# 多变量反馈的准传统方法

洪仰三　A. G. J. 麦克法兰 著

科　学　出　版　社

# 多变量反馈的准传统方法

洪仰三　A. G. J. 麦克法兰 著

吴　麒 译

科　学　出　版　社

1 9 8 7

## 内 容 简 介

本书以传递函数矩阵的奇异值分解为手段，全面地研究了多变量控制系统的分析、综合和设计问题，特别是鲁棒性问题．得出了新的设计方法——反标架规范化方法，其特点是可以同时考虑控制系统的稳定性、静态和动态性能，特别是鲁棒性，所以有很高的理论价值和实用意义．本书是多变量控制理论权威之一麦克法兰八十年代初期工作的代表作，也是国外多变量频率域控制理论的一部最新著作．

为了帮助更多读者克服数学困难，顺利阅读本书，译者特将若干必需的数学知识编成一个三万字的附录，为读者提供了“台阶”．因此，本书可供具有大学水平的从事控制理论和控制工程工作的科学家、工程师、教师、研究生和高年级本科大学生阅读．

Y. S. Hung, A. G. J. MacFarlane
MULTIVARIABLE FEEDBACK: A QUASI-CLASSICAL APPROACH
(*Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 40)
Springer-Verlag, 1982

**多变量反馈的准传统方法**
洪仰三　A. G. J. 麦克法兰 著
吴 麒 译
责任编辑 李淑兰
科学出版社 出版
北京朝阳门内大街137号
中国科学院印刷厂 印刷
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
•
1987年8月第 一 版　开本：787×1092　1/32
1987年8月第一次印刷　印张：9 5/8
印数：0001—2,700　字数：212,000
统一书号：15031·830
本社书号：4966·15-8
**定价：2.30元**

# 译者序

从事控制理论和控制工程的人们没有不熟悉单变量频率域控制理论的，但是熟悉多变量频率域控制理论的就少得多．近年来，基于状态空间概念的时间域控制理论在我国受到极大重视，迅速改变了十年动乱期间我国在控制理论方面与世隔绝的状况．但是对于国外在频率域控制理论上的新成就至今还介绍得很不够．不但青年学生不了解，就是中级以上的科学家和工程师也知之不多．这种不平衡的状态，加上时间域控制理论在许多方面获得巨大的成绩，使一部分人产生了一种错觉，以为频率域控制理论已经“过时”，甚至将被“淘汰”.如果回顾一百年来控制理论历史上，时间域学派与频率域学派平行发展，互相启发与补充的事实，就可以看出上述认识是片面的，短视的．频率域控制理论的物理概念清楚，对参数误差相对不敏感，设计过程直观等优点使它保持着生命力，并吸引着学者们努力把它发展成多变量的理论．在这方面，英国的学者做了特别值得注意的卓有成效的工作．译者把本书介绍给我国读者，意在促进我国同行对于多变量频率域控制理论的注意，吸收和发展，为我国科学技术的进步作出贡献．

本书是以洪仲三在麦克法兰指导下作的博士学位论文为基础撰写的．洪仲三现在英国色瑞大学（University of Surrey）执教．麦克法兰则是英国皇家学会会员，英国剑桥大学（University of Cambridge）教授，当前英国控制理论学派主要代表人物之一．

本书超越了麦克法兰于1973年创立的特征轨迹方法，采用新的指导思想和数学工具，全面讨论了多变量控制系统的分析、综合与设计问题，而对于鲁棒性问题给予了特别的注意。本书有以下特点。

1. 本书以传递函数矩阵的奇异值分解代替特征值分解。奇异值分解引入控制理论，始于1979年。它的优越性在国外控制界已得到普遍承认。但系统地讨论这个问题的书，本书还是第一本。由于使用了奇异值分解，不但把研究范围扩大到输入量与输出量数目不相等的情形，而且为研究控制系统的鲁棒性提供了有力的手段。

2. 本书指出了规范矩阵在改进控制系统性能方面的重要意义，并且进一步提出了定量地描述规范性的指标。把这些与标架配正的概念相结合，就得出一种量度和改进系统鲁棒性的办法。

