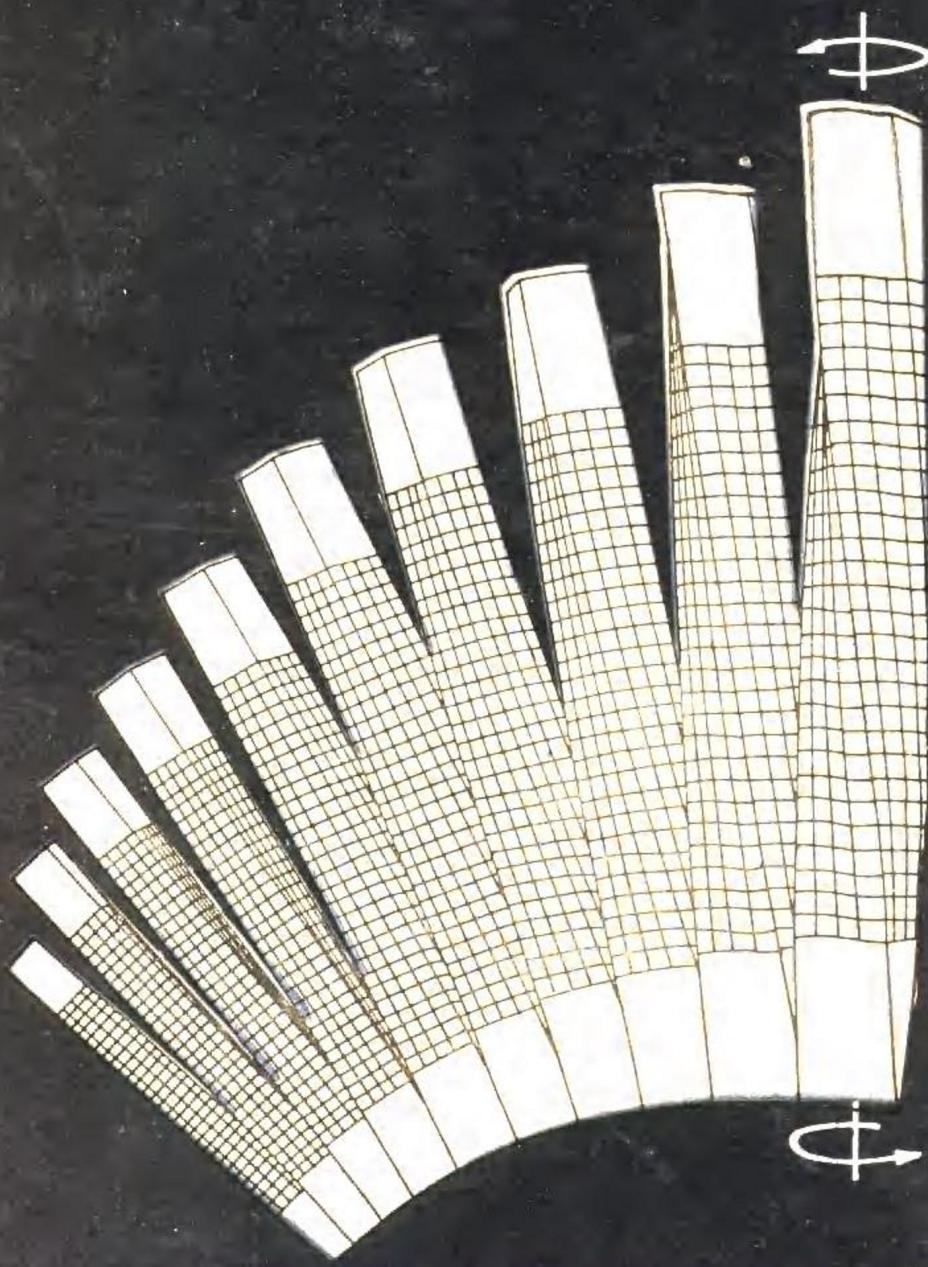


# 材 料 力 學 (下)

林正輝・陳維方 編譯



全華科技圖書股份有限公司 印行

世界图书出版公司重印

# 我們的宗旨：

推展科技新知  
帶動工業升級

為學校教科書  
推陳出新

感謝您選購全華圖書  
希望本書能滿足您求知的慾望

「圖書之可貴，在其量也在其質」，量指圖書內容充實，質指資料新穎夠水準，我們本著這個原則，竭心盡力地為國家科學中文化努力，貢獻給您這一本全是精華的“全華圖書”

為保護您的眼睛，本公司特別採用不反光的米色印書紙。」

# 目錄

6

## 應力與應變之轉換

1

6.1 概述	1
6.2 平面應力的轉換	2
6.3 主應力；最大剪應力	4
6.4 平面應力的莫爾圓	13
6.5 一般應力狀態	25
6.6 莫爾圓對三維應力分析的應用	27
*6.7 韌性材料平面應力的降伏法則	30
*6.8 脆性材料於平面應力下的斷裂法則	32
6.9 薄壁壓力容器中的應力	39
*6.10 平面應變的轉換	46
*6.11 平面應變的莫爾圓	50
*6.12 應變的三維分析	53
*6.13 應變量度；菊形應變計	56

