大师生的厚爱，并被多所院校选为教材或参考书. 根据广大教师与读者反映的情况和提出的建议，结合教学改革和精品课程建设的最新成果,并考虑了当前学生的实际,对原书的内容进行了进一步修订,形成了《大学物理(第五版)》.

《大学物理(第五版)》仍覆盖了《理工科类大学物理课程教学基本要求》中的所有核心内容. 修订中保持原有的风格和特点，包括重物理基础理论，重分析问题和解决问题能力的培养等. 在此基础上，为了提高学生的综合科学素养及学习兴趣，我们做了以下修订：

(1)结合学生的实际学习情况，将教材体系稍作调整，将原下册的振动与波动、狭义相对论调整到上册，原上册的电磁学调整到下册.

(2)引入数字化教学资源，在不过多增加教材篇幅和教学负担的情况下，通过扫描二维码的方式，获得动画、物理演示实验、视频等，拓展大学物理的教学内容.

(3)精选例题,加大了例题的数量,更注重了解题思路和方法的引导. 更换了近一半的习题，加强了贴近工程实际的习题类型.

(4)修改了若干知识内容的叙述，力求语言准确、简洁，提高可读性；同时增加和更换了部分插图和照片，力求版面的美化.

参加本书编写与修订的人员均为太原理工大学教师. 分工如下：蔡冬梅编写第 1 章；刘红利编写第 2 章、第 5 章、第 6 章；杨毅彪编写第 3 章；贺晓宏编写第 4 章；张彩霞编写第 5 章；崔彩娥编写第 8 章；黄平编写第 9、第 10 章、第 12 章；李孟春编写第 11、13 章；王丽平编写第 14 章；康爱国编写第 15 章；刘瑞平编写第 16、17 章及附录.王纪龙、杨毅彪、郝玉英、周希坚负责全书统校工作.

全书的数字资源由杨慧岩、张机源、郭竹远老师拍摄制作，在此深表感谢.

衷心感谢多年来使用并关心本教材的广大师生，并欢迎继续对本书中的不足或错误提出批评指正.

王纪龙

2015 年 12 月于太原

目　录

第二篇　机械振动和机械波

第三篇　热物理学

第一篇 力 学

力学是一门古老的学问. 在我国，公元前 5 世纪的《墨经》中已有关于杠杆原理的论述；在西方也可追溯到公元前 4 世纪亚里士多德关于力产生运动的论述. 但是力学作为一门科学理论的建立则已到了公元17 世纪. 公元16 世纪末至17 世纪初，伽利略用实验的方法发现了落体定律，其后牛顿提出了以他名字命名的三个运动定律和万有引力定律，从而奠定了古典力学的基础. 现在把以牛顿定律为基础的古典力学称为牛顿力学或经典力学. 经典力学理论是物理学中发展最早、最成熟的理论，它有严谨的理论体系和完备的研究方法，因而从建立到 20 世纪初，牛顿力学兴盛了约 300 年. 虽然在 20 世纪初发现了经典力学的局限性(局限于宏观物体的低速运动)，因而在宏观物体的高速领域建立了相对论，在微观物体的低速领域建立了量子力学. 但是在一般技术领域，更多的只涉及宏观低速问题，因此经典力学是各工程技术(包括机械、建筑、水利、造船、航空、航天等)的理论基础. 力学研究的对象是机械运动. 机械运动是指物体间或物体各部分之间相对位置的变化. 机械运动是存在于自然界中最普遍和最基本的运动形式. 力学中提出的许多物理概念和物理原理适用于整个物理学，所以经典力学也是物理学和自然科学的基础. 物体的运动总是在一定的空间和时间进行的，所以时空观问题也属于力学研究的范畴.

本篇共 4 章. 第 1 章质点运动学，主要研究质点运动的描述；第 2 章质点动力学，主要研究物体间的相互作用以及它们对物体运动的影响，着重介绍动量、角动量、能量等概念及相应的守恒定律；第 3 章刚体的转动，介绍刚体定轴转动的运动学和动力学问题；第 4 章狭

义相对论基础，介绍狭义相对论的基本原理和概念. 因为狭义相对论的时空观已成为现代物理的基础概念，而且与牛顿力学有紧密的联系，所以把狭义相对论与经典力学放在一起介绍给学生，这样更有利于学生对这部分内容的学习和理解.

考虑到中学物理已为学生打下良好的基础，为处理好与中学物理的衔接，这部分的第1、2章中，对中学已有的概念只做简单复习，而不做更多重复. 在处理问题上注重建立坐标系的训练和微积分及矢量运算的应用，这一思想广泛体现在教学内容和例题、习题中.

