

Tongwang Guoji Kexue Aosai  
Jinpai Zhilu



# 通往国际科学“奥赛” 金牌之路

——数学“研究型教学”的成功实践

汪杰良 著

 复旦大学出版社

通往国际科学  
“奥赛”金牌之路  
——数学“研究型教学”的成功实践

汪杰良 著

復旦大學 出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

通往国际科学“奥赛”金牌之路——数学“研究型教学”的成功实践/汪杰良著.

—上海:复旦大学出版社,2010.5

(复旦大学附属中学“大视野”教育书系)

ISBN 978-7-309-07236-5

I. 通… II. 汪… III. 数学课-中学-教学参考资料 IV. G633.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第073227号

通往国际科学“奥赛”金牌之路——数学“研究型教学”的成功实践

汪杰良 著

出品人/贺圣遂 责任编辑/范仁梅

复旦大学出版社有限公司出版发行

上海市国权路579号 邮编:200433

网址:fupnet@fudanpress.com <http://www.fudanpress.com>

门市零售:86-21-65642857 团体订购:86-21-65118853

外埠邮购:86-21-65109143

上海申松立信印刷有限责任公司

开本 890×1240 1/32 印张 8.625 字数 228 千

2010年5月第1版第1次印刷

ISBN 978-7-309-07236-5/G·882

定价:25.00元

---

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社有限公司发行部调换。

版权所有 侵权必究

## 内 容 提 要

本书所展示的是作者在复旦大学附属中学的数学教学实践中,实施“研究型教学”的历程,讲述了作者与其学生多次获得国际、国内大奖的成功经验和卓有成效的具体做法。本书不是以华丽辞藻渲染的方式,而是以大量翔实的资料和所获的成果,以及一些亲身参与实验的学生的“现身说法”,“原汁原味”地再现了复旦大学附属中学为教师实施“研究型教学”和学生健康成长所营造的良好的环境氛围、作者自己的育人理念和不懈努力,以及学生们的奋力拼搏。书中还通过学生的描述和作者自己的域外见闻,介绍了国外中学和大学教育的具体做法,很值得人们深思。

人们常说,“失败是成功之母”,但事实上,成功更是成功之母。教师和学生取得成功的秘诀究竟何在?这还需要读者细细研读本书并从中揣摩。

本书适合广大初中学生、高中学生、大学生、学生家长、教师和广大教育工作者阅读和研究。

# 复旦大学附属中学“大视野”教育书系

总主编 郑方贤 王德耀

## 序

经过近 60 年坚韧不拔的努力,复旦大学附属中学已经初步发展成为一所特色鲜明、国际闻名的示范性品牌高中。很多国内外著名学校的师生、校长来复旦附中交流访问,在听课、座谈、参观之后,都提出希望能得到一套复旦附中的校本教材,以深入研究“复旦附中现象”。确实,通过教材,可以了解我们的办学思想、课程设置以及教学的设计、结构、内容与要求等等。2005 年我们曾经出过一套六本“校本课程选辑”,还是比较受欢迎的。在此基础上,我们计划在 2008—2010 年里再出一批。其目的主要有三:一、编写的过程就是笔者学习思考的过程,可以提升教师的专业水平和教学研究的能力,把他们个体手中的备课笔记整合成教研组集体的“讲义”,同时可以解决上课时多媒体技术使用日益频繁给学生记笔记带来不便等新问题,更方便他们自主学习(如预习和复习等);二、在提倡对通用教材二次开发的今天,各学校自编的校本教材五花八门、千姿百态,为便于同兄弟学校交流、分享教改成果,我们也应该出版一些基本成型的“讲义”;三、我们认为,这也是在记录我校教育发展的历程。透过这些书面的资料,促使我们自身理性地观察和对待学校近年的教育教学改革,积极推动高中素质教育的振兴,帮助我们不断迈向成功。

已经或将陆续出版的这套《复旦大学附属中学“大视野”教育书系》,其宗旨在于“凸显教育眼光的开阔和深远,体现通识教育的理念”,也是对复旦附中教师长年教育教学实践智慧的总结,是真正意义上的

