



雷劈的真相

Struck By Lightning
The Curious World Of Probabilities

神奇的概率事件

杰弗里·S·罗森塔尔 著

吴闻 译

用概率轻松揭开头条新闻、
彩票巨奖、赌场赚钱背后隐藏的真相



上海科技教育出版社

雷劈的真相：

神奇的概率事件

◎ 杰弗里·S·罗森塔尔 著

◎ 吴闻 译

Struck By Lightning

The Curious World of Probabilities

上海科技教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

雷劈的真相:神奇的概率事件/(美)罗森塔尔(Rosenthal, J.S.)著;吴闻译. —上海:上海科技教育出版社,2013.1
(大开眼界的数学)

书名原文:Struck by Lightning:the Curious World of Probabilities

ISBN 978-7-5428-5415-5

I. ①雷… II. ①罗… ②吴… III. ①概率—普及读物
IV. ①0211.1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第120313号

目录

1	1. 无处不在的概率
7	2. 巧合与意外
23	3. 为什么赌场总是赢
43	4. 桥牌、扑克和21点中的概率
63	5. 最卑鄙的谋杀
79	6. 怎样做决定
97	7. 研究表明的背后
119	8. 概率极小的意义
137	9. 濒临倒闭的赌场
151	10. 民意调查结果的真实含义
171	11. 误差幅度的秘密
185	12. 来帮忙的不确定性朋友
203	13. 生物学中的随机性
217	14. 狡猾的蒙提霍尔
233	15. 如何拦截垃圾邮件
249	16. 随机性产生的原因
263	17. 你有概率视角吗
269	致谢
271	后记(一)
274	后记(二)

1 无处不在的概率



在哈佛大学读研究生时，我预定了飞往纽约肯尼迪机场的航班，去看望亲戚。可就在这次旅程开始前的一个星期，肯尼迪机场出了一件大事：阿维安卡航空公司的一架飞机降落失败，再次降落时燃油用尽，结果飞机坠毁，73人遇难。

得知此消息，我很震惊。我怎能在这样一场悲剧发生后的短短一周后就飞往肯尼迪机场呢？那肯定不安全。我得取消旅程。

为使自己平静下来，我试着作了一番逻辑上的思考。当时，我正在写与概率论有关的博士论文。不过我所研究的东西太理论化了，与日常生活没有什么联系。那些抽象的知识能不能应用到这一非常具体的情境中来呢？

我飞快地算了算。每星期飞往肯尼迪机场的航班约有5000个。所以，即使造成这一坠机事件的过错多数是在机场一方（实际可能不是），即使我知道下星期的某个时候这个机场还要出一次事故（实际我不知道），我乘坐的那个航班出事的概率也只有 $1/5000$ 。

$1/5000$ 的概率不小也不大，但它足以让我相信我那个航班可能没事。于是我按计划飞往纽约。感谢概率论，我一路平安。

在这次纽约大冒险多年之后，我开始意识到，我们都常常会遭遇到与随机性和不确定性有关的情境及选择。如果能够对怎样把概率论的知识应用于日常生活有一个基本的了解，就可以帮助我们搞清所处的状况，去除不必要的恐惧，抓住随机性向我们提供的机会，好好地享受所面临的不确定性带给我们的乐趣。

对于随机性，人们总是既爱又怕。一方面，一场意料之外的晚会让我们狂喜，一次浪漫的邂逅让我们醉心，一本扣人心弦的侦探小说让我们沉迷，一幅即将完成的画卷让我们憧憬。还有各种奇怪的巧合、惊人的相似，也让人感到不可言说的欣悦。城里那些严肃

呆板老于世故的人,潇洒地在彩票、赛马和股市上一掷千金。上班族在结束一天繁忙工作之后,快活地玩着牌,掷着骰子打着赌。《卡萨布兰卡》(*Casablanca*)中的那个变化不定难以捉摸的里克(亨弗莱·鲍嘉饰),比起那个英勇不屈气概非凡的——但也是墨守成规的——维克多(保罗·亨雷德饰),更能赢得观众的喜爱。

另一方面,人们也颇为痛恨不确定性的阴暗面。从癌症到非典型性肺炎(SARS)之类疾病的袭来可说是没有任何明显的规律,使得生命毁灭,医学受挫。还有恐怖活动、空难、桥梁坍塌,我们永远都不知道下一个遇难的是谁。甚至天气有时也会突然出乎意料成为杀手,或者把一场室外婚礼搞得一团糟。成功的政治家好唱高调,宣称对一切事情都信心满满,那只是为了让我们忘记他们(还有我们)在处置大多数最终带有随机性的国家大事时的无能。

