

力学丛书

# 塑性大应变 微结构力学

(第三版)

李国琛 M. 耶纳 著



科学出版社

力 学 丛 书

# 塑性大应变微结构力学

(第三版)

李国琛 M. 耶纳 著

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书涉及以下三部分内容:小应变塑性力学;大应变分析;微结构力学分析及其应用.书中既叙述有关的数学、力学基础知识,又介绍了学科前沿的研究成果.中还把固体力学与材料力学、宏观响应与内部微结构、计算机模拟与实验观测有机地结合起来,并为数值计算提供了公式和方法.

本书适用于从事材料损伤、失效方面工作的科研人员和工程技术人员以及相关专业的大学教师、研究生.

### 图书在版编目(CIP)数据

塑性大应变微结构力学/李国琛,(法)M.耶纳著.—3版.—北京:科学出版社,2003.4

(力学丛书)

ISBN 7-03-008963-4

I. 塑… II. ①李…②耶… III. 应变-塑性力学:结构力学 IV. O34

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 009141 号

责任编辑:郝德平/责任校对:曹锐军

责任印制:安春生/封面设计:王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

1993年2月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2003年4月第 三 版 印张:12 1/8

2003年4月第三次印刷 字数:309 000

印数:2 551—4 550

定价: 32.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

## 《力学丛书》编委会

主 编:张 维

副主编:钱令希 郑哲敏

编 委:(按姓氏笔画为序)

丁 懋	卞荫贵	庄逢甘	朱兆祥
朱照宣	刘延柱	孙训方	李 灏
张涵信	周光炯	季文美	苟清泉
胡海昌	柳春图	贾有权	钱伟长
徐芝纶	徐华舫	郭尚平	谈镐生
黄文熙	黄克累	黄克智	程贯一

## 第三版前言

自本书发行第二版以来,第一作者又经历了一个时期的教学体验,发现有重新修订和充实的必要.从这个意义上讲,学生正是“老师”的最好老师.

与第二版比较,第三版在第一章中增加了一节,用以说明张量的指标表示方法与其象征型之间的对照关系,便于沟通书中所采用的指标型与其他文献专著中所用到的象征型含义.重写了第六章的第2节,以更确切地表达各类应变率张量.扩充了第九章内容,用三维有限元方法研究韧性材料空洞化损伤,突出显示材料微结构的计算分析对认识其力学行为的重要性和计算微结构(细观)力学的生命力.

虽然本书的第二作者,M.耶纳教授,未再参与第二、第三版的书写工作,但重版中仍延续着原始著作过程中我们曾共同构筑的意向:从个别到一般,由具体到抽象,深入浅出,并注重应用固体力学理论解释和预测韧性材料的损伤和破坏.这一写作宗旨和风格应是本书在一些青年学生和学者中受到欢迎的原因.

本书的第三版得到了中国科学院力学研究所及非线性力学国家重点实验室的共同资助,作者在此深表谢意.

李国琛

中国科学院力学研究所  
非线性力学国家重点实验室

## 第二版前言

根据中国科学院研究生院教学的需要,在本书(第二版)中,第一作者在原第一版的基础上增补了一些新内容,包括弹性力学的基础知识以及第一版之后的一些研究进展.为保留原书(第一版)的体系,有关弹性力学部分都放在附录 A. 和附录 B 中.新的研究成果(11.4 节)则接续在第十一章的后面.

面对结合材料的力学行为来研究和发展固体力学这一总趋势,要求我们融会贯通原有的弹性力学与塑性力学知识,掌握在计算机上实现数值化分析方法,拓宽研究的应变尺度和非线性性质以便深入到复杂的材料细观结构中去,希望本书的再版能以它具有的特点服务于这一发展的趋势.

本书的再版得到了中国科学院力学研究所力学专著出版基金以及非线性连续介质力学开放实验室的资助,作者在此表示感谢.

李国琛

中国科学院力学研究所

非线性连续介质力学开放实验室

## 第一版前言

为预测材料的行为和损伤,需要在固体力学与材料科学相结合的基础上发展一门交叉学科以便深入到材料的微结构层次上去.这一发展方向已引起人们的广泛注意与关切.本书作者的工作就是试图在这新的领域中开拓一条路.

在许多情况下,材料在内部出现局部损伤之前先要经历一个大塑性变形过程,为此,本书主要关心的是带有大塑性应变的微结构力学.也是基于以上的原因,我们将本书分成三部分.