3. 以规范矩阵为基准，本书提出了一种新的矩阵分解——准 Nyquist 分解，并表示为准 Nyquist 轨迹。这就使系统的特性可以用类似传统频率域控制理论的形式来图示、评价和处理，并便于用计算机辅助分析和设计。

4. 在以上各点的基础上，本书提出了新的控制系统设计方法——反标架规范化控制器。这种方法的优点是能同时兼顾系统的稳定性、静态和动态性能，特别是鲁棒性。作为一般的特征，这是过去的设计方法难以做到的。

此外，本书还探索了用最小二乘方法拟合控制器矩阵的可能性和可取性，还用一个章的篇幅以实例说明了新理论的实际应用。

可以说，本书描述的是多变量频率域控制理论的一项完整的新成果。它是麦克法兰学派八十年代初期工作的代表作。麦克法兰和他的一些助手目前还在本书开辟的方向上继

续工作，以求取得更好的成绩.

为了在我国加速发展控制理论，译者认为，必须向最广大范围的读者介绍国外的新成就和新动向，而不能只局限于少数高级和中级的科学家. 但是这方面的著作用到的数学工具往往很深，致使工程技术界的许多同行，特别是刚从工科大学毕业的大批青年同行望洋兴叹. 本书也有同样的情形. 为了帮助只具有普通数学水平的读者克服数学困难，顺利阅读本书，尽快掌握国外控制理论的新成就，译者不揣浅陋，特将工科大学本科生数学课程不包含而又为阅读本书所必需的一些数学知识编写成一个附录（附录 G），附于书末，为读者提供一个“台阶”.

一本书的译者为所译的书写长篇的附录，是少见的. 何况本书译者并不是数学家，严格说本没有资格写这样的附录. 为了帮助更多读者攀登科技之山，以利于我国的社会主义现代化事业，译者勉力做了这一未必成功的尝试. 对于这个附录的一切毛病，不但欢迎批评纠正，更希望读者只把它看作“台阶”上的裂纹，跨过去，直接进入控制理论新成就的殿堂. 对于这本书，也希望读者持这样的态度.

在本书的翻译过程中，译者得到高黛陵，王幼毅的许多支持和帮助. 王幼毅不但誊写了全书译稿，而且指出了初稿中的一些疏漏错误. 译者向他们致谢.

译　者

1985年 9 月

# 为中译本写的序

频率响应方法本来是针对单输入单输出系统研究出来的，目的是以信号传播的观点来研究系统的动态性状问题，特别是在实验测量的基础上给出一种方法来描述系统加反馈后的性状.现今计算机辅助设计技术的发展,已经显示了诸如Nyquist 图和根轨迹图这些由计算机提供的提示对于发展频率响应设计技术的重要作用. 因而，把频率响应方法扩充到多变量情形也就更加重要了. 最初这方面的工作是集中于推广有关稳定性的关键成果，从而产生了广义 Nyquist-Bode 技术和广义根轨迹技术. 然而这些推广并没有全面解决多变量反馈的问题. 为要获得更全面的描述，就必须采用以奇异值为基础的技术. 奇异值能精确地表征增益的性状，因而能准确地描述动态性能. 同时还看出，奇异值在表征鲁棒性方面很有用处，也就是说，在研究经受参数摄动的能力方面很有用处.

本书叙述的内容旨在显示各种奇异值技术可以加以发展，以适应多变量反馈系统的分析和设计. 这个译本使更多读者能读到本书，我对此感到很高兴. 我希望本书能促进进一步发展多变量反馈理论这一重要题目的兴趣.

A.G.J　麦克法兰

1985 年 10 月 30 日

英国剑桥

# 志　谢

英国科学与工程研究委员会为本书中所述的研究工作提供了计算设备，著者谨志谢意．著者感谢 Malcolm Smith 博士通读手稿并提出有益意见．

洪仰三

A.G.J. 麦克法兰

# 符号表

本书中常用的符号列表如下[*]。

$a:=b$　表示将 $a$ 定义为 $b$，或 $a$ 表示 $b$。

$\mathbf{R}$，$\mathbf{C}:=$（分别为）实数域和复数域.