7

## 梁與軸的強度設計

64

7.1 概述	64
7.2 剪力及彎矩圖	66
7.3 負荷，剪力與彎矩間的關係	75
7.4 梁的主應力	84
*7.5 積形柱梁的設計	87

*7.6 固定強度梁	98
*7.7 傳動軸的設計	100
*7.8 負荷下的應力	101
<b>以積分法求梁的撓度</b>	<b>114</b>
8.1 概述	114
8.2 彈性曲線方程式	115
8.3 靜不定梁	121
8.4 奇異方程式	129
8.5 由分佈負荷直接解彈性曲線	135
8.6 重疊法	148
8.7 重疊法於靜不定梁的應用	150
<b>以矩力——面積法求梁的撓度</b>	<b>160</b>
9.1 概述	160
*9.2 力矩——面積定理	160
*9.3 在懸臂梁及具有對稱荷重梁的應用	163
*9.4 由組合方式求彎矩圖	165
*9.5 非對稱負荷梁	174
*9.6 最大撓度	176
*9.7 靜不定梁	183
<b>能量法</b>	<b>195</b>
10.1 概述；應變能	195
10.2 應變能密度	196
10.3 正應力的彈性應變能	198
10.4 剪應力的彈性應變能	202
*10.5 一般應力狀態的應變能	205
10.6 衝擊負荷	217
10.7 衝擊負荷的設計	220
10.8 單一負荷下的功及能	221
10.9 在單一負荷下利用功能法求撓度	224

# 11

*10.10 於多個負荷下的功與能	233
*10.11 卡氏定理	236
*10.12 利用卡氏定理求撓度	237
*10.13 靜不定結構	242
<b>柱</b>	<b>254</b>
11.1 概述；結構的穩定性	254
11.2 銷端柱的尤拉公式	256
11.3 柱在其它端點狀況時尤拉公式的擴充應用	260
*11.4 偏心負荷；正割公式	269
11.5 於中心負荷下柱的設計	278
11.6 在偏心負荷下柱的設計	290
<b>附錄 A 面積彈性矩</b>	<b>303</b>
A.1 面積一次矩；面積的形心	303
A.2 複合面積的形心及一次矩的求法	305
A.3 面積的二次矩或慣性矩；迴轉半徑	308
A.4 平行軸定理	311
A.5 複合面積性矩的求法	312
<b>附錄 B 工程上所選用材料的性質</b>	<b>314</b>
<b>附錄 C 軋鋼型鋼的性質（英制）</b>	<b>316</b>
<b>附錄 D 柱的撓度及傾角</b>	<b>328</b>

# 應力與應變之轉換

## 6

## TRANSFORMATIONS OF STRESS AND STRAIN

### 6.1 概述 (INTRODUCTION)

在 1.7 節中，一個已知點  $Q$  的一般應力狀態可由六個分量表示。其中  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  三個分量，定義為作用在以  $Q$  為中心之微小立方體的表面上，方向與座標軸相同的正應力（圖 6.1 (a)），其餘三個  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ , 及  $\tau_{zx}$ <sup>†</sup>，為同一微小立方體的剪應力分量。在此我們指出，若座標軸轉動，相同的應力狀態將以另一組不同的分量表示（圖 6.1 (b)）。在本章的第一部份，是說明在坐標軸轉動下，如何去求應力分量的轉換。本章之第二部份，則以相同的分析方法，說明應變分量的轉換。

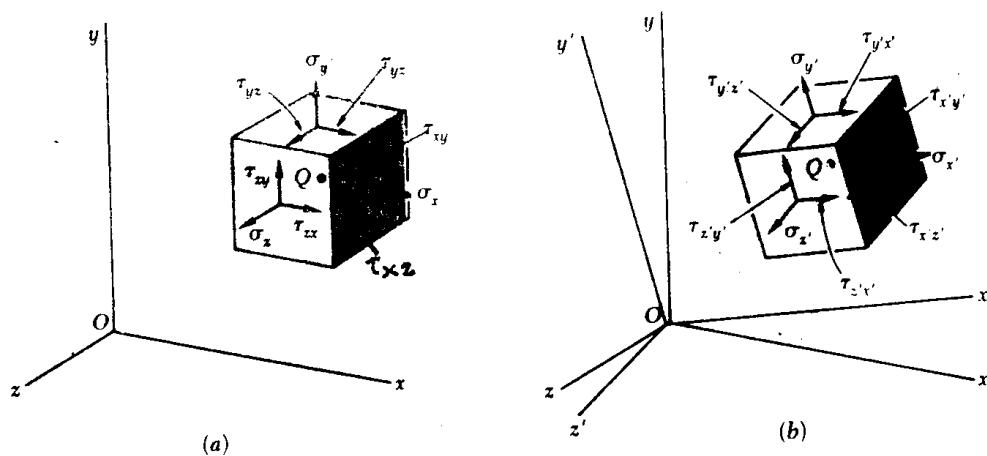


圖 6.1

<sup>†</sup>  $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ ,  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ .

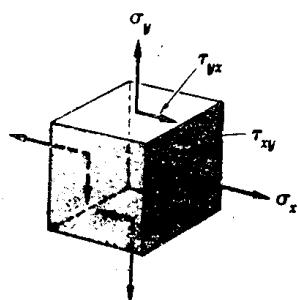


圖 6.2

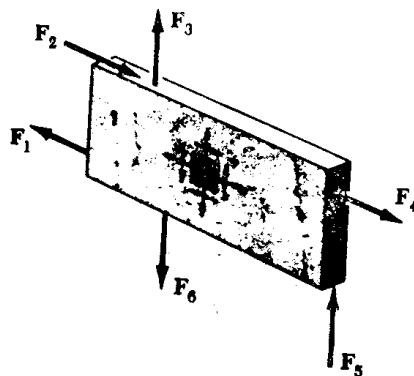


圖 6.3

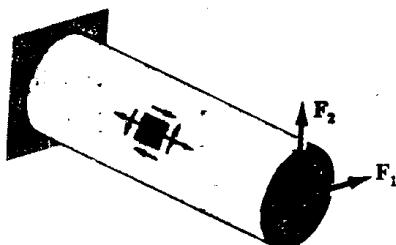


圖 6.4

對於應力轉換的討論，主要在處理平面應力(*plane stress*)，也就是立方體的其中兩個不受任何應力。如果選定  $z$  軸垂直於這個不受應力的平面，則  $\sigma_z = \tau_{zz} = \tau_{zy} = 0$ ，而只有  $\sigma_x$ ， $\sigma_y$  和  $\tau_{xy}$  三個應力分量(圖 6.2)。這種情況發生在中央面上受力的薄板中(圖 6.3)。另外，它也發生在結構元件或機器構件的自由面上，亦即在元件或構件表面上任一不受外力作用的點(圖 6.4)。在 5.10 節中這些點的組合負荷所產生的應力可精確算出，在下列的分析中求得當時另一型式的結果。