随机性常常是不好也不坏,只是让人困惑。我们被告知:民意调查的结果准确到“4个百分点以内,20次中有19次是这样”;有一项研究“证明”某种药物有效,某些生活方式不好;约某人某天出去其实“不会有什么损失”,尽管你很紧张,被拒绝的可能性让你觉得可怕。我们还会被告知“今天有40%的概率会下雨”,诊断疾病时有“假阳性”的风险。到底应该怎样看待这种概率性呢?或者说,这种概率性的真实含义是什么?对此我们并不是很清楚。

我们这个世界本质上来说是随机性的,但是我们常常会无视或歪曲这一点。我们相信是上帝故意用改变天气来惩罚我们,或以为数数花瓣就知道“她爱我还是不爱我”。在莎士比亚(Shakespeare)的戏剧《恺撒大帝》(*Julius Caesar*)中,卡西乌斯就否认命运对人的影响,他说:“亲爱的布鲁图,要是我们受制于人,那错处并不在我

们的命运,而在我们自己。”^①电影中,叼着雪茄的牛仔完全凭借意志力就能抓到一手同花顺。影片《倒霉鬼》(*The Cooler*)中,伯尼(威廉姆·H·梅西饰)站在谁身边,谁就要输钱。《星球大战》(*Star Wars*)中的流氓英雄汉·索洛(哈里森·福特饰)在机器人警告他成功飞越一片小行星带的可能性大小只有大约1/3720时,嘲弄道:“不要跟我提什么可能性!”

但现实情况是,随机性是躲不过去的。生活中的很多方面都取决于并不能完全由我们控制的事情,这就是不确定性。我们有两个选择:要么向不确定性投降,要么学会理解它。走后一条路,我们会作出更明智的选择,并利用这种不确定性达到自己的目的。

通过下面列举的一些生活中的情境,你会发现,对不确定性和概率性的理解可能有助于我们应对这些情境。

你正打算去国外旅行,但那里关于恐怖活动的报道又让你迟疑。去还是不去?其实,只要对概率论稍有了解,你就能估计行程中遭遇恐怖活动的风险有多大,然后作出相应的决定。

为了保证网上交易的安全性,你需要一个密码。如果随便编一个密码,不良分子可能会分析你的心理,猜出密码,窃取机密。另一方面,如果利用随机性来生成密码,即便是最狡猾的坏蛋也可能几乎束手无策。现代计算机就是这样时时在运用随机性。

在和一个聪明的对手在智力上一比高下时,怎样才能不输。可以利用随机性设计一个纳什均衡策略,这样,对手除了猜就没有更好的办法了。

当地警察局局长和政客都宣称犯罪行为已失控,需要投入更

^① 卡西乌斯(Gaius Cassius Longinus),古罗马将军,刺杀恺撒的主谋之一。布鲁图(Marcus Junius Brutus),恺撒时期的元老议员之一,参与刺杀恺撒。他曾留下一句名言:“我爱恺撒,我更爱罗马。”——译者

多的资金来确保法律的执行。你可以应用线性回归的方法,对犯罪行为是否确实在增多作出自己的判断。

你想约办公室里的那位漂亮女会计出去,可又担心她会拒绝你,甚至也许会埋怨你。试试效用理论,它能量化你关于向往、害怕这样的感受,然后你再算算,看看打那个电话是否值得。

医生建议你必须用某种药——最新的医学研究已证明这种药绝对有效。考虑一下这项研究的倾向性以及 p 值(p -value),然后你就可以自己决定是否接受。

有竞争对手嘲笑说,你那风险投资成功的可能性还没被闪电击中大呢。对有关数据稍加分析就能发现,因被闪电击中而身亡的可能性实际上是多么小。那位对手的话全是一派胡言。

那么多垃圾邮件让人不胜其烦,你希望用什么办法来阻挡它们。概率论可以帮助计算机把垃圾邮件与真正的邮件分别开来,你的邮箱就不会总是塞得那么满了。

有一天,你发现有三个人都把头发染成了绿色。这是一种新时尚吗?按泊松簇一概念来看,随机事件往往会扎堆发生,许多看似惊人的巧合或风尚其实纯属偶然,没有任何意义或者影响。