$\mathbf{C}_+:=\{z\in\mathbf{C}\,|\,\mathrm{Re}z\geqslant 0\}$，闭右半平面.

$\mathbf{C}_-:=\{z\in\mathbf{C}\,|\,\mathrm{Re}z\leqslant 0\}$，闭左半平面

$\mathbf{C}_+^*:=\mathbf{C}_+-\{0\}$.

$D(c;\ r):=\{z\in\mathbf{C}\,|\,|z-c|\leqslant r\}$，圆心在 $c$、半径为 $r$ 的闭圆.

对于任意$\Omega\subset\mathbf{C}$，

$\Omega^\circ:=\Omega$的内点的集合，例如 $\mathbf{C}^\circ_+$表示开右半平面.

对于 $z\in\mathbf{C}$，

$|z|:=z$ 的模（或幅）.

$\angle z$，$\arg z:=z$ 的幅角.

$\mathrm{Re}z$，$\mathrm{Im}z:=$（分别为）$z$ 的实部和虚部.

$\bar{z}:=z$ 的复共轭量

$\mathbf{R}[s]:=$系数在 $\mathbf{R}$ 中的 $s$ 的多项式环.

$\mathbf{R}(s)$，$\mathbf{C}(s):=$（分别为）系数在 $\mathbf{R}$，$\mathbf{C}$ 中的 $s$ 的有理函数域.

$\mathbf{R}_p(s):=\{g(s)\in\mathbf{R}(s)|\lim\limits_{s\to\infty}|g(s)|<\infty\}$，真有理函数集.

$\mathbf{R}_{sp}(s):=\{g(s)\in\mathbf{R}(s)|\lim\limits_{s\to\infty}|g(s)|=0\}$，严格真有理函数集.

设 $\mathbf{F}$ 是$\mathbf{R}$，$\mathbf{C}$，$\mathbf{R}[s]$，$\mathbf{R}(s)$，$\mathbf{C}(s)$，$\mathbf{R}_p(s)$或 $\mathbf{R}_{sp}(s)$中的任何一种，则

$\mathbf{F}^{m\times l}:=$诸元在 $\mathbf{F}$ 中的 $m\times l$ 矩阵的集合.

$\mathbf{F}^n:=$在某一域上的 $n\times 1$ 列向量的向量空间，列向量的诸分量

---

*）某些符号在译文中已改用汉语表达，此处略去. ——译者注

在$\mathbf{F}$中

设$M\in\mathbf{F}^{m\times l}$，其中$\mathbf{F}=\mathbf{R}$或$\mathbf{C}$，则

$m_{ij}:=M$的第$(i,\ j)$元，本书也写作$M=(m_{ij})$.

$\lambda(M):=M$的谱（特征值的集合）.

$\sigma(M):=M$的奇异值的集合.

$\sigma_{\max}(M):=\max\sigma(M)$，$M$的最大奇异值.

$\sigma_{\min}(M):=\min\sigma(M)$，$M$的最小奇异值.

$M^T:=M$的转置.

$M^*:=M$的共轭转置.

$M^+:=M$的 Moore-Penrose 逆.

$|M|:=(x_{ij})$，其中$x_{ij}=|m_{ij}|$.

$\arg M:=(x_{ij})$，其中$x_{ij}=\arg m_{ij}$.

$\mathscr{R}(M):=\{Mx|\ x\in\mathbf{F}^l\}$，$M$的诸列的秩空间.

$\mathscr{N}(M):=\{x\in\mathbf{F}^l\ |\ Mx=0\}$，$M$的右化零空间.

$\mathrm{Tr}(M):=\sum\limits_{i=1}^{m}m_{ii}$，如果$M$是方的，即是$M$的迹.

$\|M\|:=[\mathrm{Tr}(M^*M)]^{1/2}=\left(\sum\limits_{j=1}^{l}\sum\limits_{i=1}^{m}|m_{ij}|^2\right)^{1/2}$，$M$的Frobenius范数.

