国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

经典系列·13

邓稼先学术讲义 I
——电动力学

重排本

邓稼先 著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

中外物理学精品书系

经典系列·13

邓稼先学术讲义I
——电动力学

重排本

邓稼先　著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

邓稼先学术讲义. 1,电动力学：重排本/邓稼先著. —北京：北京大学出版社，2014. 10

(中外物理学精品书系)

ISBN 978-7-301-24985-7

Ⅰ. ①邓… Ⅱ. ①邓… Ⅲ. ①物理学 ②电动力学 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 237385 号

书　　　名：邓稼先学术讲义Ⅰ——电动力学(重排本)
著作责任者：邓稼先　著
责 任 编 辑：赵晴雪　陈小红
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-24985-7/O · 1017
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　　址：北京市海淀区成府路 205 号　100871
网　　　址：http://www. pup. cn
新 浪 微 博：@北京大学出版社
电 子 信 箱：zpup@pup. cn
电　　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62752038　出版部 62754962
印　刷　者：北京中科印刷有限公司
经　销　者：新华书店
　　　　　　730 毫米×980 毫米　16 开本　11 印张　160 千字
　　　　　　2014 年 10 月第 1 版　2014 年 10 月第 1 次印刷
定　　　价：33.00 元

“中外物理学精品书系”

编 委 会

序　言

物理学是研究物质、能量以及它们之间相互作用的科学。她不仅是化学、生命、材料、信息、能源和环境等相关学科的基础,同时还是许多新兴学科和交叉学科的前沿。在科技发展日新月异和国际竞争日趋激烈的今天,物理学不仅囿于基础科学和技术应用研究的范畴,而且在社会发展与人类进步的历史进程中发挥着越来越关键的作用。

我们欣喜地看到,改革开放三十多年来,随着中国政治、经济、教育、文化等领域各项事业的持续稳定发展,我国物理学取得了跨越式的进步,做出了很多为世界瞩目的研究成果。今日的中国物理正在经历一个历史上少有的黄金时代。

在我国物理学科快速发展的背景下,近年来物理学相关书籍也呈现百花齐放的良好态势,在知识传承、学术交流、人才培养等方面发挥着无可替代的作用。从另一方面看,尽管国内各出版社相继推出了一些质量很高的物理教材和图书,但系统总结物理学各门类知识和发展,深入浅出地介绍其与现代科学技术之间的渊源,并针对不同层次的读者提供有价值的教材和研究参考,仍是我国科学传播与出版界面临的一个极富挑战性的课题。

为有力推动我国物理学研究、加快相关学科的建设与发展,特别是展现近年来中国物理学者的研究水平和成果,北京大学出版社在国家出版基金的支持下推出了“中外物理学精品书系”,试图对以上难题进行大胆的尝试和探索。该书系编委会集结了数十位来自内地和香港顶尖高校及科研院所的知名专家学者。他们都是目前该领域十分活跃的专家,确保了整套丛书的权威性和前瞻性。

这套书系内容丰富,涵盖面广,可读性强,其中既有对我国传统物理学发展的梳理和总结,也有对正在蓬勃发展的物理学前沿的全面展示;既引进和介绍了世界物理学研究的发展动态,也面向国际主流领域传播中国物理的优秀专著。可以说,“中外物理学精品书系”力图完整呈现近现代世界和中国物理

科学发展的全貌,是一部目前国内为数不多的兼具学术价值和阅读乐趣的经典物理丛书。

“中外物理学精品书系”另一个突出特点是,在把西方物理的精华要义“请进来”的同时,也将我国近现代物理的优秀成果“送出去”。物理学科在世界范围内的重要性不言而喻,引进和翻译世界物理的经典著作和前沿动态,可以满足当前国内物理教学和科研工作的迫切需求。另一方面,改革开放几十年来,我国的物理学研究取得了长足发展,一大批具有较高学术价值的著作相继问世。这套丛书首次将一些中国物理学者的优秀论著以英文版的形式直接推向国际相关研究的主流领域,使世界对中国物理学的过去和现状有更多的深入了解,不仅充分展示出中国物理学研究和积累的“硬实力”,也向世界主动传播我国科技文化领域不断创新的“软实力”,对全面提升中国科学、教育和文化领域的国际形象起到重要的促进作用。