第 1 章　质点运动学

质点运动学侧重用几何学的观点研究质点机械运动状态随时间变化的关系. 本章主要内容为：位置矢量、位移、速度和加速度等基本概念及质点的曲线运动和相对运动等.

1.1　质点运动的描述

1.1.1　参考系　坐标系　质点

自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止不动的物体是不存在的. 运动是物质存在的形式，是物质的固有属性，运动和物质是不可分割的. 这就是**运动的绝对性**. 例如，在地面上相对静止的高楼都随地球一起以 $3.0 \times 10^4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$的速度绕太阳运动，而太阳又以 $3.0 \times 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的速度在银河系中运动. 但是，要描述一个物体的机械运动，必须选择另一个运动物体或几个虽在运动而相互间相对静止的物体作为参考，然后再研究这个运动物体是如何相对于参考物体运动的. 以上在描述物体运动时被选作参考的物体称为**参考系**.

在运动学中，参考系的选择是任意的. 在实际问题中，参考系选择既要考虑问题的性质和需要，又要力求使对运动的描述变得简单. 例如，确定交通车辆的位置时，可选择固定于地面的房子和路牌作为参考系. 这样的参考系通常叫**地面参考系**. 在实验室中确定某一物体的位置时，可选实验室的墙壁或固定的实验桌作参考系，这样的参考系就叫**实验室参考系**. 经验表明，对同一物体的运动选择不同的参考系，对物体运动描述的结果是不相同的. 例如，加速上升的升降机天花板上一松动螺钉的下落过程，以升降机为参考系，螺钉的初速为零，做加速下落的直线运动；以地面为参考系，螺钉以脱落时升降机速度为初速度做竖直上抛运动. 在不同参考系中，对同一物体的运动具有不同的描述，叫做**运动描述的相对性**. 运动描述的相对性表明，参考系的选择对描述一个物体的运动具有重要的意义. 在研究一个物体的运动时，必须明确地选择恰当的参考系，只有选定了参考系，运动的描述才有意义. 以后还会看到，凡是描述物体运动状态的物理量都具有相对性，如位置矢量、速度矢量等.

参考系选定之后，为了定量地描述一个物体相对于此参考系的位置，需在

此参考系上建立固定的坐标系. 常用坐标系有直角坐标系(x, y, z)、球坐标系(r, θ, φ)、极坐标系(r, θ)和柱坐标系(r, θ, z)等. 最常用的坐标系是笛卡儿直角坐标系. 坐标系与参考系固定在一起，因此指明坐标系也就指明了参考系.

任何物体都有一定的大小、形状和内部结构. 通常情况下，物体运动时，内部各点的运动情况经常是不同的，因此要精确描写一般物体的运动并不是一件简单的事. 为使问题简化，可以采用抽象的办法：如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用，或所起的作用可以忽略不计，就可以近似地把此物体看成一个没有大小和形状的理想物体，称为质点. 质点是一个理想化模型. 质点仍然是一个物体，它具有质量，同时已被抽象为一个几何点. 质点是实际物体在一定条件下的抽象.

理想化模型的引入在物理学中是一种常见的、重要的科学分析方法，在以后的课程中还将引入一系列理想模型，如刚体、理想气体、点电荷等. 把物体抽象为质点的方法具有很大的实际意义和理论价值. 例如，在天文学中把庞大的天体抽象为质点的方法已获得极大的成功. 理论上可以把整个物体看成由无数个质点所组成的质点系，从分析研究这些简单的质点入手，就可能把握整个物体的运动，所以质点运动是研究物体运动的基础. 物体抽象为质点需要注意：①同一个物体在一个问题中可以抽象为质点，在另一个问题中则不能简化为质点. 例如，研究地球绕太阳公转时，由于地球至太阳的平均距离(约 1.5×10^{8} km)比地球的半径(约为 6 370 km)大得多，地球上各点相对于太阳的运动可以看成是相同的，可以把地球当成质点；但研究地球自转时，地球上各点的运动情况大不相同，地球就不能当成质点处理了. ②注意区别质点与小物体. 物体再小(原子核的线度约为 10^{-15} m)也有大小、形状，而质点为一个几何点，它没有大小，在空间占有确切的位置.