### 1. 小应变塑性力学

小应变的塑性力学在工程结构中有广泛的应用.第一章将提供直角坐标系中的张量知识和其他有关的数学工具.第二章讲述小变形下的应力张量和应变张量在一点处的表征方法和性质.第三章涉及材料的屈服准则和塑性流动理论,这些内容是塑性力学与弹性力学内容有所不同的最主要部分.我们不准在塑性力学范围内全面铺开,因为我们的目的仅在于为分析和计算金属材料的塑性力学问题提供必要的基本知识及相应的工具,所以,在第四章将梗概地补充塑性力学的发展及在这个领域内的一些名著和文献.

### 2. 大应变分析

这方面的论述目前仍然分散在各文献之中,还缺少集中、系统的论著,这种状况对于从事大应变计算的人来说是很不便的.作为大应变分析的数学基础,第五章介绍了大变形下的坐标选择、各类变化率的表示方法以及张量的一般形式.几何上的非线性导致应力和应变的含义多样化,以及相应的变化率复杂化,这些将在第六章中给予说明.在此基础上,第七章陈述了力学平衡和出现分叉的

泛函表达方法,并给出了大应变计算所需要的基本公式.这一部分还包括了塑性理论在大应变条件下的推广.

### 3. 微结构力学分析及其应用

前两部分内容可以作为这一部分的数学和力学基础.这里将介绍一些在微结构分析中所要用到的特定原则和方法,并试图给出这一力学分支的全貌,为进一步开拓这个领域奠定基础.

第八章介绍如何将异质不连续材料变换为力学行为相当的连续介质.这章篇幅虽短,但从解决宏观与微结构层次相结合的方法来看是非常重要的.韧性材料内部的损伤主要分空洞型和剪切带状分叉两类.第九章的内容包括空洞型损伤的实验观测、各种空洞模型的理论分析以及如何在连续介质本构方程或损伤失效准则中反映这类微结构损伤的作用.有关分析剪切带状分叉的观点和方法都将在第十章中论述,其中强调了应变软化效应和“材料分叉”概念.作为应用微结构力学研究成果的示范,第十一和第十二两章分别介绍了板材成型和韧性断裂的模拟计算及其与实验结果的比较.

虽然这一部分内容仅限于金属材料的内部韧性损伤,但在方法和数学表达方面也可为研究其他材料借鉴.

1986年秋季,本书第一作者在中国科技大学研究生院中讲学时完成了第二部分及第八章中的一些内容.1988年秋冬季在美国犹他州立大学讲学,与第二作者共同讨论,完成了本书三部分的初稿.本书的有关内容曾在苏格兰格拉斯哥大学、巴黎材料中心以及中国的西北工业大学、华中理工大学和北京大学作过讲演或系统介绍.

本书的完成得益于广泛的国内外合作.第一作者在1981至1983年期间曾与英国谢菲尔德大学机械工程系的I.C.Howard博士有过富有成效的合作.1987年与巴黎中心医院材料实验室的D.Francois教授和T.Guennouni博士共同探讨了不同级空洞的损伤作用.自1983年以来一直与华中理工大学金属材料教研室张以增教授进行着交流、合作.



本书中所涉及的研究工作获得了中国国家自然科学基金和中国科学院重大研究项目的基金,并列入中国科学院与英国皇家协会和法国 CNRS(国家科研中心)共同组织的合作项目.

最后,作者殷切地期望本书的出版能为已具有弹性力学知识的研究生、关心材料失效和微结构力学的研究人员和工程技术人员提供有益的帮助和启发.非常感谢在完成本书的整个过程中英国皇家协会委员 B. A. Bilby 教授, K. J. Miller 教授,美国 W. J. Grenney 教授以及中国的朱兆祥教授,白以龙研究员和华中理工大学力学系的帮助和推荐.也感谢王自强研究员详尽地审核了本书并提出许多宝贵意见,以及郑哲敏先生(学部委员)的鼓励.

本书的出版还得到了中国科学院力学研究所力学专著出版基金和非线性连续介质力学开放实验室的资助.