值得一提的是,“中外物理学精品书系”还对中国近现代物理学科的经典著作进行了全面收录。20 世纪以来,中国物理界诞生了很多经典作品,但当时大都分散出版,如今很多代表性的作品已经淹没在浩瀚的图书海洋中,读者们对这些论著也都是“只闻其声,未见其真”。该书系的编者们在这方面下了很大工夫,对中国物理学科不同时期、不同分支的经典著作进行了系统的整理和收录。这项工作具有非常重要的学术意义和社会价值,不仅可以很好地保护和传承我国物理学的经典文献,充分发挥其应有的传世育人的作用,更能使广大物理学人和青年学子切身体会我国物理学研究的发展脉络和优良传统,真正领悟到老一辈科学家严谨求实、追求卓越、博大精深的治学之美。

温家宝总理在 2006 年中国科学技术大会上指出,“加强基础研究是提升国家创新能力、积累智力资本的重要途径,是我国跻身世界科技强国的必要条件”。中国的发展在于创新,而基础研究正是一切创新的根本和源泉。我相信,这套“中外物理学精品书系”的出版,不仅可以使所有热爱和研究物理学的人们从中获取思维的启迪、智力的挑战和阅读的乐趣,也将进一步推动其他相关基础科学更好更快地发展,为我国今后的科技创新和社会进步做出应有的贡献。

“中外物理学精品书系”编委会　主任

中国科学院院士,北京大学教授

王恩哥

2010 年 5 月于燕园

目　　录

第1章　电磁波在介质中的传播

§1　麦克斯韦理论的实验基础及麦克斯韦方程式

一、库仑定律

在真空中，两个无限小的带相同电的物体，即两个点电荷，互相排斥，而带不相同电的物体则互相吸引.若这两个物体所带之电荷各为 e_1 和 e_2，它们彼此之间的距离为 r_{12}，则这互相排斥或互相吸引的力与 e_1e_2/r_{12}^2成比例，即

$$F \sim \frac{e_1 e_2}{r_{12}^2}. \tag{1.1}$$

在 C. G. S 系中，(1.1)式写成

$$F = \frac{e_1 e_2}{r_{12}^2}. \tag{1.2}$$

事实上，我们知道力不但有大小，而且有方向，因此两电荷之相互作用力应该是一个向量.若 $\boldsymbol{r}_{12}$表示由点1到点2之向量，而 r_{12}，仅表示点1及点2的距离，那么，很明显 $\boldsymbol{r}_{12}=-\boldsymbol{r}_{21}$，而沿着 $\boldsymbol{r}_{12}$ 方向的单位向量应该是 $\boldsymbol{r}_{12}/r_{12}$.同样，若 $\boldsymbol{F}_{12}$是电荷 e_1 作用于电荷 e_2 上之力，而 $\boldsymbol{F}_{21}$是电荷 e_2 作用在电荷 e_1 上之力，那么，同样明显地

$$\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21}.$$

因此，若电荷 e_1 和 e_2 的符号相同时，则它们是互相排斥，那么 $\boldsymbol{F}_{12}$的方向正好和$\boldsymbol{r}_{12}$的方向重合，同时(1.2)式可写为

$$\boldsymbol{F}_{12} = \frac{e_1 e_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\boldsymbol{r}_{12}}{r_{12}} = \frac{e_1 e_2}{r_{12}^3}\boldsymbol{r}_{12} = -\frac{e_1 e_2}{r_{12}^3}\boldsymbol{r}_{21} = -\boldsymbol{F}_{21}. \tag{1.3}$$