## 6.2 平面應力的轉換

### (TRANSFORMATION OF PLANE STRESS)

假設一平面應力狀態存在於  $Q$  點 ( $\sigma_z = \tau_{zz} = \tau_{zy} = 0$ )，並且它是圖 6.5(a)微立方體所示相關之應力分量  $\sigma_x$ ， $\sigma_y$ ，及  $\tau_{xy}$  所定義。欲求當此微立方體對  $z$  軸旋轉  $\theta$  角度後的應力分量  $\sigma_x'$ 、 $\sigma_y'$  和  $\tau_{x'y'}$ ，並且將這些應力分量以  $\sigma_x$ ， $\sigma_y$ ， $\tau_{xy}$  及  $\theta$  表示。

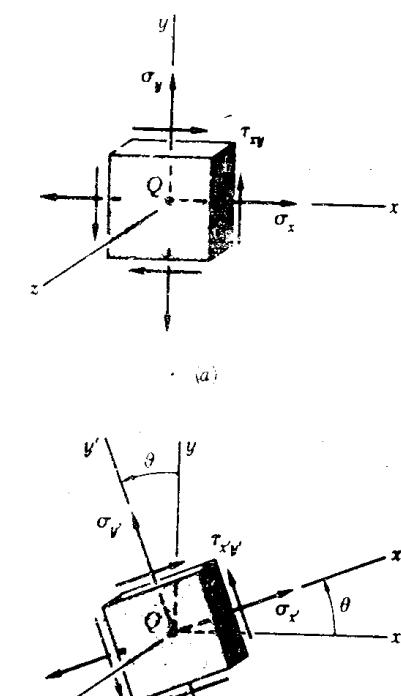


圖 6.5

為了求出作用在  $x'$  軸垂直平面上之正應力  $\sigma_{x'}$  及剪應力  $\tau_{x'y'}$ ，我們考慮一稜體元素，其各面分別垂直於  $x$ ， $y$  及  $x'$  軸(圖 6.6(a))。假如傾斜面的面積為  $\Delta A$ ，則由觀察可得，垂直面和水平面的面積分別等於  $\Delta A \cos \theta$  和  $\Delta A \sin \theta$ 。這個面上的作用力，如圖 6.6(b) 所示。(沒有力作用於元素之三角面上，因為其對應的正應力和剪應

，均已假設為零。) 沿  $x'$  及  $y'$  軸的分量，可得下列平衡式。

$$\Sigma F_{x'} = 0: \quad \sigma_{x'} \Delta A - \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \cos \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \sin \theta - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \cos \theta = 0$$

$$\Sigma F_{y'} = 0: \quad \tau_{x'y'} \Delta A + \sigma_x (\Delta A \cos \theta) \sin \theta - \tau_{xy} (\Delta A \cos \theta) \cos \theta - \sigma_y (\Delta A \sin \theta) \cos \theta + \tau_{xy} (\Delta A \sin \theta) \sin \theta = 0$$

由第一式解  $\sigma_{x'}$  及第二式解  $\tau_{x'y'}$ ，得

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (6.1)$$

$$\tau_{x'y'} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (6.2)$$

由三角幾何關係

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \quad \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad (6.3)$$

$$\text{及 } \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \quad (6.4)$$

可將式(6.1)改寫為

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \frac{1 + \cos 2\theta}{2} + \sigma_y \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\text{或 } \sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (6.5)$$

由關係式(6.3)，將式(6.2)改寫成

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (6.6)$$

將  $y'$  軸與  $x$  軸的夾角  $\theta + 90^\circ$  代入式(6.5)的  $\theta$  可求得正應力  $\sigma_{y'}$ 。由  $\cos(2\theta + 180^\circ) = -\cos 2\theta$  且  $\sin(2\theta + 180^\circ) = -\sin 2\theta$ ，可得

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (6.7)$$

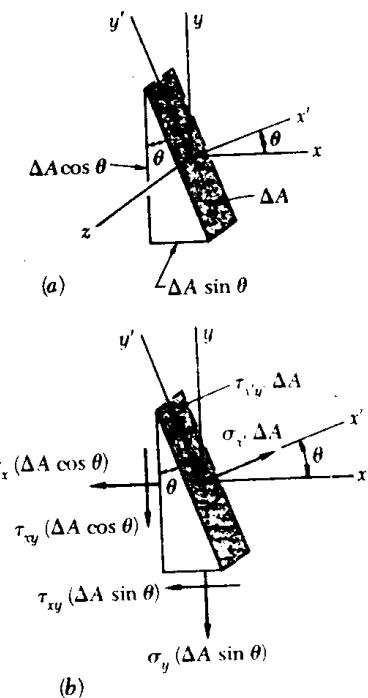


圖 6.6

將式(6.5)和式(6.7)逐項相加，得

$$\sigma_{x'} + \sigma_{y'} = \sigma_x + \sigma_y \quad (6.8)$$

因為  $\sigma_z = \sigma_{z'} = 0$ ，因此我們可證得在平面應力之狀況中，作用在材料立方體元素上之正應力合力與該元素的方位無關。†

### 6.3 主應力，最大剪應力 (PRINCIPAL STRESSES; MAXIMUM SHEARING STRESS)

前節求得的式(6.5)及(6.6)為一個圓的參數方程式。也就是說如果選一組直角坐標，對任一參數值  $\theta$  畫得以  $\sigma_x$  為橫座標  $\tau_{x'y'}$  為縱座標畫的點  $M$ ，則所有的這些點將在同一個圓上。為建立此性質，由式(6.5)及(6.6)消去  $\theta$ ；此可將式(6.5)中  $(\sigma_x + \sigma_y)/2$  項，再將式兩邊取平方，然後亦將式(6.6)兩邊取平方，最後將求得的兩方程式左右各項分別相加，可得