$\|M\|_2:=\sigma_{\max}(M)$，$M$的谱范数.

对于任意$W\in\mathbf{F}^{m\times l}$，本书按逐元加权的方式定义加权Frobenius范数

$$\|M\|_W:=\left(\sum_{j=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}|w_{ij}|\ |m_{ij}|^2\right)^{1/2}.$$

对于任意的另一矩阵$N\in\mathbf{F}^{r\times s}$，

$$M\otimes N:=\begin{bmatrix} m_{11}N & \cdots & m_{1m}N \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{l1}N & \cdots & m_{lm}N \end{bmatrix}，M与N的\text{Kronecker}积.$$

$I_m:=m\times m$单位矩阵.

$\mathbf{1}_m:=m\times m$矩阵，所有元均为1.

设$u\in\mathbf{F}^l$，其中$\mathbf{F}=\mathbf{R}$或$\mathbf{C}$，则

$\|u\|:=(u^*u)^{1/2}=\left(\sum\limits_{i=1}^{l}|u_i|^2\right)^{1/2}$，Euclid 向量范数*).

*）原书误为$(\Sigma\ u_{ij}|^2)^{1/2}$. ——译者注

设$W=P^*P\in\mathbf{C}^{l\times l}$是一个Hermite正定（权）矩阵，则

$\|u\|_W:=\|Pu\|=(u^*Wu)^{1/2}$，加权Euclid向量范数。

设$V\in\mathbf{F}^{l\times t}(t<l)$的各列是$\mathbf{F}^l$的一个子空间的一个基，则

$V^\perp\in\mathbf{F}^{(l-t)\times l}$，且其各列形成$\mathscr{R}(V)$的正交补的一个基.

$P_V:=VV^+$，在$\mathscr{R}(V)$上的正交投影.

$P_V^\perp:=I-P_V=V^\perp V^{\perp+}$，在$\mathscr{R}(V^\perp)$上的正交投影.

对于$p(s)\in\mathbf{R}[s]$，$P(s)\in\mathbf{R}[s]^{m\times l}$，则

$\deg p(s)$:＝多项式$p(s)$的次数

$\deg[\mathrm{row}_i(P(s))]:=P(s)$的第$i$行中诸多项式的最高次数.

$\mathrm{diag}(d_i)_{i=1}^n$:＝对角线上诸元为$d_1,\ \cdots,\ d_n$的$n\times n$对角矩阵；也写作$\mathrm{diag}(d_1,\ \cdots,\ d_n)$或$\mathrm{diag}(d_i)$

$p\text{-}\mathrm{diag}(d_i)_{i=1}^n$:＝主对角线上诸元为$d_1,\ \cdots,\ d_n$的伪对角矩阵.

设$\Omega\subset\mathbf{C}$，$f(s)\in\mathbf{R}(s)$，而$G(s)\in\mathbf{R}(s)^{m\times l}$，则

$\#Z(f(s),\ \Omega):=f(s)$在$\Omega$中的零点数（计入重数）.

$\#\mathrm{P}(f(s),\ \Omega):=f(s)$在$\Omega$中的极点数（计入重数）.

$\#\mathrm{SMZ}(G(s),\ \Omega):=G(s)$在$\Omega$中的Smith-McMillan零点数.

$\#\mathrm{SMP}(G(s),\ \Omega):=G(s)$在$\Omega$中的Smith-McMillan极点数.

$\#\mathrm{IZ}(G(s)):=G(s)$的无穷远零点数（计入重数）

设$\gamma$为C中一条或有限多条闭曲线，则

$\#\mathrm{E}(\gamma,\ a):=\gamma$包围点$a$的周数（本书以反时针方向为正）.

$D_{\mathrm{NYQ}}$表示Nyquist $D$围线，§1.2.

MS(·)表示斜度，§1.6.

GL($n$, C) 表示一般线性群，§2.1.

U($n$) 表示酉群，§2.1.