二、电场强度

使电荷受到电力的空间称之为电场.若将一单位电荷放在电场中,它所受之力称为电场强度$\boldsymbol{E}$;若在空间中有一电荷 e,则此空间即成为电场,同时按库仑定律,离电荷 e 距离为 $\boldsymbol{r}$之点的电场强度为

$$\boldsymbol{E}=\frac{e}{r^3}\boldsymbol{r}. \tag{1.4}$$

按照电场强度之定义,若将一单位电荷放在电场中,它所受之力是电场强度,因此若将电荷 e 放在电场中,它所受之力则应为

$$\boldsymbol{F}=e\boldsymbol{E}. \tag{1.5}$$

三、静电场的电位

静电场两点之间的电位差等于将一单位正电荷从第一点移至第二点所完成功之负数.若两相距无穷近的点之电位差是 $\mathrm{d}\varphi$,此两点之距离是$\mathrm{d}\boldsymbol{s}$,则

$$\mathrm{d}\varphi=-\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \tag{1.6}$$

因此,在两点 P_0 和 P 之间的电位差等于

$$\varphi-\varphi_0=-\int_{P_0}^{P}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \tag{1.7}$$

式中之积分可取任何联接 P 及 P_0 之曲线,若 P_0 在无穷远,则

$$\varphi=\varphi_\infty-\int_{\infty}^{P}\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{s}. \tag{1.8}$$

通常附加常数 φ_∞ 被选择为零.换句话说,我们通常选择在无穷远之电位为零,因此上式变为

$$\varphi=\int_{P}^{\infty}\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{s}\quad(\varphi_\infty=0). \tag{1.9}$$

若电场由电荷 e 组成,则由(1.4)及(1.7)式可得到两点 P_0 和 P 之间电位差为

$$\varphi-\varphi_0=\frac{e}{r}-\frac{e}{r_0}. \tag{1.10}$$

若 P_0 在无穷远,则 $\varphi_0=\varphi_\infty=0$,而 $r_0\to\infty$,那么

$$\varphi=\frac{e}{r}. \tag{1.11}$$

若电场由电荷 $e_1,e_2,\cdots,e_\tau$ 组成,则由上式可知到 e_i 距离是 r_i 的点之电位是

$$\varphi=\sum_{i=1}^{\tau}\frac{e_i}{r_i}. \tag{1.12}$$

若电场是由分布在物体表面之电荷所组成,而其电荷密度是 σ,则电位

$$\varphi=\int\frac{\sigma\mathrm{d}S}{r}. \tag{1.13}$$

又若电场是由分布在物体中之电荷组成,其体密度是 ρ,则电位

$$\varphi=\int\frac{\rho\mathrm{d}V}{r}. \tag{1.14}$$

按照(1.6)式,有

$$\mathrm{d}\varphi=-\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=-E_s\mathrm{d}\boldsymbol{s},$$

从而

$$\frac{\partial\varphi}{\partial s}=-E_s, \tag{1.15}$$

式中$\frac{\partial\varphi}{\partial s}$表示 φ 函数沿着$\boldsymbol{s}$方向对于向量 $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ 之微分,由向量知识可知

$$\frac{\partial\varphi}{\partial s}=\mathrm{grad}_s\varphi,$$

因此

$$E_s=-\mathrm{grad}_s\varphi.$$

E_s 和$\mathrm{grad}_s\varphi$ 是向量$\boldsymbol{E}$及$\mathrm{grad}\varphi$ 在任何$\boldsymbol{s}$方向上的投影,所以我们得到

$$\boldsymbol{E}=-\mathrm{grad}\varphi. \tag{1.16}$$

因此,静电场之电场强度$\boldsymbol{E}$等于静电电位之梯度的负数.