1.1.2 时间、长度的测量

时间表征物质运动的持续性，反映物理事件变化的先后顺序性和持续性. 时间的测量主要是一个计数的过程. 凡是周期运动都可以用来度量时间. 远古时期，人类以太阳的东升西落表示天(日)，四季的循环表示年，月亮的盈亏表示农历的月. 公元前 2 世纪，地平日晷的发明，一天差 15 分钟；一千多年前的希腊和中国的北宋时期，能工巧匠们曾设计出水钟，精确到每日 10 分钟误差；六百多年前，机械钟问世，并将一日(昼夜)分为 24 小时；17 世纪，单摆用于机械钟，使计时精度提高近 100 倍；20 世纪 30 年代，石英晶体振荡器出现，对于精密的石英钟，三百年只差一秒……

时间的国际单位是秒(s). 1967 年，第 13 届国际计量大会决定：1 s 的时间间隔等于铯 133 原子基态两个超精细能级之间跃迁相对应的辐射周期的 9 192 631 770 倍，此标准时间称为原子时. 为描述物体的运动，把某一瞬时称为时刻，用 t 表示. 计时起点定义为 t=0 时刻，两个时刻间的时间间隔用 $\Delta t=t_2-t_1$ 表示，简称时间. 物体的运动描述中，时刻与物体的空间位置相对应，时间间隔与物体运动的空间位置变化相对应.

长度是空间的一个基本性质，空间表征物质运动的广延性. 三维空间中，物体的位置可由三个相互独立的坐标来描述. 空间中，任何两点间的距离称为长度. 任何长度的测量都是通过与一个长度基准比较来进行的. 米(m)是国际通用的计量单位，国际上对长度基准米的定义进行过三次正式规定.

1889 年，第 1 届国际计量大会通过米的定义：0 ℃时，保存在国际计量局中的铂铱米尺的两中间刻线间的距离. 用刻线间距离定义米存在着缺点，如刻线质量和材质稳定性等都会影响其尺寸稳定性和复现精确度的提高，而且一旦毁坏，就再也无法复现. 1950 年以后，由于同位素光谱光源的发展，出现了一些复现精确度高、单色性好的光源. 1960 年，第 11 届国际计量大会通过以“氪-86”的辐射光波长定义米：氪-86 原子在 $2P_{10}$ 和 $5d_1$ 能级之间跃迁时，所对应的辐射是真空中波长的 1 650 763.73 倍. 米在规定的物理条件下，在任何地点都可以复现，所以也称为自然基准的米，其复现精确度可达二亿五千万分之一. 1960 年激光出现，它具有良好的单色性和复现精确度. 1983 年第 17 届国际计量大会通过了现行米的定义：光在真空中经历 1/299 792 458 s 的时间间隔内所行进的路程长度. 按照这种定义，光速是一个固定常数，从而使长度标准和时间标准统一起来，并将长度测量的精度提高到与时间测量相同的精度.

1.1.3 位置矢量 位移

1. 位置矢量

空间任一点 P 的位置，在直角坐标系中可以用一组坐标(x, y, z)来表示，也可以从坐标原点 O 向 P 点引一个有方向的线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示，如图 1-1 所示. $\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量，简称位矢，也叫矢径.

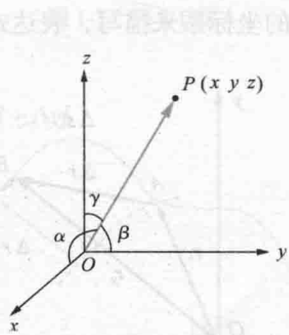

图 1-1 质点的位置表示

矢径的端点就是质点的位置，矢径在直角坐标系坐标轴上的投影分别是 x, y, z. 位置矢量可以表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

式中，$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ 分别为沿 x, y, z 轴的单位矢量，位置矢量的大小为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\ \cos\beta=\frac{y}{r},\ \cos\gamma=\frac{z}{r}$$

式中，α，β，γ 分别是矢径 $\boldsymbol{r}$ 与 x 轴、y 轴和 z 轴之间的夹角.

质点运动时，质点的空间位置随时间的变换关系可以用矢径或坐标表示为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

该函数为质点的运动方程. 运动方程也可以表示成

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t) \tag{1.2}$$

当质点在 Oxy 平面内运动时，式(1.2)简化为

$$x=x(t),\quad y=y(t)$$

知道了运动方程，质点的整个运动情况也就清楚了，所以运动学的主要任务之一就是根据各种问题的具体条件，求解质点的运动方程.

运动质点在空间所经过的轨迹称为轨道. 轨道为直线的运动，称为直线运动；轨道为曲线的运动，称为曲线运动. 从式(1.2)中消去时间 t 后可得质点的轨道方程. 例如，一运动质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=a\cos\omega \boldsymbol{i}+a\sin\omega \boldsymbol{j}$$

由 $x=a\cos\omega t$，$y=a\sin\omega t$ 消去 t 便得其轨道方程为

$$x^2+y^2=a^2$$

位置矢量具有大小、方向，服从矢量加法. 位置矢量具有瞬时性，质点在运动过程中，不同时刻的位置矢量不同，也就是说，位置矢量所描述的是质点在某一时刻的位置. 位置矢量具有相对性，运动质点在某一空间的位置用不同的坐标系来描写，表达式是不一样的.