有个朋友想用“蒙提·霍尔问题”来难住你:如果你已经知道3号门后面是空的,那么另外两扇门中哪一扇的后面更有可能藏着一辆小汽车呢?根据条件概率的理论,你可以算出所有的可能性,从而作出正确的选择。

你写了一首很棒的歌,可又担心别人也许已经写过完全相同的一首歌。概率论对于判断是否唯一提供了一种有用的视角,从而确保你写的那首歌确实是新的。

建造桥梁、进行医学研究以及设计核反应堆都要求计算一些很复杂的量,你知道科学家和工程师是如何处理的吗?蒙特卡罗取

样利用随机性,就可以在高速计算机上计算诸多这样的量。

玩牌时是否下注?玩大富翁时要买多少房子?你得作出决定。概率论在策略上对机遇游戏提供了很多有用的看法,它们能让你成为游戏中的常胜将军。

这样的情境有很多且各种各样,它们有一个共同点——无论在何种情境,懂得概率、随机性和不确定性的知识,我们就能够更好地作出决定,更清楚地了解我们周围的世界。以对随机性进行理性的思考而不是任由情感摆布为基础的“概率视角”去观察随机性,那么即使是简单的概率计算也能让我们减轻压力,认清选择。

尽管没人能对不确定的事作出完全精准的预测,但是我们至少能去理解这种不确定性本身。本书将讨论与许多不同事件有关的概率问题。对于各种结果出现的可能性进行逻辑思考,我们就能作出更好的决定,更深入地了解我们的生活,从而更好地应对所面临的不确定性,甚至学会去享受它们。

所以,下一次如果你女儿坐飞机回家时遇到雷暴天气,不要惊慌,不要绝望,也不要去想象那些可怕的事故场景。相反,想想概率的视角,想想每年单是美国本土就大约有一千万架商务航班(其中有许多正好遇到暴风雨)起降,而导致人员伤亡的飞行事故平均只会发生5起。你女儿乘坐的航班哪怕只造成一人死亡,这种事情发生的可能性也只有二百万分之一。这就等于不会发生。

担心没有必要,享受这一时刻吧。热切地期盼她回来,做好她爱吃的饭菜,再准备一盘机遇游戏,玩牌或掷骰子。想想随机性给我们的日常生活带来的乐趣和刺激。

最后,女儿顺利到家,有点出汗,非常饥饿,但平安无事。你一定要给她一个有力的拥抱噢!

2 巧合与意外



我们常常会碰到乍一看令人震惊的巧合。你和3位朋友一起吃饭,结果发现4人穿了同样颜色的衣服。你梦见自己的孙子,第二天他就突然打来电话。你的两位同事在同一天都接到要去参加陪审团的通知。你发现你老板的新娘和你是小学同学。这些事情让我们或惊或喜,或疑或思。但怎么会是这样的呢?

从概率的视角来看,我们首先应该问,这样的事难道不可能发生吗?所谓巧合,实属平常还是真的惊人?

多少分之一?

对个人来说,在某种情况下,所发生的任何事都是意料之外的。

“令人震惊”的彩票大奖得主

“我不信!”珍妮弗叫道,“小小的斯莫尔镇来的约翰·史密斯竟然赢得了彩票大奖!”

“哇,真牛!”你小心应道,“你认识他吗?”

“不认识,真不幸。”

“你以前听说过他吗?”

“没有,从来没有。”

“你以前去过斯莫尔镇吗?”

“没有。”

“那你为什么这么惊讶呢?”

“因为赢得彩票大奖的可能性只有约一千四百万分之一。”珍妮弗以权威的口气说道,“偏偏约翰·史密斯那家伙赢得了!”

不管是哪种商业型彩票,要赢得大奖几乎都是不可能的。但是,每天都有数百万的人买彩票,他们中通常又至少有一人会中奖。这倒一点也不会让我们吃惊,为什么呢?因为数百万人中才有

一人赢得了大奖。每人都有数百万分之一的机会赢得大奖,所以当然通常会有某个人赢得啦。

将一枚硬币连掷10次,如果每次都是正面朝上,那可是非常惊人的,因为这种事情发生的概率只有 $1/1024$ (每次掷硬币,正面朝上的概率都是 $1/2$,连乘10次)——不到0.1%。然而,如果你一整个下午不停地掷同一枚硬币,几个小时以后终于发现接连有10次正面朝上,那就一点也不奇怪了,因为那是必然之事。

所以,当有朋友告诉你一项惊人的发现时,你首先要问自己,概率是多少?也就是说,总共有多少次不同的机会让这件事——或其他类似的意外之事——发生?