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (6.9)$$

令

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad \text{及} \quad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.10)$$

圖 6.7

可將恆等式(6.9)寫成

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{ave})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2 \quad (6.11)$$

上式為一半徑等於  $R$  的圓式，而圓心  $C$  點的橫坐標為  $\sigma_{ave}$ ，縱坐標為零(圖 6.7)。由觀察可知圓對稱於水平軸，若不畫  $M$  點而畫一橫座標  $\sigma_x$ ，縱座標為  $-\tau_{x'y'}$  的  $N$  點(圖 6.8)，則所得結果相同。這性質將在 6.4 節中使用。

圖 6.7 中的圓與水平軸交於  $A$  和  $B$  兩點， $A$  點對應於正應力  $\sigma$  的最大值，而  $B$  點對應於最小值。兩點所對應的

† 參考 75 頁的註腳。

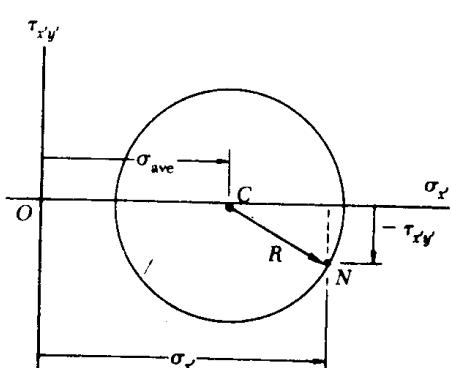
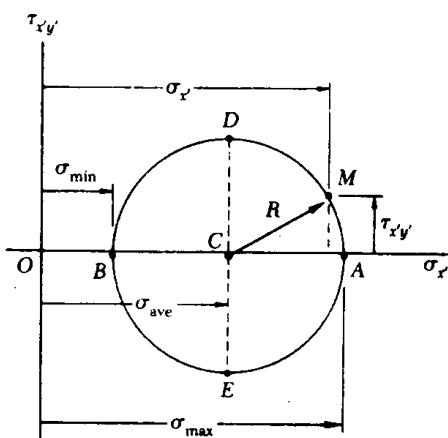


圖 6.8

剪應力  $\tau_{x'y'}$  都為零。所以參數  $\theta_p$  對應於 A 和 B 點的  $\theta_p$  值可由式 (6.6) 中令  $\tau_{x'y'} = 0$  求得。所以<sup>†</sup>

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (6.12)$$

這個方程式定義出兩個相差  $180^\circ$  的  $2\theta_p$  值，所以兩個  $\theta_p$  相差  $90^\circ$ 。此兩值之一皆可定出相對應元素的方向（圖 6.9）。由此所獲得包含元素的平面稱為 Q 點的主應力面（*principal planes of stress*），而且在這些平面上所對應的  $\sigma_{max}$  和  $\sigma_{min}$  稱為 Q 點的主應力（*principal stresses*）。因為由式 (6.12) 所定義的兩個  $\theta_p$  值是由式 (6.6) 中令  $\tau_{x'y'} = 0$  可得。所以很明顯的主平面上沒有剪力。

由圖 6.7 可觀察得

$$\sigma_{max} = \sigma_{ave} + R \quad \text{及} \quad \sigma_{min} = \sigma_{ave} - R \quad (6.13)$$

將式 (6.10) 中  $\sigma_{ave}$  及  $R$  值代入上式得

$$\sigma_{max, min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.14)$$

除非由觀察得知兩個主平面中何者承受  $\sigma_{max}$ ，何者承受  $\sigma_{min}$  的應力，否則必須將  $\theta_p$  的一值代入式 (6.5)，以便求得何者對應於正應力的最大值。

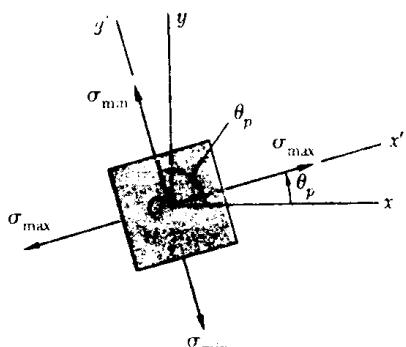


圖 6.9

<sup>†</sup>此關係式也可將式 (6.5) 中  $d\sigma_{xy}/d\theta = 0$  而得到

再參考圖 6.7 中的圓，*D* 和 *E* 點位於圓的垂直直徑上，對應於剪應力  $\tau_{x'y'}$  的最大值。因為 *D* 和 *E* 點橫座標為  $\sigma_{ave} = (\sigma_x + \sigma_y)/2$ ，所以參數  $\theta$  所對應這些點的  $\theta_s$  可由式 (6.5) 令  $\sigma_{x'} = (\sigma_x + \sigma_y)/2$  而求得。由此可知在該式後兩項和必為零。所以當  $\theta = \theta_s$  時可得 †

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta_s + \tau_{xy} \sin 2\theta_s = 0$$