SU($n$) 表示特殊酉群，§2.1.

m($G$) 表示$G$的标架失配量，§3.1.

TPC($G$(s)) 表示$G$(s)的特征增益轨迹的相角变化总量 §4.6.

$f\circ g$ 表示两函数的积，$f$在$g$之后.

# 略语表[*]

AIRC　飞机动态特性模型，附录 F.

AUTM　汽车燃气轮机模型，附录C.

CGL，CGL$i$　特征增益轨迹及其第 $i$ 支，§1.2.

CVD　特征值分解.

CLTM　闭环传递矩阵，§4.3.2.

GMI　增益储备区间，§4.4.

NSRE　非方形的化学反应塔模型，附录D.

PD　极分解，§1.5.

PGD　参数群分解，§2.1.

PGL，PGL$i$　参数群轨迹及其第 $i$ 支，§2.3.

PMI　相角储备区间，§4.4.

QND　准 Nyquist 分解，§3.3.

QNL，QNL$i$　准 Nyquist 轨迹及其第 $i$ 支，§3.5.

REAC　化学反应塔模型，附录D.

RFN　反标架规范化.

SVD　奇异值分解，§1.3.

STD　Schur 三角分解，§1.6.

TGEN　涡轮发电机模型，附录E.

---

*）某些略语在译文中已改用汉语表达，此处略去.——译者注

# 目　录


译者序 …… i

为中译本写的序 …… v

志谢 …… vi

符号表 …… vii

略语表 …… x

引言 …… 1

第一章　奇异值分解，特征值分解与极分解 …… 5

§1.1　系统的描述与反馈结构 …… 5

§1.2　特征增益轨迹与广义 Nyquist 稳定判据 …… 7

§1.3　奇异值分解（SVD） …… 9

§1.4　连续的矩阵函数的奇异值分解 …… 13

§1.5　极分解（PD） …… 15

§1.6　规范性与谱敏感性 …… 17

第二章　用参数群分解生成 Nyquist 型轨迹 …… 20

§2.1　一些矩阵群和它们的参数表示 …… 21

§2.2　矩阵群的维数 …… 25

§2.3　Nyquist 型轨迹——参数群轨迹（PG轨迹） …… 26

§2.4　参数群分解与规范性之间的关系 …… 34

§2.5　高阶矩阵群的参数表示 …… 38

§2.6　参数群分解的一个缺点 …… 39

第三章　配正，规范性与准 Nyquist 轨迹 …… 41

§3.1　标架配正与规范性 …… 41

§3.2　斜性与失配的关系 …… 46

§3.3　准 Nyquist 分解（QND） …… 47

§3.4　特征值的界与准 Nyquist 分解 …… 49

§3.5　准 Nyquist 轨迹（QNL） …… 53

§3.6 在 $s=0$ 或∞处标准化 ……62
§3.6.1 在 $s=0$ 处标准化 ……62
§3.6.2 在 $s=\infty$ 处标准化……63
§3.7 在一个关键频率上对角化 ……67
第四章 准传统设计方法……86
§4.1 计算机辅助设计控制系统 ……86
§4.2 稳定性 ……88
§4.3 动态性能 ……89
§4.3.1 反标架规范化（RFN）控制器……90
§4.3.2 交连 ……92
§4.3.3 跟踪精度和拒斥扰动 ……94
§4.4 鲁棒性 ……95
§4.5 鲁棒性与反标架规范化（RFN）…… 101
§4.6 相容条件 …… 103
§4.7 对希望的补偿后的系统提出要求 …… 106
第五章 用线性最小二乘拟合计算补偿器的分子矩阵…… 111
§5.1 反标架规范化设计法 …… 111
§5.2 线性最小二乘问题的某些结果 …… 114
§5.3 前置补偿器分子矩阵的计算 …… 117
§5.4 举例 …… 119
第六章 用非线性最小二乘拟合计算补偿器 …… 130
§6.1 问题的提法 …… 131
§6.2 变量可分离的最小二乘问题 …… 135
§6.3 举例 …… 138
第七章 设计技术举例 …… 147
§7.1 涡轮发电机组设计举例 …… 147
§7.2 非方形系统 …… 159
§7.2.1 输入量比输出量多的系统 …… 160
§7.2.2 输出量比输入量多的系统 …… 161

