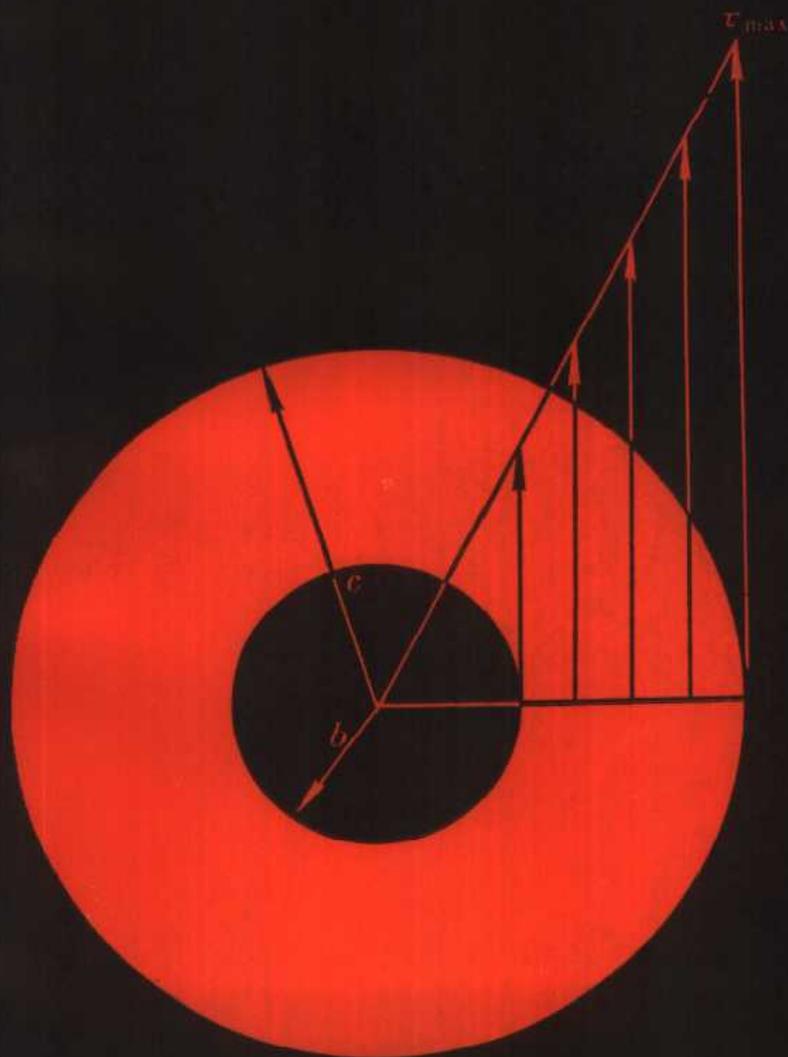


高等学校教学参考书

# 应用固体力学基础

【上册】 杜庆华 熊祝华 陶学文



高等教育出版社

高等学校教学参考书

# 应用固体力学基础

上册

杜庆华 熊祝华 陶学文

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书是高等学校工科专业的教学参考书。它从材料力学开始,比较全面地介绍了杆、板、壳等构件在弹性、塑性直至疲劳和断裂等方面的应用性基础知识,内容相当丰富,风格独特。全书分二册出版。上册主要是材料力学,但比目前已出版的其他材料力学教材在内容上更丰富,理论上更深刻。下册主要讲应用弹性力学,简明地介绍了板、壳的应力计算,以及稳定问题和线弹性断裂力学。

本书适用于高等学校工程力学、机械、土木、航空、造船等类有关专业,也可供其他各类学校有关专业的教师及工程技术人员参考。

高等学校教学参考书

### 应用固体力学基础

上册

杜庆华 熊祝华 陶学文

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京人民印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 17.875 字数 430 000

1987年9月第1版 1987年9月第1次印刷

印数 00 001—4,140

书号 15010·0779 定价 3.60元

# 序

固体力学在强度科学中占有很重要的地位。应用固体力学在不少工程专业的强度设计或分析工作中得到了直接运用。高等学校中很多工科专业都设有材料力学课程，这是一门应用固体力学的初等课程。本书是工科专业的教学参考书，它从材料力学开始，比较全面地介绍弹性、塑性直至断裂等方面的应用性的基础知识。