“校本”；尤其是展现了复旦附中师生的教与学水平和教育方式方法，可以说，呈现给大家的是一份真切的“实惠”。但对某些学校而言未必适用，仅供参考之用。另外，限于编辑时间和各自的理解能力，我们展现给大家的只是部分思考心得，更多的切入点有待我们进一步挖掘，这是我们的愿望及努力方向。书中的疏漏之处，还望读者指正！

谢应平

2008年7月22日



## 序 二

创新型教育与创新型人才培养在我国当今乃至今后相当长的一段时间内是大家非常关注的热点和讨论的议题。之所以我们当前比历史上任何一个时期都重视创新型教育与创新型人才培养,是因为我国的科技力量在应对世界范围内科技迅猛发展所带来的挑战过程中,尚未对综合国力的提高做出应有的贡献或者发挥应有的引领、支撑作用;是因为我国尚缺乏立足于本土并成长为创新型领袖级国际一流科学家而急切要求对现行教育体制、教学模式与人才培养体系进行改革的渴望;更是因为当前全国上下实施科教兴国战略和人才强国战略以建设创新型国家而对具有创新型科学思想和掌握关键核心技术人才的期盼。其实,大家质疑的核心问题是:我国的教育体系到底怎么了?为什么长期以来培养不出创新型拔尖人才?这个著名的“钱学森之问”令人深思,也催人奋进。

当我看到由复旦大学附属中学数学教师汪杰良先生编著的《通往国际科学“奥数”金牌之路——数学“研究型教学”的成功实践》一书时,我感到了震撼,也看到了希望。震撼之处在于汪杰良老师十几年来一直坚持自己的因材施教的英才教育理念,并努力探索出了一套成功培养多名有才华、有理想的中学毕业生的数学教学模式;书中内容反映出的数学“研究型教学”方法的成效和透射出的教育工作者对于责任的自主思考与实践精神,使我仿佛看到了一位极具创新思维的教师和一群极具创新潜质的学生,他们相互激励,学生的创造力得以张扬和发展并

受益终身,同时也使我看到了我国未来基础教育和创新型人才培养必将繁荣昌盛的希望。毕竟高等教育依赖于学生在中学阶段所接受的科学熏陶与基本素质的培养,目前我国高等教育之所以面临难以培养创新型人才的种种质疑,在很大程度上也是因为学生们从小学到中学接受的多是应试教育,以至于到了大学阶段才真正发现原本应该提倡和注重培育的创新意识、创新精神和创新能力已经被压制,甚至被扼杀了。令人欣喜的是,汪杰良老师积极实践的数学“研究型教学”,通过课外讲座和针对某个命题让学生充分自主思考、然后写出带有自己观点和体现智慧的“小论文”,这既培养了学生的创新意识,又激发了学生的创新热情和精神,也锻炼和提升了学生的创新能力。经过汪杰良老师教学培养的学生最终有多名成为国内外名校的理科博士和有所成就的专家学者,这充分展示了汪杰良的“研究型教学”的科学性、成效性和可行性,值得敬贺!

我们每个学者都经历过中学阶段,相信每个人的心中对于中学老师的风范甚至轶事都有着刻骨铭心的记忆,在人生的道路上越来越体会到中学时代所树立的精神和养成的人格对于自己成就事业具有深远的影响。可贵的是,汪杰良老师对学生们的带教,不仅仅是解题的技巧、思维的方法的培训,而且是超越了知识传授之外的一种能力与素质的全面培养以及人格与精神追求的启迪。真切地期望我国的中学教育工作者能够有这样的高远境界与先进理念,积极探索适合于我国国情的行之有效的中学教育模式,开创创新型教育新体制,为我国造就更多的利国利民的创新型人才而做出更大的贡献。