式(1.1)表明：质点的实际运动是各分运动的矢量合成，这个由空间的几何性质所决定的各分运动和实际运动的关系叫运动的叠加(或合成)原理.

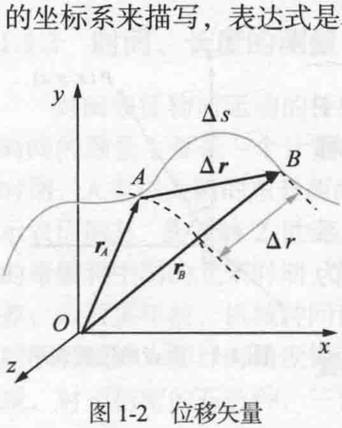

图 1-2　位移矢量

2. 位移

设曲线 AB 是质点运动轨道的一部分，如图 1-2 所示. t 时刻质点在 A 点处，$t+\Delta t$ 时刻质点到达 B 点处. A、B 两点的位置分别由矢径 $\boldsymbol{r}_A$、$\boldsymbol{r}_B$ 来表示，在 Δt 时间内，质点位置的变化可用 A 到 B 的有向线段 AB 来表示，称为质点的位移.

显然

$$\overline{AB} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \Delta \boldsymbol{r} \tag{1.3}$$

其中 $\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A$ 表示矢径 $\boldsymbol{r}$ 在 Δt 时间内的增量，用 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示. $\Delta \boldsymbol{r}$ 为质点在 $t\sim t+\Delta t$ 这一段时间内的位移.

应该注意：

(1) 位移表示质点位置的改变，并非质点所经历的路程. 如图 1-2 所示，$\Delta \boldsymbol{r}$ 为矢量，它的量值 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 即割线 AB 的长度，而路程 Δs 是标量，即曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度. 只有在时间 Δt 趋近于零时，Δs 和 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 方可视为相等. 即使在直线运动中，位移和路程也是两个截然不同的概念.

(2) $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 不等于 Δr. $\Delta r = r(t+\Delta t) - r(t)$，它反映 Δt 时间内质点相对于原点的径向长度变化. 一般地说，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$，如图 1-2 所示.

(3) 位置矢量和位移在量值上都表示长度，常用单位为米(m)、千米(km) 和厘米(cm).

例 1-1　汽车向东行驶 5 km，又向南行驶 4 km，再向西行驶 2 km，求汽车合位移的方向和大小.

解　取向东为 x 轴正方向，向北为 y 轴正方向，建立坐标系，如图 1-3 所示，则

第一位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}_1$ 有

$$\Delta x_1 = 5\ \text{km},\quad \Delta y_1 = 0$$

第二位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}_2$ 有

$$\Delta x_2 = 0,\quad \Delta y_2 = -4\ \text{km}$$

第三位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}_3$ 有

$$\Delta x_3 = -2\ \text{km},\quad \Delta y_3 = 0$$

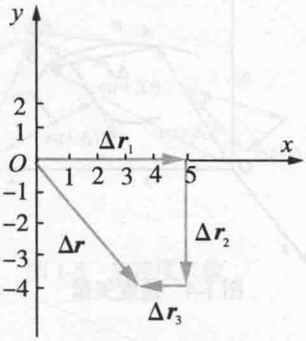

图 1-3　例 1-1 题

由位移定义得

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j}$$

此处

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 3\ \text{km}$$

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 = -4\ \text{km}$$

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 5\ \text{km}$$

合位移与 x 轴的夹角为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \arctan(-4/3) = -53.1^{\circ}$$

1.1.4 速度 加速度

1. 速度

位移$\Delta \boldsymbol{r}$和发生这段位移所经历的时间Δt的比，就是质点在这一段时间内的平均速度. 以$\overline{\boldsymbol{v}}$表示平均速度，则

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.4}$$

平均速度是矢量，它的方向就是位移的方向.

平均速度只反映质点位置在Δt时间内的平均变化情况，并不能反映该时间间隔内质点运动变化的快慢和方向的细致变化. 要仔细描述质点的运动情况，就需要考虑比较短的时间内的运动情况. 时间越短，对运动的描述就越准确.