全书分为二册。其中：

上册 材料力学。主要分析杆件的应力和变形，并对杆件稳定、动荷以及强度的有关概念和实用计算作了介绍。这一册基本上从实例出发，然后对常用方法加以分析论证。本部分内容也可看作是材料力学教材的一种新体系。

下册 应用弹性力学。它包括：在必要的数学预备知识上建立了应用弹性力学的二、三维分析基础；然后再简明地介绍板、壳的应力计算，以及稳定问题和线弹性断裂力学。下册内容可以作为工科固体力学专业的入门教材，也可作为工科其他有关专业高年级本科生或研究生的教学用书。

从以上所列内容看，本书的下册也可称为高等材料力学。

根据作者们多年来从事力学教学和研究工作的经验，本书在内容编排上作了一些新尝试：

1. 上册材料力学采用了将内力、应力和变形计算完全分列的形式。这是一种不同的教学安排。在超静定问题上采用了简单的矩阵表达形式。另外，强度理论、断裂常识与工程疲劳计算合为一章也是一种新的教学安排。

2. 在下册中，为适应现代计算机应用的发展趋势，并考虑到

它对于教学上的明显影响，本书采用较为简易的方式介绍直角坐标张量的应用。采用张量可以使内容体系清楚，推演简明，并对今后计算处理的规则化、程序化较为有利。鉴于当前各种期刊和技术资料对固体力学内容大多已用张量表达，作者们期望这样处理将能为工程技术人员学习、运用张量表达式创造一些条件。

本书对固体力学实验技术和材料的力学性质等内容未加介绍。书内只从弹性、塑性等性质上应用试验中的结论。建议对这方面有兴趣的读者参阅一些专门的书籍。

本书在上册的绪论中还有选择地介绍了实用固体力学的发展简史，即一些重要内容的演化和形成过程，以便于读者了解这门科学是在应用中得到推动和发展的。

本书的上册为了教学上的方便，在引用其他书籍上的内容时，不都注明出处。读者为了在学习或教学处理上有所借鉴，可以参阅本册末所列的参考书。本书的下册将采用逐章分列参考文献的形式。

西南交通大学的孙训方教授和浙江大学的刘鸿文教授，对书稿进行了认真的审阅，提出了许多宝贵意见，我们在此表示衷心的感谢。

本书由于成书时间较短，有些内容可能在提法或处理上还有待商榷，欢迎读者予以批评指正。

作者

杜庆华

熊祝华

陶学文

# 目 录

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 序                          | 1  |
| <b>第一章 绪论</b>              | 1  |
| § 1-1 应用固体力学基础的主要内容        | 1  |
| § 1-2 实用固体力学的研究对象          | 3  |
| § 1-3 关于固体力学的一些重要的基本概念     | 5  |
| 1-3-1 固体的连续性               | 5  |
| 1-3-2 外力和内力                | 5  |
| 1-3-3 应力和应变                | 6  |
| 1-3-4 应力应变关系               | 8  |
| 1-3-5 大变形和小变形的概念           | 10 |
| 1-3-6 关于固体力学中一些常用模式的说明     | 11 |
| § 1-4 固体力学的基本方法            | 13 |
| § 1-5 实用固体力学发展简述           | 14 |
| 参考文献                       | 32 |
| <b>第二章 杆件的内力</b>           | 34 |
| § 2-1 杆件的内力 内力的分类          | 34 |
| § 2-2 杆件的拉伸(压缩)和扭转内力       | 36 |
| § 2-3 弯曲内力——弯矩和剪力          | 39 |
| § 2-4 载荷集度、剪力、弯矩之间的关系      | 44 |
| § 2-5 作弯曲内力图的图解法           | 47 |
| § 2-6 梁的载荷的近似处理与差分格式       | 51 |
| § 2-7 力的独立作用和叠加原理          | 59 |
| <b>第三章 杆件横截面上的应力</b>       | 64 |
| § 3-1 应力矢 应力分量             | 65 |
| § 3-2 轴向拉(压)下杆件的应力         | 66 |
| 3-2-1 杆件拉(压)下的应力与应变 截面平面假设 | 66 |
| 3-2-2 拉伸曲线                 | 67 |