中国工程院院士  
第二军医大学副校长  
中国免疫学会理事长  
曹雪涛

2010年4月28日于上海

## 序 三

建设创新型国家是党中央的既定国策。它关系到中华民族在 21 世纪的激烈竞争中能否立于不败之地而自立于世界民族之林、成为世界强国的大事。为此,我们需要一大批有创新思维的精英人才,去抢占世界科学技术的制高点。这是一项百年大计。为什么我们的学校培养不出杰出人才?钱学森先生的这一发问震撼了整个教育界和科技界。问题还得从源头抓起。作为一切科学与技术基础的数学科学以及与此相关的数学基础教育自然成为人们反思的焦点。数学教育在提高全民族的素质中至关重要,起着其他学科无法替代的作用。60 多年来,我国在数学基础教育方面,特别是在加强基础、大面积提高受教育者的数学能力方面,积累了丰富的经验,成效显著,为世人所称道。但是,由于众所周知的原因,“应试教育”严重地影响了我国基础教育的各个领域。原本可以活跃学生思维、提高学生逻辑推理能力和求知欲,从而激发学生潜在的创新意识的数学教育被“题海战术”的低水平、机械式的反复操练所替代。生动有趣的数学变得枯燥而乏味。无怪乎,在“奥数”中获得各种奖牌的学生在进入大学数学系后有数量不小的一部分人产生了厌倦的情绪,对数学失去了兴趣。这种现象在我国各重点大学中屡见不鲜。很难想象完全靠着复习提纲和题库,没有起码的自我梳理和反思而走完了 12 年中小学学习历程的一代学生,在未来的大学学习和工作中会有创新的思维,更不用说有创新的能力。如何脚踏实地地变“应试教育”为“素质教育”,是当前制定我国中长期教育规划必须解决

的大问题。事实上,在“钱学森之问”提出以前,在各条战线上,已有很多的教育工作者在反思我们的教育理念,探索回归符合教育规律的种种渠道,在第一线实实在在地进行实践,而不是停留在教育理论上的中西方比较或“口号式”的宣传,为国家踏踏实实地培养了一批优秀的人才。

七八年前因为工作的关系我就知道汪杰良先生在“研究型教学”方面做了大量工作,在教学工作中我也接触到他在本书中所提到的他所培养的若干优秀学生(当然,这些学生的成长也离不开其他老师的辛勤教育)。在几乎人人抱着功利心谈论“奥数”的今天,浏览《通往国际科学“奥数”金牌之路》一书,有一种清新扑鼻的感觉。汪杰良先生在如何用好第二课堂进行因材施教方面是有独到之处的。例如,他对学有余力的学生开设内容丰富的数学讲座,培养学生对数学乃至对科学的兴趣。又如,他通过一对一的面谈的方式,他引导学生自己去查资料、提出问题、确定课题、找出解法的“课题研究—论文撰写”的训练过程,培养了学生的自学能力、提出问题和解决问题的能力,也激发了学生潜在的创新意识。应当说,汪杰良先生的这些实践是很有成效的。百花齐放,百家争鸣!《通往国际科学“奥数”金牌之路》一书,是我国教育改革的百花园中一朵引人注目的花朵。在探索基础教育中如何培养学生的创造性意识和创新能力时,我认为:这是一本很有价值的参考书。

洪家兴<sup>①</sup>

2010年5月1日

---

<sup>①</sup> 洪家兴,中国科学院院士,复旦大学数学研究所所长,复旦大学数学科学研究院首任院长,原上海市数学学会理事长,教授、博士生导师。

## 序 四

早在 20 世纪的 20 年代，毛泽东主席在《沁园春·长沙》一诗中，就大声发问：“问苍茫大地，谁主沉浮”？1949 年的 10 月，他在天安门上宣布：“中国人民从此站起来了”！作了一个圆满的回答。我们站起来了，掌握了自己的前途和命运，“从今走向繁荣富强”。60 年过去了，我们现在怎么样？确实，我国的经济、文化、科技、教育、体育、国防得到了巨大的发展，人民能够得到温饱，然而，我们仍然是一个发展中国家。许多事情，看来很大，然而分子大，分母也大，所以就怕“平均”，一平均就会发现，我们离发达国家距离尚远，距离强国的水平更远！

建设一个强大国家的梦，我们做得太久了！

要建设一个强大的国家，既要普及教育，提高全民族的文化素质；又要培育精英人才，抢占世界科学技术的制高点。60 年的艰苦奋斗，我们做到了教育的普及，全民族的文化素质正在稳步提高，可是精英人才，特别是科学技术方面的英才呢？60 年来我们做得怎么样了？