或 
$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (6.15)$$

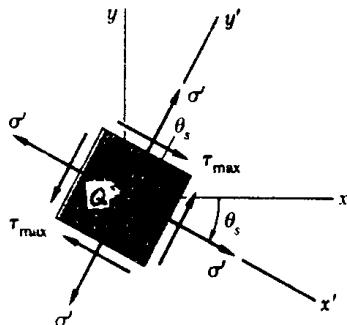


圖 6.10

此式定義出兩個相差  $180^\circ$  的  $2\theta_s$  值，所以兩個  $\theta_s$  相差  $90^\circ$ 。二者之一定出對應於最大剪應力元素的方向（圖 6.10）。由圖 6.7 觀察可得最大剪應力的值等於圓的半徑  $R$ ，並由式 (6.10) 的第二式可得

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.16)$$

如前所觀察，對應於最大剪應力條件為正應力是

$$\sigma' = \sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (6.17)$$

比較式 (6.12) 及 (6.15)，得知  $\tan 2\theta_s$  為  $\tan 2\theta_p$  的負倒數。此意謂角  $2\theta_s$  與  $2\theta_p$  差  $90^\circ$ ，即角  $\theta_s$  與  $\theta_p$  差  $45^\circ$ 。由此可得結論：最大剪應力平面與主平面差  $45^\circ$ 。這肯定了早先 1.7 節軸心負荷的情況（圖 1.36）和 3.4 節扭轉負荷（圖 3.19）所得的結果。

對平面應力轉換的分析僅限於應力平面內 (in the plane of stress) 的旋轉。如果圖 6.5 的立方元素是繞 *z* 軸以外的軸旋轉，則各面上所承受的剪應力可能會比式

†此關係式也可將式 (6.6) 中  $\tau_{x'y'}$  微分，並令  $d\tau_{x'y'}/d\theta = 0$  而得到。

(6.16) 所定義的應力大。在 6.5 節中將得知，此等情況將發生在式(6.14)所定義的主應力為同號，即二者同為張力或同為壓力時。在此狀況，由式(6.16)所得的值是平面上的最大剪應力。

### 例 6.01

如圖 6.11 所示的平面應力狀況，試求(a)主平面，(b)主應力，(c)最大剪應力和對應的正應力。

#### a. 主平面

依習慣的一般符號，可將應力分量寫為

$$\sigma_x = +50 \text{ MPa} \quad \sigma_y = -10 \text{ MPa} \quad \tau_{xy} = +40 \text{ MPa}$$

代入式(6.12)可得

$$\begin{aligned} \tan 2\theta_p &= \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(+40)}{50 - (-10)} = \frac{80}{60} \\ 2\theta_p &= 53.1^\circ \quad \text{和} \quad 180^\circ + 53.1^\circ = 233.1^\circ \\ \theta_p &= 26.6^\circ \quad \text{和} \quad 116.6^\circ \end{aligned}$$

#### b. 主應力

由式(6.14)得

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}{2} = 20 \pm \sqrt{(30)^2 + (40)^2}$$

$$\sigma_{\max} = 20 + 50 = 70 \text{ MPa} \quad \sigma_{\min} = 20 - 50 = -30 \text{ MPa}$$

主平面和主應力如圖 6.12 所示，令式(6.5)中  $\theta = 26.6^\circ$ ，可檢驗元素 BC 上正應力為最大應力

$$\begin{aligned} \sigma_x' &= \frac{50 - 10}{2} + \frac{50 + 10}{2} \cos 53.1^\circ + 40 \sin 53.1^\circ \\ &= 20 + 30 \cos 53.1^\circ + 40 \sin 53.1^\circ = 70 \text{ MPa} = \sigma_{\max} \end{aligned}$$

#### c. 最大剪應力

由公式(6.16)得

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ MPa}$$

因為  $\sigma_{\max}$  與  $\sigma_{\min}$  的符號相反，所得的  $\tau_{\max}$  實際上表示考慮點剪應力的最大值。最大剪應力的平面方向和剪應力的符號，最好是由圖 6.12 的元素沿對角 AC 平面截一斷面而得。因為元素的 AB 和 BC 面在主平面上，所以對

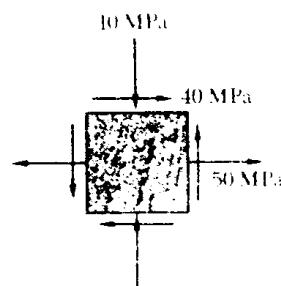


圖 6.11

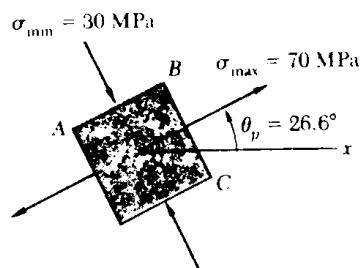


圖 6.12

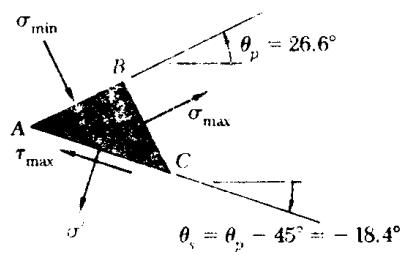


圖 6.13

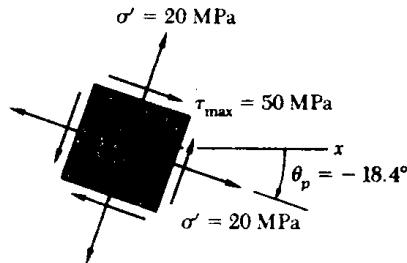


圖 6.14

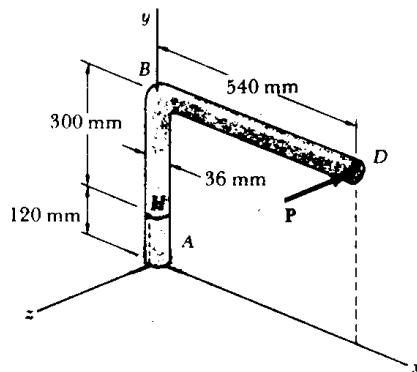
角  $AC$  平面必為最大剪應力的平面之一（圖 6.13）。再者，由稜體元素  $ABC$  的平衡條件，使作用在  $AC$  面上的剪應力如圖所示。對應於最大剪應力的立方元素繪於圖 6.14。元素的四個面上每一正應力由式 (6.17) 求得：

$$\sigma' = \sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{50 - 10}{2} = 20 \text{ MPa}$$