|                           |            |
|---------------------------|------------|
| 3-2-3 示例                  | 70         |
| § 3-3 圆杆扭转时的应力            | 73         |
| 3-3-1 薄壁圆筒的扭转             | 74         |
| 3-3-2 圆轴的扭转               | 76         |
| § 3-4 薄壁管的扭转应力            | 80         |
| § 3-5 平面弯曲时梁的正应力          | 82         |
| § 3-6 弯曲时梁的切应力            | 90         |
| § 3-7 组合梁和复合梁             | 100        |
| 3-7-1 组合梁                 | 100        |
| 3-7-2 复合梁                 | 103        |
| 3-7-3 夹层梁                 | 109        |
| § 3-8 组合变形杆中的应力           | 110        |
| 3-8-1 弯扭组合变形下圆杆中的应力       | 110        |
| 3-8-2 直杆在弯曲和拉(压)组合变形下的应力  | 113        |
| 3-8-3 偏心拉(压)时杆内的应力        | 115        |
| § 3-9 直接剪切                | 120        |
| § 3-10 杆件变形应力分布小结         | 122        |
| <b>第四章 应力和应变理论</b>        | <b>127</b> |
| § 4-1 应力概念                | 127        |
| § 4-2 平面应力状态的斜截面应力        | 128        |
| § 4-3 平面应力状态的图解法 应力圆(莫尔圆) | 131        |
| § 4-4 三向应力状态              | 137        |
| 4-4-1 任意斜截面上的应力           | 137        |
| 4-4-2 应力分量的坐标变换           | 138        |
| 4-4-3 三向应力状态的主应力          | 140        |
| 4-4-4 三向应力状态的应力圆          | 144        |
| 4-4-5 应力互换定理              | 148        |
| § 4-5 位移和应变               | 150        |
| 4-5-1 二维情形                | 150        |
| 4-5-2 三维情形                | 152        |
| 4-5-3 主应变和应变不变量           | 153        |
| 4-5-4 变形协调条件              | 154        |
| § 4-6 应变圆                 | 155        |

|            |                     |            |
|------------|---------------------|------------|
| § 4-7      | 广义虎克定律              | 157        |
| § 4-8      | 应变能                 | 160        |
| <b>第五章</b> | <b>强度准则和断裂准则</b>    | <b>165</b> |
| § 5-1      | 失效方式                | 165        |
| 5-1-1      | 脆性断裂                | 166        |
| 5-1-2      | 屈服失效                | 167        |
| 5-1-3      | 刚度、稳定和振动问题          | 167        |
| § 5-2      | 强度准则的基本概念           | 168        |
| § 5-3      | 四个古典强度理论            | 170        |
| 5-3-1      | 最大正应力理论(第一强度理论)     | 170        |
| 5-3-2      | 最大线应变理论(第二强度理论)     | 171        |
| 5-3-3      | 最大切应力理论(第三强度理论)     | 172        |
| 5-3-4      | 形状改变比能理论(第四强度理论)    | 172        |
| § 5-4      | 莫尔强度理论              | 178        |
| § 5-5      | 联合强度理论              | 184        |
| § 5-6      | 理论强度                | 189        |
| § 5-7      | 裂纹体的断裂准则            | 193        |
| 5-7-1      | 应力集中                | 193        |
| 5-7-2      | 应力强度因子              | 194        |
| 5-7-3      | 断裂韧性                | 197        |
| 5-7-4      | $K_{Ic}$ 测试方法       | 199        |
| 5-7-5      | 许用应力和屈服极限的关系        | 201        |
| 5-7-6      | 抗裂比分析图              | 203        |
| 5-7-7      | 复合型断裂准则             | 204        |
| § 5-8      | 工程疲劳计算简介            | 205        |
| 5-8-1      | 交变应力特征的表示方法         | 206        |
| 5-8-2      | 疲劳极限及其影响因素          | 206        |
| 5-8-3      | 疲劳极限曲线图 不对称循环强度计算公式 | 213        |
| 5-8-4      | 弯扭组合交变应力下的构件强度计算    | 217        |
| <b>第六章</b> | <b>杆件的变形计算</b>      | <b>220</b> |
| § 6-1      | 杆件的轴向拉(压)变形         | 221        |
| § 6-2      | 圆轴的扭转变形             | 226        |
| § 6-3      | 梁的挠度曲线微分方程及其积分      | 230        |