我们知道，今年 10 月 31 日，国人引以为豪的科学的骄子，民族的脊梁与知识分子的典范，被誉为“中国航天之父”的著名科学家钱学森在北京辞世，辞世前，钱老曾通过工作人员向温总理提出过一个问题：为什么现在我们的学校，总是培养不出杰出人才？这振聋发聩的一问，震撼了中华大地，深深刺痛了我们民族的心，中华民族仰望国家的繁荣富强，期盼振兴，时日久矣，究竟哪里出了问题？

据温总理的回忆，钱老在 2005 年是这样说的：“现在中国没有完全

发展起来,一个重要的原因,是没有一所大学能够按照培养科学技术发现创造人才的模式去办学,没有自己独特的创新的东西,老是冒不出杰出人才。”是的,冒不出杰出人才是在高等教育这个环节出了问题。

然而,如果没有优秀中学,每年输送“基础扎实、训练有素、富于理想、充满朝气、带有灵气的中学毕业生”,那么高等学校也难为无米之炊。

经过这样的分析,就能体味到“钱学森之问”决非只是问责于高校,中小学也有“份儿”!我们广大的中小学教师和教育工作者,并没有以“钱学森之问”为“武器”,专门去指责别人,而是以“钱学森之问”为契机反思自己的工作,以求改进。拿数学教育来说,据我了解,许多数学家、数学教育工作者和数学名师,都做了这样的反思。

事实上,60年来,我们确实有一大批优秀的中小学在优秀学生的培养、英才学生的教育方面,做出了很大成绩,也积累了宝贵的经验。

我们面前的这本著作就是一部成功之作,是在数学教育中,成功实施“研究型教学”培养数学英才的经历的真实记录。

汪杰良是复旦大学附属中学(简称复旦附中)一位资深的数学教师。自1997年以来,他认真贯彻复旦附中的办学方略,在教学中进行“研究型教学”实验,和学生一块,边实施边改进。他所教授的几届学生中,有200多人次获国际、全国和上海市各类竞赛的奖项。其中,王之任、姚周率、张宁、袁扬舟、朱欣然、李诚等同学以其所撰写的论文,先后5次代表中国国家队,参加由美国主办的英特尔国际科学与工程大奖赛并获奖;沈毅同学以其撰写的数学论文代表上海队参加亚洲太平洋经济合作组织青年科学节学生论坛,获动手创新实践演示一等奖,为国家和学校争了光,同时,在任课教师的共同努力下,毕业生中的绝大多数,考入或免试进入清华、北大、复旦、交大以及国外名牌大学,且在学习中多为拔尖学生。

任何成功都是有原因的。一而再,再而三,屡屡成功,决不是偶然因素所致,而是某种必然的稳定的因素造成的,这种因素是什么?

《通往国际科学“奥数”金牌之路》一书,就通过成功者们“现身说

法”的形式,回答了这个问题,确切地描述了“研究型教学”成功地培养数学(不仅数学)优秀人才的途径,“研究型教学”是在数学教育教学中的一种创新,这种创新使它同通常的各种数学教育方式、教学方法的区别至少有如下几点。

第一,教学对象和目标不同。它不是面向全体学生,而是面向从全体学生中涌现出来的数学爱好者且自愿参与的人,教学目的不是单纯提升应试能力,瞄准的目标不是高考和奥数竞赛,而是综合的科学素养和科学研究的能力(初步的),高考、数学竞赛只不过是他们小试牛刀的平台。

第二,教学的过程不同。首先,在日常教学中,狠抓基础,抓知识的完整性、系统性、深刻性。要求学生必须认真做基础题目(要求大家学会波利亚的“一般解题方法即研究式解题法”),而不是为了赶进度,对基本的东西丢三落四,这种傻事是绝对不可以做的。同时,要求学生自己养成自学能力,那些有兴趣、学有余力的同学,可自学数学,阅读课外读物,通过自行归纳小结,写小论文,加深理解,把知识系统化;同时,利用第二课堂,为学生开设内容丰富多样的数学讲座(如数学史、数学思想方法、数学经典内容的发明、发现的故事,数学大师,数学哲学与数学方法论,合情与演绎推理,等等)开阔视野,进一步激发他们的兴趣,以促进数学特长生、痴情者的涌现。