按照(1.6)式,有

$$\mathrm{d}\varphi=-\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=-\mathrm{grad}\varphi\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s},$$

所以沿着联接 P 和 P_0 之任何曲线之积分 $\int_{P_0}^{P} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$ 均等，即

$$-\int_{P_0}^{P} \mathrm{grad}\varphi \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = -\int_{P_0}^{P} \frac{\partial \varphi}{\partial s}\mathrm{d}s = -(\varphi_P - \varphi_{P_0}).$$

只要 P_0 及 P 固定，$\int_{P_0}^{P} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$ 均等于 $-(\varphi_P - \varphi_{P_0})$，与究竟沿着哪条曲线积分是没有关系的. φ 之量纲为

$$[\varphi] = \frac{功}{电荷} = \frac{\mathrm{ML^2T^{-2}}}{\mathrm{M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}}} = \mathrm{M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}}.$$

四、高斯定理

若在空间中，有若干点电荷 $e_1, e_2, \cdots, e_i, \cdots, e_\tau$，则电场强度

$$\boldsymbol{E} = \sum_{i=1}^{\tau} \boldsymbol{E}_i = -\mathrm{grad}\varphi, \quad \varphi = \sum_{i=1}^{\tau} \frac{e_i}{r_i}.$$

我们很容易证明，不在 $e_i(i=1,2,\cdots,\tau)$ 点的电场强度之散度

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = -\nabla^2\varphi = -\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}\right) = 0. \tag{1.17}$$

让我们用一个大封闭面 S 将电荷 $e_i(i=1,2,\cdots,\tau)$ 都包在其中，并用很小的球面 S_i 仅将 e_i 包起来，而小球面 S_i 是以 e_i 点为中心，那么按照数学中的高斯定理，则

$$\int_S E_n \mathrm{d}S + \int_{S_1} E_n \mathrm{d}S + \int_{S_2} E_n \mathrm{d}S + \cdots + \int_{S_\tau} E_n \mathrm{d}S = \int_V \mathrm{div}\,\boldsymbol{E}\mathrm{d}V,$$

式中 V 是被封闭面 S 所包围之体积，但去掉那些被小球面 S_i 所包围之圆洞，$\boldsymbol{n}$ 是垂直于 S 或 S_i 之单位向量，其方向是从体积 V 的里面指向 V 的外面. 因体积 V 中不包括被小球面 S_i 所包围之小圆洞，所以也不包括电荷 e_i，因此按照(1.17)式，在 V 中任一点，有

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = 0.$$

从而

$$\int_S E_n \mathrm{d}S + \sum_{i=1}^{\tau} \int_{S_i} E_n \mathrm{d}S = 0.$$

因 S_i 是以 e_i 为中心之小球面，我们很容易证明

$$\int_{S_i} E_n \mathrm{d}S = -4\pi e_i, \tag{1.18}$$

式中之负号是由于$\boldsymbol{n}$是由 S_i 指向 e_i(我们应当记住$\boldsymbol{n}$是由体积 V 的里面指向外面),最后我们得到

$$\int_S E_n \mathrm{d}S = 4\pi \sum_{i=1}^{\tau} e_i. \tag{1.19}$$

此式被称之为高斯定理,积分 $\int_S E_n \mathrm{d}S$ 被称为电场强度$\boldsymbol{E}$经过封闭面 S 的通量.高斯定理可叙述如下:

在电场中,经过任一封闭面之电场强度的通量,等于 4π 乘以在此封闭面内的总电荷.若电荷连续分布在一体积 V 中,其密度是 ρ,则(1.19)式变成

$$\int_S E_n \mathrm{d}S = \int_V 4\pi\rho \mathrm{d}V.$$

因 S 可为任一封闭面,我们可假设 S 为体积 V 之表面,则按照高斯定理

$$\int_V \operatorname{div} \boldsymbol{E} \mathrm{d}V = \int_V 4\pi\rho \mathrm{d}V.$$

又因对于 V 为任一体积,上式之两积分若相等时,则两积分的函数必须在 V 中每一点均相等,因此我们得到

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 4\pi\rho \tag{1.20}$$

或

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi\rho. \tag{1.21}$$

这个微分方程式是静电学和电动力学中最主要的公式之一,它表示在电场中任何一点的电场强度的散度等于这一点电荷的体密度乘以 4π.反过来说,我们要决定某一点的电荷密度,只要知道这一点上的电场强度的散度即可.