|            |                            |            |
|------------|----------------------------|------------|
| § 6-4      | 求弯曲变形的初参数法                 | 233        |
| 6-4-1      | 挠度曲线的通用方程                  | 234        |
| 6-4-2      | 阶梯形梁的挠度曲线通用方程              | 240        |
| § 6-5      | 求弯曲变形的共轭梁法和力矩面积法           | 243        |
| 6-5-1      | 共轭梁法                       | 243        |
| 6-5-2      | 力矩面积法                      | 247        |
| § 6-6      | 用叠加法求杆件的变形                 | 249        |
| § 6-7      | 广义力、广义位移 力-位移关系的叠加原理       | 253        |
| 6-7-1      | 广义力、广义位移                   | 253        |
| 6-7-2      | 力和位移关系的叠加原理                | 256        |
| § 6-8      | 外力功 互等定理 应变能               | 259        |
| 6-8-1      | 外力功                        | 259        |
| 6-8-2      | 互等定理                       | 261        |
| 6-8-3      | 应变能                        | 265        |
| § 6-9      | 能量原理                       | 271        |
| 6-9-1      | 虚功原理                       | 271        |
| 6-9-2      | 虚位移原理和虚力原理                 | 277        |
| 6-9-3      | 最小势能原理                     | 280        |
| 6-9-4      | 最小余能原理                     | 281        |
| 6-9-5      | 卡氏定理                       | 282        |
| § 6-10     | 用能量法计算杆件的变形                | 282        |
| 6-10-1     | 单位载荷法                      | 282        |
| 6-10-2     | 用卡氏第二定理计算杆件的位移             | 288        |
| 6-10-3     | 里兹法                        | 289        |
| § 6-11     | 剪切挠度                       | 291        |
| <b>第七章</b> | <b>简单的超静定问题</b>            | <b>299</b> |
| § 7-1      | 超静定结构的特点及基本解法              | 299        |
| § 7-2      | 拉(压)超静定问题                  | 302        |
| 7-2-1      | 力法                         | 303        |
| 7-2-2      | 力与位移的逆步原理及其在解拉(压)超静定问题中的应用 | 305        |
| 7-2-3      | 位移法                        | 315        |
| § 7-3      | 拉(压)超静定结构的初应力              | 320        |
| § 7-4      | 扭转超静定问题                    | 325        |

|            |                                |            |
|------------|--------------------------------|------------|
| § 7-5      | 简单的弯曲超静定问题                     | 330        |
| § 7-6      | 三弯矩方程                          | 338        |
| 7-6-1      | 支座下沉及变温效应                      | 339        |
| 7-6-2      | 固定端及外伸端的处理                     | 341        |
| § 7-7      | 用能量法求解超静定结构                    | 342        |
| 7-7-1      | 力法的基本方程                        | 342        |
| 7-7-2      | 位移法                            | 349        |
| <b>第八章</b> | <b>非对称弯曲</b>                   | <b>367</b> |
| § 8-1      | 非对称弯曲                          | 367        |
| § 8-2      | 符号规定 基本关系式                     | 368        |
| § 8-3      | 中性轴的位置                         | 373        |
| § 8-4      | 截面的共轭轴                         | 377        |
| § 8-5      | 非对称弯曲时横截面上的正应力                 | 383        |
| § 8-6      | 开口薄壁截面上的切应力 剪切中心               | 388        |
| 8-6-1      | 剪流的计算式                         | 389        |
| 8-6-2      | 切应力的合力                         | 393        |
| 8-6-3      | 切应力合力的作用线 剪切中心                 | 396        |
| § 8-7      | 偏心拉伸(压缩)                       | 404        |
| § 8-8      | 非对称弯曲的小结                       | 408        |
| <b>第九章</b> | <b>杆件的塑性计算</b>                 | <b>410</b> |
| § 9-1      | 金属材料的塑性性质                      | 410        |
| § 9-2      | $\sigma$ - $\varepsilon$ 曲线的简化 | 413        |
| § 9-3      | 简单桁架的弹塑性平衡                     | 415        |
| 9-3-1      | 静定桁架                           | 415        |
| 9-3-2      | 三杆桁架                           | 416        |
| § 9-4      | 圆杆的弹塑性扭转                       | 419        |
| § 9-5      | 矩形截面梁的弹塑性弯曲                    | 423        |
| 9-5-1      | 纯弯曲                            | 424        |
| 9-5-2      | 悬臂梁的挠度                         | 426        |
| § 9-6      | 杆件及杆系结构的极限载荷                   | 429        |
| 9-6-1      | 截面的屈服和极限内力                     | 431        |
| 9-6-2      | 静定结构的极限载荷                      | 434        |
| 9-6-3      | 超静定结构的极限载荷                     | 436        |