### 例 6.1

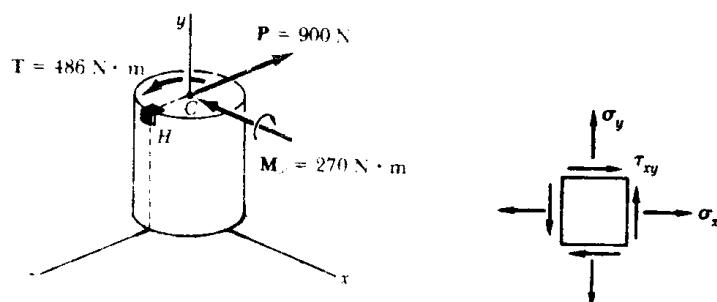
有一單一水平力  $P$ ，大小為 900 N 作用於  $ABD$  桿的  $D$  端。已知  $AB$  段直徑為 36 mm，試求(a)在  $H$  處平行於  $x$  和  $y$  軸的元素上正應力和剪應力(b)  $H$  點的主平面和主應力。

解 以一含  $H$  點橫斷面的形心  $C$  上的等效力一方偶系代替  $P$ 。



$$P = 900 \text{ N} \quad T = (900 \text{ N})(0.540 \text{ m}) = 486 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_x = (900 \text{ N})(0.300 \text{ m}) = 270 \text{ N} \cdot \text{m}$$



#### a. $H$ 點處的應力 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\tau_{xy}$ ，

利用圖 6.2 的符號，並仔細檢查  $C$  點的力一方偶系圖，可得每一個應力分量的方向和符號。

$$\sigma_x = 0 \quad \sigma_y = + \frac{Mc}{I} = + \frac{(270 \text{ N} \cdot \text{m})(0.018 \text{ m})}{\frac{1}{4} \pi (0.018 \text{ m})^4} = 58.9 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

$$\tau_{xy} = \frac{Tc}{J} = + \frac{(486 \text{ N} \cdot \text{m})(0.018 \text{ m})}{\frac{1}{2} \pi (0.018 \text{ m})^4} = 53.1 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

須注意剪力  $P$  在點  $H$  處不產生任何剪應力。

### b. 主平面和主應力

將各應力分量的值代入式 (6.12)，可求出主平面的方向為

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(53.1)}{0 - 58.9} = -1.80$$

$$2\theta_p = -61.0^\circ \quad \text{和} \quad 180^\circ - 61.0^\circ = +119^\circ$$

$$\theta_p = -30.5^\circ \quad \text{and} \quad +59.5^\circ \quad \blacktriangleleft$$

代入式 (6.14)，可求得主應力的大小

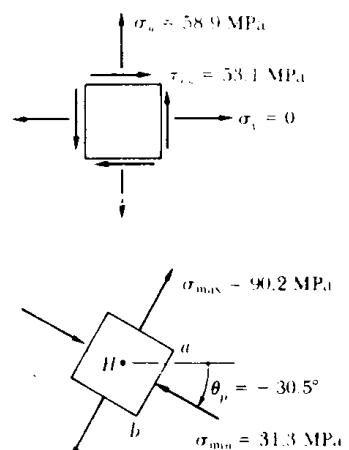
$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{0 + 58.9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0 - 58.9}{2}\right)^2 + (53.1)^2} = +29.45 \pm 60.72$$

$$\sigma_{\max} = +90.2 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

$$\sigma_{\min} = -32.3 \text{ MPa} \quad \blacktriangleleft$$

考慮圖元素的  $ab$  面，令式 (6.5) 中  $\theta_p = -30.5^\circ$  而得  $\sigma_{x'} = -31.3 \text{ MPa}$ 。主應力如圖所示。