五、电介质

电介质不同于金属和电解质,在电介质中,若有一电场通过,电荷仅能移动一个很短的距离,电荷就好像半弹性地被联系在一起,这些电荷称为束缚电荷.这种电荷和以前所讲的不同,以前的电荷可称为自由电荷.若有电场通过时,正电荷向

一个方向移动，负电荷就向相反的方向移动，但这种移动到一定程度就停止了，且移动的程度是和电场强度成比例的. 当这电场不存在时，这些电荷又回到原来的位置. 这种电荷的相对位移就称之为极化，通常用$\boldsymbol{P}$表示，其定义如下：在一未极化之物质中，我们取任一方向$\boldsymbol{s}$和一个元面积 $\mathrm{d}S$ 垂直于$\boldsymbol{s}$，如果这物质被极化时，则由于极化所产生的电荷在$\boldsymbol{s}$方向上通过 $\mathrm{d}S$ 之数量，就等于$\boldsymbol{P}$在$\boldsymbol{s}$方向上之分量乘以 $\mathrm{d}S$.

若$\boldsymbol{P}$在物体上各点均相同，则此物体称为均匀极化物体. 让我们考虑某物体的一部分体积 V，在 V 中，由于极化所产生的电荷等于

$$e_{\text{极}}=-\int P_n \mathrm{d}S,$$

$\boldsymbol{n}$是 V 内向外且垂直于 $\mathrm{d}S$ 之单位向量. 事实上，$-P_n\mathrm{d}S$ 等于自 V 外经过 $\mathrm{d}S$ 流向 V 内之电荷，因此，按照高斯定理，则

$$\rho_{\text{极}}\mathrm{d}V=-\operatorname{div}\boldsymbol{P}\mathrm{d}V, \tag{1.22}$$

其中 $\rho_{\text{极}}$ 是由于极化而在 $\mathrm{d}V$ 中所产生之电荷密度，(1.22)式给出

$$\rho_{\text{极}}=-\operatorname{div}\boldsymbol{P}. \tag{1.23}$$

若$\boldsymbol{P}$在一均匀极化物体中各处均相等，则$\operatorname{div}\boldsymbol{P}=0$，因此在均匀极化物体内部，不因极化而产生电荷，但在这物体表面上可以产生电荷. 为了证明这一点，让我们考虑一小圆锥体，其底为 $\mathrm{d}S$，它的一面完全在物体内，另一面完全在物体外（即在真空中），那么由于极化，在这个小圆锥体中所产生之电荷等于

$$\omega_{\text{极}}\mathrm{d}S=P_n\mathrm{d}S$$

或

$$\omega_{\text{极}}=P_n. \tag{1.24}$$

所以在极化之物体表面上带有面电荷密度 P_n.

我们可以用另一种方法得到(1.23)及(1.24)式. 假设电介质被分成许多很小的圆柱体，其体积 $\mathrm{d}V=h\mathrm{d}S$，而 $\mathrm{d}S$ 垂直于$\boldsymbol{P}$，那么在小圆柱体两端的电荷为$\pm|p|\times\mathrm{d}S$，而$+|p|\mathrm{d}S$ 与$-|p|\mathrm{d}S$相隔是 h，因此小圆柱体就形成一电偶极[①]，其电偶矩[②]等于

① 重排注："电偶极"现在一般称为"电偶极子".
② 重排注："电偶矩"现在一般称为"电偶极矩".