|             |                       |            |
|-------------|-----------------------|------------|
| § 9-7       | 残余应力 残余应变             | 443        |
| <b>第十章</b>  | <b>压杆的稳定问题</b>        | <b>448</b> |
| § 10-1      | 稳定的平衡和不稳定的平衡          | 448        |
| § 10-2      | 求临界力的欧拉公式             | 451        |
| § 10-3      | 端点条件对临界力的影响           | 454        |
| 10-3-1      | 杆端约束条件的影响             | 455        |
| 10-3-2      | 压力作用线偏心的影响            | 459        |
| § 10-4      | 欧拉公式的应用范围和超出弹性范围的稳定计算 | 461        |
| § 10-5      | 压杆的稳定校核               | 464        |
| 10-5-1      | 折减系数法                 | 465        |
| 10-5-2      | 压杆截面形式的选择             | 468        |
| § 10-6      | 压杆的弹塑性理论分析            | 471        |
| § 10-7      | 细长压杆的大挠度理论            | 481        |
| § 10-8      | 几种弹性失稳形式              | 487        |
| 10-8-1      | 分支点型稳定问题              | 487        |
| 10-8-2      | 极值点型稳定问题              | 490        |
| 10-8-3      | 跳跃型稳定问题               | 492        |
| <b>第十一章</b> | <b>实用动荷计算</b>         | <b>495</b> |
| § 11-1      | 考虑惯性力时的应力计算           | 496        |
| 11-1-1      | 构件作等加速运动时应力的计算        | 496        |
| 11-1-2      | 构件作等速转动时应力的计算         | 497        |
| § 11-2      | 撞击的工程计算方法             | 499        |
| 11-2-1      | 用能量法计算撞击应力            | 500        |
| 11-2-2      | 撞击应力计算实例              | 503        |
| 11-2-3      | 被撞击物体的质量对撞击应力的影响      | 507        |
| 11-2-4      | 撞击杆的应力计算              | 510        |
| § 11-3      | 杆的自由振动频率 临界转速         | 513        |
| 11-3-1      | 杆的自由振动频率              | 514        |
| 11-3-2      | 旋转轴的临界转速              | 516        |
| § 11-4      | 振动时的应力计算              | 519        |
| 11-4-1      | 干扰力为正弦变化时的强迫振动        | 520        |
| 11-4-2      | 随时间任意变化的干扰力情形         | 525        |
| <b>附录一</b>  | <b>截面几何性质</b>         | <b>535</b> |

|      |                   |     |
|------|-------------------|-----|
| 附录二  | 基本荷载下的弯曲变形公式····· | 537 |
| 附录三  | 单位换算系数表·····      | 539 |
| 附录四  | 型钢表·····          | 540 |
| 参考书目 | ·····             | 558 |

# 第一章 绪 论

## § 1-1 应用固体力学基础的主要内容

固体力学是分析研究固体在外力作用下的力学响应的科学。一般固体在外力作用下将产生内部互相作用的变化,即内力的变化。刚体(一种力学模型)与实际固体的区别在于:刚体在外力作用下虽然产生内力,但只产生整体运动(在特殊情况下为平衡),而其内部任意两点之间的距离不会改变,这里又隐含两物质线元之间的夹角也不会改变。所以刚体内部各质点之间将保持相对位置不变,总体表现则是刚体的形状和大小不变,即不变形。固体则不然,在外力作用下,无论是处于运动状态(包括总体被约束的状态)还是静止状态,既有内力的变化,一般地又有形状的变化。因此,即使物体总体上被约束,不能产生总体上的刚体位移,但其未被约束的质点也将因物体变形而引起空间位置上的变化,即质点发生位移。固体力学的主要内容就是分析和研究固体内部对静、动力的响应,或者更具体地说,固体力学主要是研究固体由于静态或动态外力作用所引起的内力、变形和位移的分布及随时间变化的规律。当然,与此同时还必须研究材料的力学性质,尤其是受力与变形的关系。