当Δt趋于零时，式(1.4)的极限，即质点位置矢量对时间的变化率，称为质点在时刻 t 的瞬时速度，也称即时速度，简称速度. 用$\boldsymbol{v}$表示速度，则

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

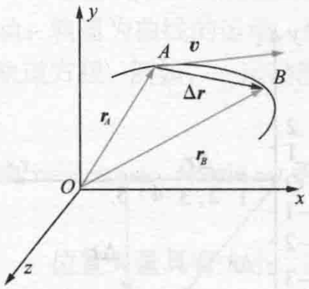

图 1-4 速度矢量

速度为矢量，速度的方向就是Δt趋于零时$\Delta \boldsymbol{r}$的方向，如图 1-4 所示，即质点运动轨道在 A 点的切线方向. 因此，质点在 t 时刻的速度方向就是沿着该时刻质点所在处运动轨道的切线，指向运动的前方.

速度的大小叫速率，以v表示，则有

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \tag{1.6}$$

若以Δs表示在Δt时间内质点沿轨道所经过的路程，当Δt趋于零时，$|\Delta \boldsymbol{r}| = \Delta s$，由此可得

$$v = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

上式表明速率的大小等于质点所走过的路程对时间的变化率. 一般地

$$v=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

将式(1.1)代入式(1.5)，由于 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 不随时间改变，所以有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1.8}$$

速度沿三个坐标轴的分量 v_x、v_y、v_z 分别为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1.9}$$

速度的大小为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1.10}$$

速度是矢量，既有大小又有方向，服从矢量加法；速率是标量，只有大小没有方向. 速度是描述质点运动状态的物理量，对于不同的参考系，质点速度的大小、方向是不同的，速度具有相对性. 在国际单位制即 SI 制中，速度的单位是米·秒$^{-1}$(m·s^{-1}).

一些物体运动速度的大小：如光在真空中速度为 3.0×10^8 m·s^{-1}，北京正负电子对撞机中电子速度为 0.999 999 98 倍的光速，空气中声速(0 ℃)为 3.3×10^2 m·s^{-1}，人跑步(最大)速度约为 11 m·s^{-1}.

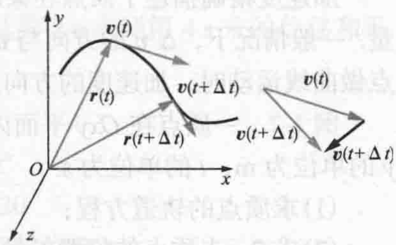

图 1-5 加速度矢量

2. 加速度

在变速运动中，质点的运动速度是随时间变化的，而质点速度的变化情况要用加速度来表示.

若以 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$ 分别表示质点在 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻的速度，如图 1-5 所示，则在这段时间内的平均加速度 $\overline{\boldsymbol{a}}$ 为

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.11}$$

当 Δt 趋于零时，此平均加速度的极限即速度对时间的变化率，称为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称加速度. 以 $\boldsymbol{a}$ 表示加速度，则有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1.12}$$

加速度是矢量，是速度对时间的变化率. 因此，不论是速度的大小发生变

化，或者是速度的方向发生变化，或者是速度的大小和方向同时发生变化，都有加速度.

把式(1.5)代入式(1.12)得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.13}$$

把式(1.8)代入式(1.12)得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.14}$$

加速度沿三个坐标轴的分量分别为

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},\quad a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.15}$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1.16}$$

加速度的单位是米 · 秒$^{-2}$(m · s^{-2}).

加速度精确描述了质点在某时刻或某位置速度随时间的变化率，它也是矢量. 一般情况下，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向与 $\boldsymbol{v}$ 的方向不一致，$\boldsymbol{a}$ 的方向不同于 $\boldsymbol{v}$ 的方向. 质点做曲线运动时，加速度的方向总是指向曲线的凹侧.

例 1-2　一质点在 Oxy 平面内运动，其运动方程为 $x=4t$，$y=6-2t^2$，式中 x，y 的单位为 m，t 的单位为 s.

(1)求质点的轨道方程；

(2)求 2 s 末质点的位置矢量、速度和加速度；

(3)在什么时刻质点的位置矢量和速度矢量相互垂直?

(4)在什么时刻质点离原点最近？其距离是多少?

解　(1)由运动方程 $x=4t$ 和 $y=6-2t^2$ 消去 t 得到轨道方程为

$$y=6-2t^2=6-2\times\frac{x^2}{16}=6-\frac{x^2}{8}$$

(2)位置矢量 $\boldsymbol{r}=4t\boldsymbol{i}+(6-2t^2)\boldsymbol{j}$，第 2 s 末位置矢量为

$$\boldsymbol{r}(2)=8\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$$

速度矢量 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=4\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$，第 2s 末速度为

$$\boldsymbol{v}(2)=4\boldsymbol{i}-8\boldsymbol{j}$$