### 習題

6.1 到 6.4 如圖示的應力狀態，試求平行於線  $a-a$  的平面上所受正應力和剪應力。依圖中陰影元素所示的平衡式的分析法，就如圖 6.2 節所推導的。

6.5 到 6.8 平面應力如圖所示，試求(a)主應力面，(b)主應力。

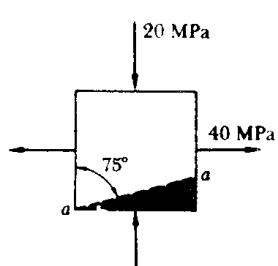


圖 P6.1

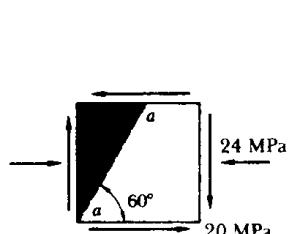


圖 P6.2

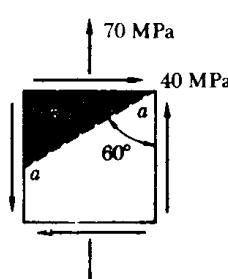


圖 P6.3

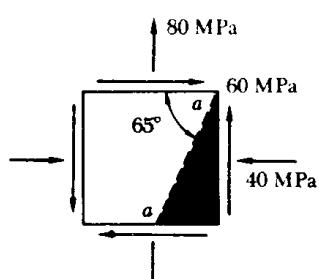


圖 P6.4

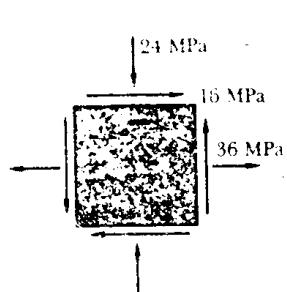


圖 P6.5 及 P6.9

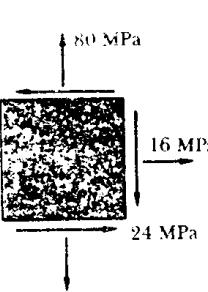


圖 P6.6 及 P6.10

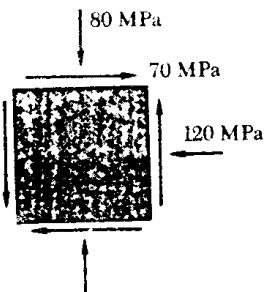


圖 P6.7 及圖 P6.11

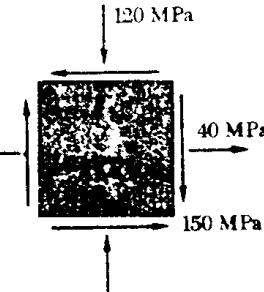


圖 P6.8 及圖 P6.12

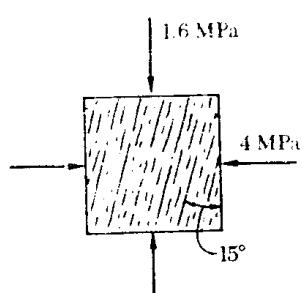


圖 P6.13

6.9 到 6.12 應力面如圖所示，試求(a)最大剪應力及剪應力的方向，(b)相對應的正應力。

6.13 到 6.14 木構件的木紋與垂直方向成  $15^\circ$ ，而應力狀態如圖所示，試求(a)平行木紋平面內的剪應力，(b)垂直於木紋的正應力。

6.15 到 6.16 應力狀態如圖所示，試求垂直面逆時針旋轉  $20^\circ$  所得平面的主應力和剪應力。

6.17 如圖所示，中心力  $P$  作用在短支柱上。已知在  $a-a$  平面上應力為  $\sigma = -40 \text{ MPa}$  及  $\tau = 16 \text{ MPa}$ ，試求(a)  $a-a$  平面與水平面的夾角  $\beta$ ，(b)支柱上最大壓應力。

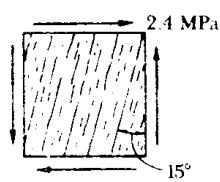


圖 P6.14

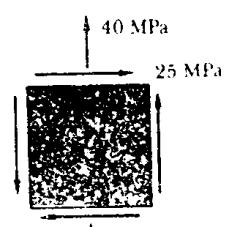


圖 P6.15

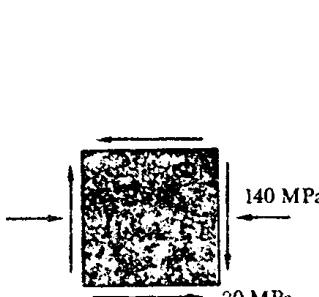


圖 P6.16

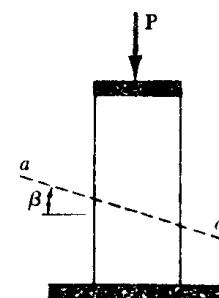


圖 P6.17

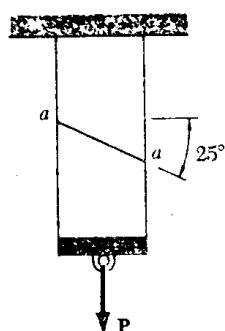


圖 P6.18

6.18 兩個  $50 \times 80 \text{ mm}$  的均勻斷面構件，沿與水平面夾  $25^\circ$  的  $a-a$  平面黏在一起，已知黏合處的容許應力為  $\sigma = 800 \text{ kp}_\text{s}$  及  $\tau = 600 \text{ kp}_\text{s}$ ，試求所能承受的最大軸負荷  $P$ 。

6.19 一外直徑為  $300 \text{ mm}$  的鋼管，是由  $8 \text{ mm}$  厚的鋼板沿著管軸垂直平面成  $20^\circ$  的螺線所焊接而成。已知

250 kN 的軸向力  $P$  和 12 kN·m 的扭矩  $T$  作用於管上方向，如圖所示，分別求出垂直和切於焊接方向的  $\sigma$  及  $\tau$ 。