迪斯尼乐园里的巧遇(一个真实的故事)

在我14岁时,我们全家曾到佛罗里达州奥兰多市的迪斯尼乐园游玩。两天的时间里,我们乘坐了可怕的过山车和缓慢的小火车,看到了闹鬼的房子、会唱歌的木偶,还吃了很多垃圾食品。意外的是,在数千陌生人当中,我们竟然遇到了父亲的堂兄菲尔一家。他们住在康涅狄格州,我们谁也没有想到会在佛罗里达州碰到。这样的巧遇让我们全都大吃一惊。

这到底有多令人震惊呢?当时美国有两亿三千万人口,所以在迪斯尼乐园里随便选一个人,他恰好就是我父亲的堂兄菲尔的可能性只有两亿三千万分之一——小得让人难以想象。不过,在迪斯尼乐园的两天时间里,我们在排队等待各种游乐项目时碰到过许多不同的陌生人。算下来至少有两千人曾与我们碰面,甚至认识,而他们中任何一人都可能会是菲尔。所以,遇到菲尔的可能性马上就增加了2000倍,变成十一万五千分之一了。

但是菲尔堂兄并不是我们唯一可能会遇到的人。我父亲的其

他堂表兄弟,我母亲的堂表兄弟,或许还有其他亲戚。此外,还有我们的朋友、同事、邻居、同学、朋友的亲戚、邻居的朋友,等等。至少有500个像菲尔那样的人,这种相遇同样会让人大吃一惊。这就让相遇的可能性又增加了500倍,变成 $1/230$ 了。

当然, $1/230$ 连 $1/100$ 的一半还不到。所以在迪斯尼乐园玩,大多数时候可能一个认识的人也碰不到。但在一生的旅行、参观和探险中,你一定会不时地与某人不期而遇。这其实并不那么令人吃惊。

“多少分之一”这个问题会以不同的方式出现。例如,有位朋友告诉我,就在她父亲去世前的那个晚上,父亲出现在她梦中,神色异常平静。有人可能会想,这个梦表明我那位朋友似乎“知道”她父亲要死了,或者甚至会想,这是她的父亲于500千米以外在潜意识里与她交流。

也许是这样吧。不过另一种解释是,我们每天晚上都会做很多梦。其中最有可能想得起或记得住或会与别人谈论的,正是这些与别的事情有着令人惊异的联系的梦。暂且假设我那位朋友每50个晚上会做一个梦见她父亲的梦。那么她在父亲去世前的那个晚上,正好梦见他的可能性只有 $1/50$ 。然而,在她的一生中,某个时间点做某个与某些事情有关的梦的可能性却大得多。所以,问题在于,总共多少个梦里面才会有一个令人印象深刻的梦?

诺贝尔奖得主、物理学家费恩曼(Richard Feynman)曾记录下在学生时期发生的一件事。一天,突然有一种感觉告诉他,祖母死了。就在那时,电话响了。他的预感是真的吗?他的祖母死了吗?不,电话是找另一个学生的,费恩曼的祖母还是好好的。这一故事很好地说明了尽管我们经常会有预感、会做梦、会作推测,但那些与现实不符的往往会忘掉。偶而有一次成为现实,我们就会忘记这只是

许多预感中的一个,因此结果就显得令人惊讶了。

现在考虑一个经典的物理问题。取一小杯水倒入海里。渐渐地,水流、浪潮、下雨、蒸发就把世界上所有的水混在了一起。5年后,你到世界另一面的某处海边,再取一小杯水。那么,前一杯水中的水分子,现在有多少出现在后一杯水中呢?

全世界的海水约有10亿立方千米之多。相比之下,一杯水简直不值一提;它在1后面跟22个零这么一个总份数中大约占两份。前一杯水中的任何一个特定的水分子会在后一杯水中出现的可能性相当于这么一个分数,分母是1后面跟22个零,分子是2。这个概率实际上趋近于零。

另一方面,水分子又小得难以想象,即使只有一杯水,里面的水分子也多得不得了——大概有1后面跟25个零那么多。事实上,正因为前一杯水中有这么多的水分子,5年后,全凭偶然,它们中还是会有1000多个水分子会出现在后一杯水中。1000个水分子现在听上去好像很多,但它们是多少分之一呢?