§7.3 输出量比输入量多的系统设计举例 …………… 166
§7.4 总结 ………………………………………… 194
附录 A 有理矩阵奇异值的解析性质 ……………… 196
附录 B 命题 3.2.1，命题 3.3.1，命题 4.5.1 和定理 4.6.2 的证明 ……………… 203
附录 C AUTM 系统 ……………………………… 212
附录 D NSRE 系统和 REAC 系统 ………………… 215
附录 E TGEN 系统……………………………… 217
附录 F AIRC 系统……………………………… 220
附录 G 一些补充数学知识 ……………………… 223
参考文献 ……………………………………… 276
文献目录 ……………………………………… 280
索引…………………………………………… 285

# 引　言

本书的目的是论述线性多变量反馈系统的一种计算机辅助分析方法和设计方法．这种方法具有下列特点．

（1）尽可能保留了反馈系统传统的频率响应研究方法的精华，即通过安排增益和相角来争取获得所要求的稳定性和动态性能等目标．

（2）把动态性能，稳定性和鲁棒性与增益/相角分解联系起来．这样做的基础是系统地使用奇异值．原因详下．

（3）综合控制器的方法是使用最小二乘法计算出近似于“理想”的控制器，所以，细致的参数调节和整定全部由计算机按照设计者所规定的要求来实现．

（4）输入量和输出量数目不相等的对象也可照样处理．

设计者在规定他所要求的反馈控制系统性状时，主要是考虑三个方面的要求：稳定性，动态性能和鲁棒性．鲁棒性是指当对象在一定范围内变化时在某种程度上保持稳定性和动态性能的能力．稳定性可以用广义 Nyquist 稳定判据和与之相结合的广义根轨迹法来研究〔MAC1〕〔POS1〕．然而，广义 Nyquist 图虽然能对闭环稳定性作出准确判断，但却不能对闭环动态性能作出充分的描述．这是因为，除非特征向量恰好构成正交组，否则特征值就不能很好地描述一个算子的增益性状．作为一个例子，下面这个传递函数矩阵

$$G(s)=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{10^{27}}{(s+1)} & 0 \end{bmatrix}$$

的两个特征增益对于一切 $s$ 值都恒为零〔MAC1〕〔POS1〕，但在某些输入下它显然有很大的增益．由于这个原因，把算子作特征分解对于研究反馈系统的动态性能并不十分相宜；需要对算子作另外一种形式的分解，这种分解应当更加适合于准确描述增益的性状．算子的奇异值就符合这样一种分解的要求，这也就很自然地使奇异值分解在反馈系统的分析和设计中发挥出重要的作用〔MAC3〕〔DOY〕．由于奇异值在描述鲁棒性方面起关键性的作用〔DOY〕，所以它的用途就更大了．

本书所述的线性反馈控制系统的研究方法是以三种形式的算子分解的性质以及它们之间的关系作为基础的．这三种分解是：奇异值分解（SVD），特征值分解（CVD）和极分解（PD）．对于输入量和输出量数目相等的系统，其算子的所有三种分解都存在；但更一般的算子则只有奇异值分解和极分解．对于方形系统的情况，即输入量与输出量数目相等的情况，只要仔细研究各种形式的分解之间的联系，就能把我们所建立的闭环反馈系统中那些必然与“方形”算子相联系的性质，引伸到对于一般的（非方形）对象的描述．如果算子是规范的，也就是说，如果它的特征向量标架是正交的，那么它的三种分解之间的关系就具有特别简洁的形式．不规范的算子称为斜的，可以证明，算子是斜的会对反馈系统的性状有某些不良的影响．特别，如果算子是斜的，而稳定储备又不足，则鲁棒性就更差．所以，在设计反馈系统的过程中，我们总是力争达到近似的规范性．这样，规范系统及其性质对于这里所说的反馈系统准传统研究方法的提出和