从工程角度看,固体力学就是结构、机器或其部件(以下简称为结构或构件)的强度、刚度和稳定性分析的理论基础。为了保证结构正常和完全地工作,一般不允许构件有永久变形,当然更不允许导致结构的破坏,这就必须进行强度分析。在有些情况下,需要

对结构的最大变形或某种特征变形加以限制，这就是通常所称的刚度条件。另外，在一般情况下还不允许结构或其部件的原来的平衡形式在工作过程中发生突然的改变，以防止因此而导致过大的变形甚至破坏，这就是所谓的结构稳定性要求。从广义上讲，强度、刚度和稳定性问题可以统称为强度问题。结构的强度分析，就是为了保证结构能够正常工作而进行的结构受外力后的响应（包括内力、变形等）的分析，同时还包括研究材料的破坏准则，为结构的强度设计和分析提供理论依据和计算方法。

根据所研究的固体的力学性质的不同，固体力学分为弹性力学、塑性力学等。但在应用固体力学中，最常用的强度分析还是弹性分析，当然在实际工作中也应考虑塑性、疲劳和断裂等因素。

材料力学是固体力学的一个部分，其内容和研究范围并不十分确定。一般认为材料力学是研究构件强度的一门学科，主要研究细长杆件或由几个杆件组成的较为简单的结构。但材料力学研究的对象往往不限于杆件，例如可以包括厚壁筒、薄板甚至于简单的壳体结构。就前一情况来看，材料力学可看成所谓的实用固体力学的基础或入门，它研究工程中常见的简单结构（构件或杆件），进行强度估计、弹性分析、简单的动力分析和简单的塑性分析，此外，它还讨论材料的破坏或强度准则。这些也就是本书上册的内容。本书下册包括应用弹性力学基础，即在必要的数学预备知识上建立应用弹性力学的二、三维分析基础、板和壳的应力计算的简明介绍、以及稳定问题和线弹性断裂力学。下册内容也可称为高等材料力学。

本书两册之间，既有联系，又有较大的独立性。虽然学习下册应以先学上册为基础，但读者或教师可以根据具体情况选学、选用其中部分内容。

## §1-2 实用固体力学的研究对象

严格说来,所有的实际构件都应看成是空间(三维)实体,其外表面就是物体的边界。三维变形固体的受力分析是比较复杂的。很多工程构件具有一定的几何特征,可以抽象化为某种模型,以便进行比较符合实际而又比较简单的分析。例如,最常用的构件可以抽象化为杆、薄板和薄壳等三种。杆件是指一个方向的尺寸(称为长度)比其余两个方向的尺寸大得多的构件。杆件的中心轴线可能是直线(直杆),也可能是曲线(曲杆)。与中心轴线正交的截面称为横截面。各个横截面都相同的杆称为等截面杆,否则称为变截面杆。图 1-1 所示为几种杆件的几何形状。梁、柱、轴和拱等都可以归入杆件一类。

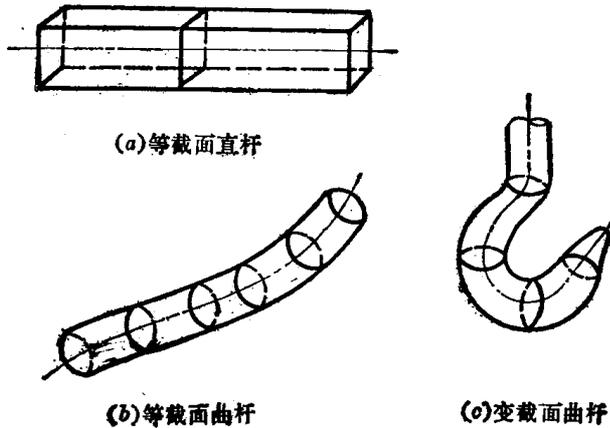


图 1-1

如果构件为两个相距很近的面所界限,而且这两个面之间的距离远小于界面本身的尺寸,则称之为薄片。两个界面之间的距离称为薄片的厚度,平分厚度的面称为中面。中面为平面的薄片称为薄板,中面为曲面的薄片称为薄壳。动力设备中的锅炉、化工