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{P}\mathrm{d}S \cdot h = \boldsymbol{P}\mathrm{d}V.$$

我们很容易证明在距离 dV 是 r 的顶点上，由于$\boldsymbol{m}$所产生的电位等于

$$\boldsymbol{m} \cdot \mathrm{grad}\frac{1}{r},$$

式中$\mathrm{grad}\frac{1}{r}$是取 $\boldsymbol{m}$所在的位置，而不是在 T 点，因此，这电介质所产生的电位

$$\varphi = \int \left(\boldsymbol{m} \cdot \mathrm{grad}\,\frac{1}{r}\right)\mathrm{d}V. \tag{1.25}$$

但由向量分析公式

$$\mathrm{div}\left(\frac{\boldsymbol{P}}{r}\right) = \frac{1}{r}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P} \cdot \mathrm{grad}\,\frac{1}{r},$$

因此

$$\varphi = \int \mathrm{div}\left(\frac{\boldsymbol{P}}{r}\right)\mathrm{d}V - \int \frac{\mathrm{div}\,\boldsymbol{P}}{r}\mathrm{d}V.$$

应用高斯定理

$$\int \mathrm{div}\left(\frac{\boldsymbol{P}}{r}\right)\mathrm{d}V = \int \frac{P_n}{r}\mathrm{d}S,$$

最后我们得到

$$\varphi = \int \frac{P_n}{r}\mathrm{d}S - \int \frac{\mathrm{div}\,P}{r}\mathrm{d}V. \tag{1.26}$$

这公式说明，电介质带有面电荷密度 P_n 及体电荷密度$-\mathrm{div}\boldsymbol{P}$.

所以，我们得到两个完全相同的关于$\boldsymbol{P}$的定义：

(1)单位体积的电偶极；

(2)通过垂直于$\boldsymbol{P}$的单位面积之电量.

假如在电介质中也有自由电荷 ρ，那么也就产生了电场强度，同时在电介质中也就产生了束缚电荷，按照(1.20)式，有

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = 4\pi(\rho + \rho_{\text{极}}) = 4\pi\rho - 4\pi\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{P}$$

或

$$\mathrm{div}(\boldsymbol{E} + 4\pi\,\boldsymbol{P}) = 4\pi\rho.$$

用一向量 $\boldsymbol{D}$ 来表示$\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}$,即

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}, \tag{1.27}$$

则

$$\mathrm{div}\boldsymbol{D}=4\pi\rho. \tag{1.28}$$

向量 $\boldsymbol{D}$ 称为电感应或电移,我们称 $\boldsymbol{D}$ 为电感应.

在各向同性的电介质中,由实验知道 $\boldsymbol{P}$ 和$\boldsymbol{E}$成比例,而且 $\boldsymbol{P}$ 的方向和$\boldsymbol{E}$的方向相同,即

$$\boldsymbol{P}=\alpha\boldsymbol{E}. \tag{1.29}$$

式中系数 α 和电介质的特性有关,称为电介质的极化率.在非各向同性的电介质中,上式并不成立,这里不再赘述.

由(1.26)式可知

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{E}+4\pi\boldsymbol{P}=(1+4\pi\alpha)\boldsymbol{E}, \tag{1.30}$$

用 ε 表示 $1+4\pi\alpha$,即

$$\varepsilon=1+4\pi\alpha, \tag{1.31}$$

则

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}. \tag{1.32}$$

由此可知 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$成比例,比例常数 ε 称为介电常数.同时,我们也注意到

$$\boldsymbol{P}=\frac{\varepsilon-1}{4\pi}\boldsymbol{E}. \tag{1.33}$$

六、磁场

在磁学中,没有单独的磁荷存在,而是以磁偶极存在.另外,有些磁质具有永久性的磁极化 $\boldsymbol{I}$,$\boldsymbol{I}$ 表示在单位体积中之磁矩,称为磁极化.有些磁质之磁极化和外界的磁场 $\boldsymbol{H}$ 没有很大的关系,不像在电介质中,$\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{E}$是成比例的.