我们能用类似的理性概率逻辑来分析神奇的爱情吗?许多人都有这样的经历,他们未来的伴侣是在一种很不可能的场景下“碰巧”遇上的。拿我自己来说,尽管我的妻子玛格丽特(Margaret)和我以前曾在一个晚会上照过面,我们之间的爱情却是在别一时空开始的。有天下午,我碰巧陪一个朋友去邮局寄包裹,他也是碰巧给一个同事帮忙。当时,玛格丽特也是碰巧提前下班,又碰巧要去邮局办点私事,而她去的邮局又碰巧与我们去的是同一家(这个邮局离她家与她工作的地方都不近)。

我陪朋友去办事的概率有多大?玛格丽特当天也去同一家邮局的概率有多大?在那天的同一时刻我们都在那里的概率有多大?

将所有这些因子乘在一起就可得出，我和玛格丽特在那天相遇的概率最多只有数十万分之一。

但它就是发生了。我该怎么解释呢？噢，我可以坚持说，即使我们没有在邮局相遇，以后的某一天也会在别处相遇，比如另一个晚上。我也可以断言，在我每星期的东奔西跑当中，某些时候肯定会遇到什么趣事。我也可以冷静地宣称，每个人事实上都有许多潜在的合适的伴侣，早晚你总会遇到其中的一个。不过，以上的这些说辞好像都不怎么令人信服。我猜我只是一个幸运的家伙罢了。

朋友的朋友的朋友

有时我们会发现一些关系链，表面看来颇为惊人。比如，你发现隔壁邻居是你兄弟的管家的堂兄。对此，我们什么时候该感到惊讶、什么时候又不该感到惊讶呢？

有些关系链更有趣。在影片《星球大战》里面，邪恶的达斯·维德(Darth Vader)向英雄卢克·天行者(Luke Skywalker)宣称“我是你父亲”时，这一关系的揭示出人意料，令人印象深刻。在此片的搞笑版、布鲁克斯(Mel Brooks)的《星球歪传》(Spaceballs)里，达克·赫尔米特勋爵(Lord Dark Helmet)说“我是你父亲的兄弟的侄子的堂兄的前室友时”就很平凡(从而成为一处笑点)。对这两句听上去相似的道白，我们的反应为什么会如此不同呢？

我们再来解释一下，这种关系的概率是多少？每人都只有一位父亲。对于我们来说，尽管与父亲同等重要的人物可能还有母亲、兄弟姐妹、子女、甚至终身密友，但父亲的地位仍非常崇高，在近亲中肯定可以排在前十位。所以，如果我们的头号大敌关系与我们这么近，那当然就非常令人震惊了。另一方面，对于我们来说，有许多

人的重要性等同于我们“父亲的兄弟的侄子的堂兄的前室友”。所以，当达克·赫尔米特勋爵说出他是关系这么远的一个角色时，我们只会当他是非常庞大的关系群中的一人。没有理由为此惊讶，我们也确实没有惊讶。不过，和我们的关系与此类似的人到底有多少？能与我们通过较短的关系链相联系的人又有多少？

这一问题与六度分隔现象有关，该理论源于哈佛大学心理学家米尔格朗(Stanley Milgram)在1967年做的一个实验。他把包裹寄给在堪萨斯州和内布拉斯加州随机选出的一些人，要求他们尽量把包裹转寄给住在马萨诸塞州的某个指定的人。问题是，转寄包裹的人只知道收包裹者的姓氏。^①所以，堪萨斯州转寄包裹的人就要考虑：我有哪个熟人可能会与另一个人相熟，那个人又与别的某人相熟，别的某人最后又与马萨诸塞州的目标人物相熟？

米尔格朗发现，每个成功寄到的包裹平均要经过6个人的手。“六度分隔”的概念就是这样产生的，它激起了人们极大的好奇心：原来我们彼此之间都能通过较短的链相连，比如“朋友的朋友的朋友”或“同事的同事的同事”。

米尔格朗的实验有很多缺陷。它限制在一个国家，并且有很多包裹最后并未寄到，这可能仅仅是因为中间的人对实验不感兴趣，但也可能意味着需要转手更多的人才能把包裹寄到（但并未实现）。另一方面，收到包裹的人要自己决定再把包裹寄给谁，他们无法知道自己的选择能否让前后经手的人最少。总的来说，大多数科学家都接受米尔格朗的实验结论，就是我们彼此之间都能通过较短的关系链相连，尽管精确的数字6的真实性值得怀疑。

① 根据该实验要求，转寄者只知道收件人的姓名、家乡、职务与一些个人描述，但不知道他们的地址。——译者