设备中的压力容器以及建筑工程中的壳体屋顶等都是薄壳的例子。而承重的楼板、隔板和壁板等可以归入薄片或薄板一类。图 1-2 给出了薄板和薄壳的几何图形。

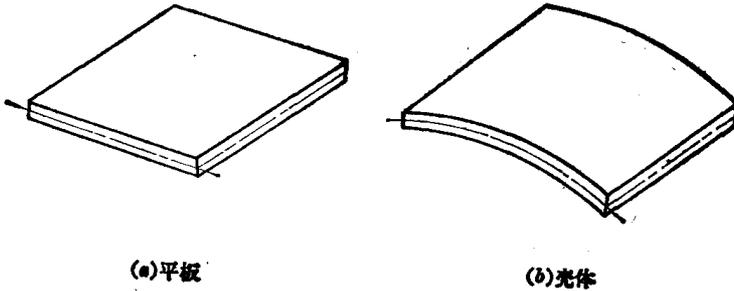


图 1-2

杆、板和壳是常见的工程构件，由此可以组成各种薄壁空间结构。实用固体力学的研究对象主要就是杆、板和壳。它们的力学分析简化方法有一个共同特点，就是借助于变形几何性质的假设，降低问题的维数，即将杆的问题降低为一维问题，板壳问题降低为二维问题。

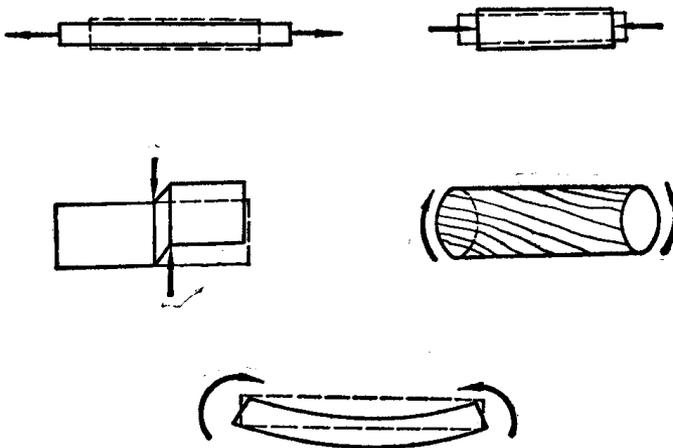


图 1-3

杆件所受外力与它引起的变形是互相对应的。图 1-3 所示为杆件的几种基本变形形式: 拉伸(或压缩)、剪切、扭转、弯曲。当然还存在上述几种变形形式的组合情形。

## § 1-3 关于固体力学的一些重要的基本概念

### 1-3-1 固体的连续性

物体都是由不连续的粒子(分子、原子以至更小的粒子)组成的。在固体力学中, 假设在固体所占有的空间内的材料是密实和连续的。从固体材料的连续性出发, 固体的位移和内力等参数均可表示为各点坐标的连续函数, 于是可以应用一般的数学分析方法。

### 1-3-2 外力和内力

物体上的外力(或称载荷)可分为体积力(场力)和表面力。如自重是一种体积力, 容器壁上的流体压力是一种表面力。两个物体间的接触压力也是表面力。表面力一般是分布力, 分布力的作用面积远小于物体的表面积时, 往往简化成集中力。

随时间变化缓慢而且不显著的外力和不变的外力, 称为静载荷。经常变化的或有突加性以至于带有冲击性质的外力, 通常会在物体内部引起振动或波动, 称为动载荷。动载荷情况的内力和变形分析方法一般与静载荷情况不同, 物体的力学性能也不相同。

固体未受载时, 为了保持外形, 其内部各质点之间已有初始内力。固体力学不研究这种初始内力, 假设这种初始内力为零。加载时, 固体内力发生变化, 这种变化称为附加内力, 以后将简称为内力。

在均匀的温度场里, 物体如果能够自由膨胀, 就不会产生内力; 物体如果受约束而不能自由膨胀或缩小, 则物体内部将会产生附加内力。因此, 广义的载荷包括外力和外部因素(如温度场的变化