让我们考虑一永久性的条形磁铁,其磁矩 $\boldsymbol{M}$ 可写成

$$\boldsymbol{M}=\int\boldsymbol{I}\mathrm{d}V\quad(\text{其绝对值为 }M).$$

高斯利用一条形磁铁在地磁场中振动，由磁铁振动的频率及其在地磁场中的磁倾角，他确定了此磁铁的磁矩以及地磁的磁场强度. 用这样的条形磁铁，我们能够确定由此条形磁铁所产生的磁场的方向和大小，只要此条形磁铁非常小，且它周围的磁场可以看成是均匀的，那么和在电介质中一样，我们可以得到

$$\mathrm{div}\boldsymbol{H} = -4\pi\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{I}. \tag{1.34}$$

同时，在纯粹静磁中(也就是说电流和磁场并不随时间而变)，我们得到

$$\boldsymbol{H} = -\mathrm{grad}\phi_m,$$

亦即

$$\mathrm{curl}\boldsymbol{H} = 0. \tag{1.35}$$

现在让我们考虑由稳恒电流所产生的磁场. 稳恒电流的意思是说同样的电流强度通过导线的横截面. 对于体分布之稳恒电流$\boldsymbol{j}$而言，在空间之任何一点，我们得到

$$\mathrm{div}\boldsymbol{j} = 0. \tag{1.36}$$

同时，在两导体之分界面上 j_n 是连续的，且由于 $\boldsymbol{j}$ 和导体中的电场强度$\boldsymbol{E}$的关系服从欧姆定律，亦即(下式是欧姆定律之微分形式)

$$\boldsymbol{j} = \sigma\boldsymbol{E}, \tag{1.37}$$

式中 σ 称为电导率，$1/\sigma$ 称为电阻率，一导线的电阻和 σ 的关系为

$$R = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{l}{S}, \tag{1.38}$$

式中 l 为导线的长度，S 为导线的横截面.

按照奥斯特的发现，电流沿着导线通过时，其周围即产生磁场. 对于无穷长之直导线，在导线周围有圆形之磁力线，而磁力线之平面垂直于此导线. 磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 之方向和电流方向成右手螺旋之关系，围绕该导线的封闭曲线的线积分

$$\oint H_S \mathrm{d}S$$

不等于零，而是和通过导线之电流 J 成比例. 若把比例常数写成 $4\pi/c$，则

$$\oint H_s \mathrm{d}S = \frac{4\pi}{c} J\,, \tag{1.39}$$

上式称为安培定律.上式也可写成微分形式,因为我们知道,对于带有电流之导体内任何一点,上式都是正确的,通过任何元面积的电流是 $J = j_n \mathrm{d}S$,按照斯托克定理

$$\oint H_S \mathrm{d}S = \int (\mathrm{curl}\boldsymbol{H})_n \mathrm{d}S,$$

我们得到

$$\mathrm{curl}\boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j}\,, \tag{1.40}$$

上式即是安培定律之微分形式.由于稳恒电流所产生的磁场可以用几种方法来确定,可以直接由(1.35)或(1.36)式来确定,也可以由磁壳来确定,还可以由毕奥-沙伐尔定律来确定,而且可以由矢势来确定.

所谓磁壳就是一磁双层,在此双层上每一点磁化的方向都垂直于这双层的表面.假设此双层的每单位面积的磁矩是 τ,那么,跟(1.25)式相似,由于此磁双层在 P 点所产生的位

$$\phi_m = \int \tau \left(\boldsymbol{n} \cdot \mathrm{grad}\, \frac{1}{r} \right) \mathrm{d}S,$$

式中 $\mathrm{grad}\frac{1}{r}$ 取在磁双层上,而并非取在 P 点.若 $\boldsymbol{r}$ 是从 P 点到元面积 $\mathrm{d}S$ 之径向量,则

$$\mathrm{grad}\frac{1}{r} = -\frac{\boldsymbol{r}}{r^3},$$

因此

$$\boldsymbol{n} \cdot \mathrm{grad}\frac{1}{r} = -\frac{\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r}}{r^3} = -\frac{\cos(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{r})}{r^2}.$$

所以位 ϕ 变成

$$\phi_m = -\int \tau \frac{\cos(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{r}) \mathrm{d}S}{r^2}.$$