# 目 录

第三版前言 .....	i
第二版前言 .....	iii
第一版前言 .....	v
<b>第一部分 小应变塑性力学</b> .....	<b>1</b>
<b>第一章 直角坐标系中的向量和张量</b> .....	<b>2</b>
1.1 直角坐标与单位向量 .....	2
1.2 微积分运算中的公式 .....	5
1.3 坐标变换 .....	10
1.4 Descartes 张量, 张量代数和张量演算 .....	13
1.5 两种张量表示方法的说明 .....	21
练习 .....	23
参考文献 .....	26
<b>第二章 微小变形下的应力张量和应变张量</b> .....	<b>27</b>
2.1 一点上的应力 .....	27
2.2 一点上的应变 .....	37
2.3 平衡方程 .....	48
2.4 协调条件 .....	50
练习 .....	51
参考文献 .....	52
<b>第三章 屈服准则和塑性理论</b> .....	<b>53</b>
3.1 屈服 .....	53
3.2 塑性理论中的公设 .....	61
3.3 流动理论 .....	67
3.4 比例加载下的形变理论 .....	72

3.5 塑性计算的示范 .....	78
练习 .....	84
参考文献 .....	86
第四章 塑性力学的发展 .....	88
4.1 基于塑性耗散能的本构形式 .....	88
4.2 近似蠕变分析——比应力-应变曲线方法 .....	91
4.3 机动硬化模型 .....	95
4.4 角点理论 .....	97
4.5 相关的和非相关的流动法则 .....	97
参考文献 .....	97
<b>第二部分 大应变分析</b> .....	<b>99</b>
第五章 一般坐标系中的张量及其各类时间导数 .....	100
5.1 一般坐标系中的基量 .....	100
5.2 坐标变换, 张量及协变导数 .....	111
5.3 坐标系统 .....	119
5.4 变换时间导数的 Oldroyd 方程 .....	123
练习 .....	129
参考文献 .....	131
第六章 应变张量, 应力张量和它们的变化率 .....	132
6.1 应变张量 .....	132
6.2 各类应变率张量 .....	139
6.3 应力张量 .....	141
6.4 应力张量的各种变化率 .....	152
练习 .....	156
参考文献 .....	158
第七章 在有限变形下平衡的变分原理及分叉理论 .....	159
7.1 固体的弹性, 超弹性和亚弹性 .....	159
7.2 变分原理及应力与应变的共轭关系 .....	160
7.3 平衡的稳定性和分叉准则 .....	168
7.4 Lagrange 和逐级更新 Lagrange 系统中平衡和分叉的增量型	

变分原理 .....	177
7.5 大应变本构方程及数值计算步骤 .....	182
练习 .....	187
参考文献 .....	188
<b>第三部分 微结构力学及其应用</b> .....	<b>190</b>
<b>第八章 确定材料的总体力学行为与其微结构参数之间的</b> <b>关系</b> .....	<b>192</b>
8.1 “自治”原则 .....	192
8.2 塑性力学中的内变量 .....	195
8.3 用计算机模拟方法确定内变量 .....	196
练习 .....	199
参考文献 .....	200
<b>第九章 空洞的分析</b> .....	<b>201</b>
9.1 空洞的萌生和扩展的试验 .....	201
9.2 单级空洞效应的理论模型 .....	207
9.3 两级空洞效应的理论模型 .....	213
9.4 空洞化材料的宏观响应与力学和几何微观参数之间的关系 .....	223
9.5 基于微结构研究成果所设立的连续介质本构模型和失效准则 .....	228
9.6 空洞化损伤的三维分析及探讨应变加载模态影响的方法 .....	233
9.7 应变加载模态对空洞化损伤材料力学性能的影响及其与次级 空洞间的交互作用 .....	238
参考文献 .....	250
<b>第十章 剪切带状分叉</b> .....	<b>253</b>
10.1 材料分叉的原理 .....	254
10.2 平面应变条件下的局部化剪切带 .....	259
10.3 材料非均匀性或初始缺陷的影响 .....	264
10.4 轴对称加载下的局部化轴对称剪切带 .....	268
10.5 局部化曲线剪切带 .....	271

10.6	局部化剪切带的三维解	274
10.7	平面应变条件下扩散型剪切带的一维分析	276
10.8	平面应变条件下扩散型剪切带的二维分析	283
	参考文献	294
<b>第十一章</b>	<b>空洞和分叉的分析在金属板材成型中应用</b>	<b>296</b>
11.1	平面应力模型中空洞扩展效应	297
11.2	分叉分析	302
11.3	双相钢薄板成型实验与数值分析的比较	310
11.4	单向加载条件下平板的材料分叉	317
	参考文献	323
<b>第十二章</b>	<b>韧性断裂</b>	<b>325</b>
12.1	塑性可膨胀本构方程的论证	325
12.2	确定本构参数	331
12.3	韧性断裂的计算	336
12.4	韧性断裂的实验	341
	参考文献	344
<b>附录 A</b>	<b>弹性力学基本方程</b>	<b>346</b>
A.1	广义 Hooke 定律	346
A.2	平面问题	350
A.3	轴对称问题	353
A.4	弹性力学解的可叠加性和惟一性	355
A.5	St. Venant 原理	356
	练习	356
	参考文献	357
<b>附录 B</b>	<b>弹性力学变分原理及解法</b>	<b>358</b>
B.1	应变能和应变余能	358
B.2	虚位移和虚功原理	360
B.3	最小势能原理	360
B.4	最小余能原理	362
B.5	两个变分原理的关系	364