第三,特别突出运用“课题研究——论文撰写”。丢弃大题量和题型训练这些智力参与水平不高的教学方式,而采用引导学生选择确定课题,帮助他们提出一系列问题;通过查阅资料,比较研究,或通过联想和猜想,推测新的结论和成果,再设法检验和证明;最后,将成果撰写成论文。这样的方式,是贴近数学科学研究的方式,从而使学生的智力充分地参与,其中既要用到合情推理,又要运用演绎推理,必要时还有辩证思维参与其中。要克服困难就要坚定信心,选择正确的策略和方向,改进和规范行为方式,从而体现数学研究的文化价值。如果结论比较抽象,则可以考虑“可视化”问题;若结果是公式或算法,则考虑能否编程计算,以判断方法之优劣。

当然,指导学生进行研究型学习并获得成功是不容易的。一是要有奉献精神,因为在摸着石头过河时,成败尚在两可之间,若从任何功利的目的出发,都是不可能坚持的;二是有丰富的初等数学研究的经历,有发明、发现的体验,从而知道如何下手,面对困难知道怎样突破,怎样捕捉思维火花和预示前进方向的迹象,以使用时指点;三是要有见识,这样才能帮助学生确定恰当的选题,指出有希望的研究方向。为此,汪杰良老师一直在做着准备,在知识、理念和技能三项更新方面,下了很大功夫,从而获得了成功。

当然,获得了初步的成功,并不说明“研究型教学”方式已经尽善尽美,而只是说明这是一种很有价值、很可贵的教学方式,在我们当前进行数学英才教育时,可以运用这种方式,同时要研究这种方式,改进这种方式,以使之更成熟、更完善。另外,本书的写作采用“让学生现身说法”的方式,这种近乎“原生态”的叙述,虽有原汁原味、读来亲切感人的优点,但也有不连贯、欠系统之虞,因而尚待改进。至于培训学生时到底用了什么内容,这也许是大家十分关切的。对此,作者已做了细致的准备,但限于篇幅,只好缺如,有待续篇。

自然还要指出一点,我国有很多优良中学,在英才教育培养方面,业绩斐然。将你们成功的经验、做法,像本书一样,写成专著,以供天下共享,是我们的不情之请。

最后,我确信汪杰良老师的话:也许,我们一不小心,像陶哲轩那样的数学英才,就会在我们这里冒出来。

杨 之

2009年11月28日于天津



## Preface

## 前 言

在我的经历中,曾任中国教育学会中学数学教学委员会的两位理事长张孝达、张玺恩于1996年分别给我来信,对我所寄予的期望和激励使我至今记忆犹新。我深深感到:我国缺乏对英才教育长期的、跟踪性的实验,我要尝试、实践。

我于1997年进入复旦附中任教,特别关注尖子生的培养,不断地有一些学生脱颖而出,写出有价值、有新意的小论文,在国内外获奖,这是什么原因呢?当然,是由于复旦附中优良的教学传统和先进科学的办学方针的指导。同时,我对自己的教学,也进行了深刻的反思,包括倾听学校领导、同事,以及学生家长的反映,这与我所实施的“研究型教学”(引导学生进行探究性学习)密切相关。

我的“研究型教学”的思想,大致有两个来源。

一是我自己做初等数学研究的体会,还在学生时代,我就从美籍匈牙利数学教育家波利亚的著作中,读到了他的名言:“最好的就是自己的发现。”运用波利亚的《解题表》解数学题实际上是一种研究式解题的方法:弄清题意,要靠深入钻研;拟订和执行方案,又要通过实验、归纳、类比、联想、猜想、检验,更是个研究过程;解完题之后,还要沟通验证和反思,分析全过程,并弄清楚题目的结论、过程、方法及能否在解其他题目时加以应用。这些使我逐渐养成了研究和反思的习惯。

当教师之后,我结合备课、给学生答疑的机会,常常提出一些问题并加以研究,先后撰写并发表论文50多篇,出版论著8部。其中,《等