**6.20** 假設 12 kN·m 的扭矩  $T$  方向相反，重解 6.19 習題。

**6.21** 一汽車輪軸所受力及力偶如圖所示，已知軸的直徑為 32 mm，試求軸頂  $H$  點處主平面及主應力。

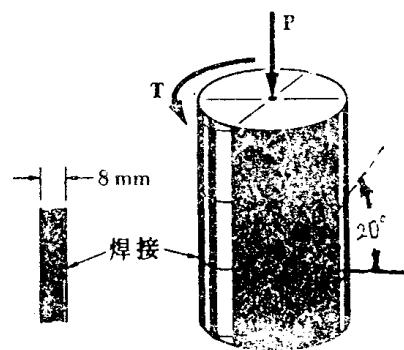


圖 P6.19

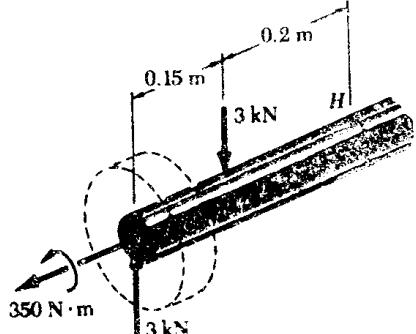


圖 P6.21

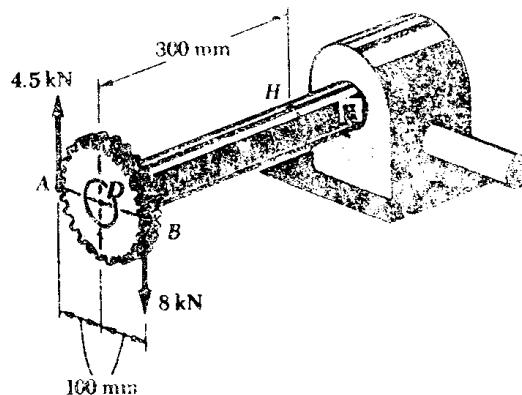


圖 P6.22

**6.22** 兩垂直力作用附於中空軸  $DE$  的齒輪  $A$ 、 $B$ 二點上。已知軸的內、外直徑分別為 40 mm 和 60 mm，試求軸頂  $H$  點的主應力及最大剪應力。

**6.23** 標準重的鋼筆  $AB$  具有 88 mm 外直徑及 6 mm 厚度。已知臂  $CD$  是剛性連接在管上，試求(a)  $H$  點，(b)  $K$  點的主應力和最大剪應力。

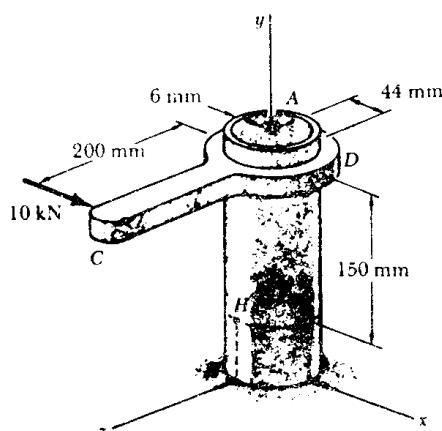


圖 P6.23

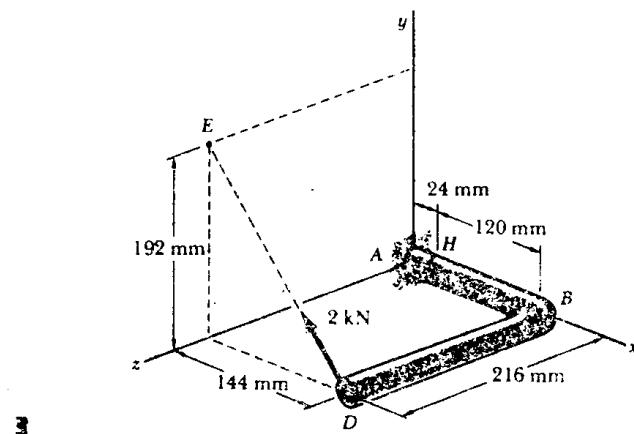


圖 P6.24

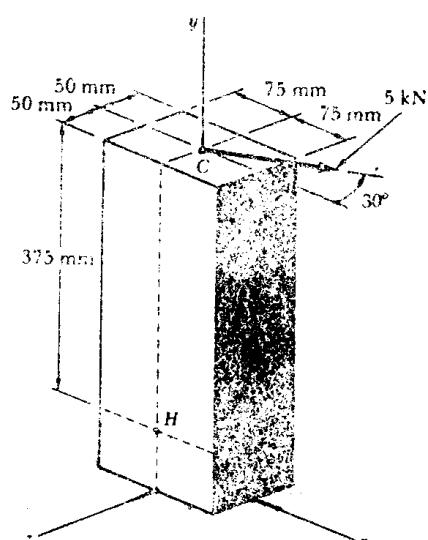


圖 P6.25 及 P6.26

**6.24** 已知  $ABD$  桿的直徑為  $30\text{ mm}$ ，試求桿頂  $H$  點的主平面及主應力。

**6.25**  $5\text{ kN}$  力作用在水平面上的  $C$  點，試求  $H$  點的(a)主應力，(b)最大剪應力。

**6.26**  $5\text{ kN}$  力作用在水平面上的  $C$  點，試求  $K$  點的(a)主應力，(b)最大剪應力。

\* **6.27** 已知結構管如圖所示具  $6\text{ mm}$  均勻壁厚，試求(a)  $H$  點，(b)  $K$  點的主應力及最大剪應力。

**6.28**  $1200\text{ N}$  力作用於焊接於  $DE$  棒的  $AB$  桿上，如圖所示。已知桿的斷面為正方形，試求(a)  $H$  點，(b)  $K$  點主應力及最大剪應力。

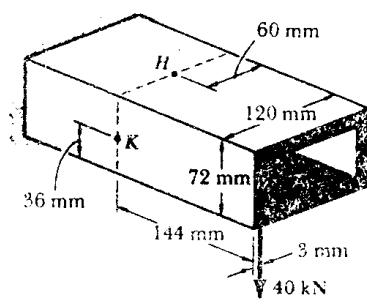


圖 P6.27

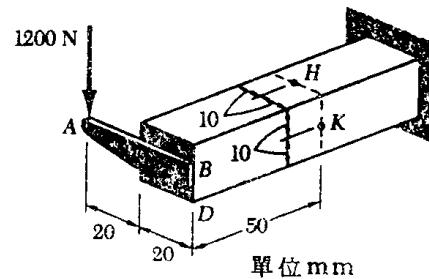


圖 P6.28