B.6 双变量广义变分原理 .....	365
B.7 基于变分原理的直接解法 .....	366
练习 .....	367
参考文献 .....	367

# 第一部分

---

## 小应变塑性力学

在工程结构和材料科学中,塑性力学是一个重要分支.对于工程结构而言,多余的塑性变形是不允许的.这一部分主要论述无限小变形,必要时也可以把这里的理论模型推广到大应变的情况,对材料进行塑性分析.

# 第一章 直角坐标系中的向量和张量

以数学形式描述和概括力学问题时,张量运算是一个非常有力的工具.“向量”这一概念被用来表示力或速度这类量时,不仅需要确定它们的大小也应标明其方向.一些更复杂的物理量就需要由多个向量的某种组合来表征.于是,“向量”概念又被推广为“张量”.本章将叙述如何以向量为基本单元来建立直角坐标系中的不变量,即张量.这些内容也可以作为在一般坐标系中建立张量问题的基础.

## 1.1 直角坐标与单位向量

直角坐标系的特点在于坐标轴线是三条相互垂直的直线,它们是处在互相垂直的三个平面的相交线上.按照右手法则,图 1.1 标出了三个单位向量  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ,它们的作用在于提供量测一个从原点  $O$  出发的无量纲的单位尺度.例如,在三维 Euclid(欧氏)空间中,任意一点  $P$  可以用位置向量  $\vec{S}$  来定义.按照指标符号,  $\vec{S}$  又

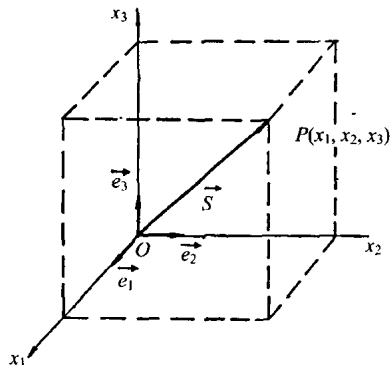


图 1.1 直角坐标系中的单位向量



可以分解为

$$\vec{S} = x_1 \vec{e}_1 + x_2 \vec{e}_2 + x_3 \vec{e}_3 = \sum_{i=1}^3 x_i \vec{e}_i \quad (1.1)$$

这里的符号  $x_i$  代表向量  $\vec{S}$  在各个坐标轴上的投影分量. 三个单位向量标定了这些分量的方向并提供了为量测含有长度量纲的  $x_1$ ,  $x_2$  和  $x_3$  所需要的单位度量.

### 1.1.1 连加惯例

为简化书写,目前大家公认的办法是按照 Einstein 的规定,在某一项目中,若某一指标重复两次则表示需要在整个指标范围内连加. 以(1.1)式为例,就可以简写作

$$\vec{S} = x_i \vec{e}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.2)$$

所重复的  $i$  与  $\sum_{i=1}^3$  的作用相同,并称作哑指标以区别于自由指标,后者在一项中仅出现一次因此不需要连加. 由此可见,任何一项中如有多于两个的相同指标就是错误的;个别情况出现三个或三个以上相同指标,要注明不作连加.

### 1.1.2 点积

两个向量  $\vec{U}$  和  $\vec{V}$  的点积定义为

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = |U| |V| \cos \alpha (= \vec{V} \cdot \vec{U}) \quad (1.3)$$

这里,  $|U|$  和  $|V|$  代表相应向量的绝对值,  $\alpha$  是两个向量间的夹角. 如用单位向量表示,则有

$$\begin{aligned} \vec{U} \cdot \vec{V} &= (U_1 \vec{e}_1 + U_2 \vec{e}_2 + U_3 \vec{e}_3) \cdot (V_1 \vec{e}_1 + V_2 \vec{e}_2 + V_3 \vec{e}_3) \\ &= U_1 V_1 + U_2 V_2 + U_3 V_3 = U_i V_i \end{aligned} \quad (1.4)$$

由式(1.3), (1.4)可见,点积的结果是一个标量,所以点积也称作标量(或内)积.