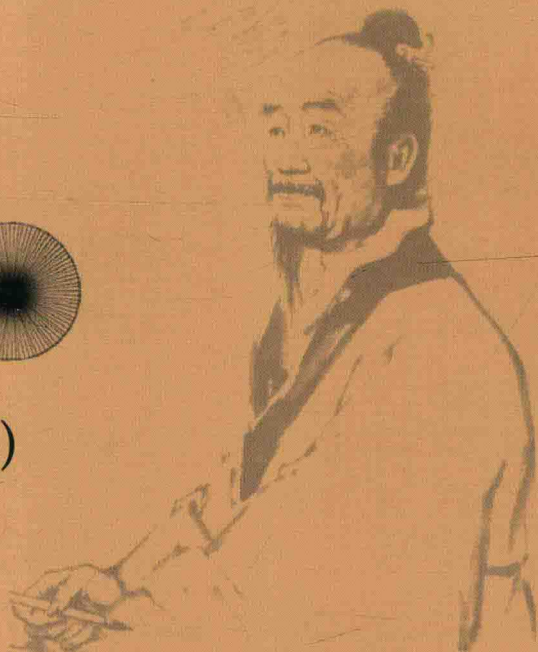


$$S_{2n} < S < S_{2n} + (S_{2n} - S_n)$$



通 · 识 · 教 · 育 · 丛 · 书

从中国传统数学算法谈起

Introduction to Chinese
Traditional Mathematical Algorithms

黄建国 ◎ 编著

勾股探源蕴度量，约密二率算理强。独辟蹊径寻至道，他日建功忆九章。



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

通 · 识 · 教 · 育 · 丛 · 书

从中国传统数学算法谈起

Introduction to Chinese
Traditional Mathematical Algorithms

黄建国 ◎ 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书共分八章,主要介绍了勾股定理、中国古代圆周率计算史、杨辉三角形与数列求和、刘-祖原理与求积计算、中国剩余定理和开方术等内容.不同于一般数学史教材与著作,本书既强调算法的导出与历史回顾,更强调算法思想的深刻剖析,并对重要算法提供了 MATLAB 程序用于实算,将算法的历史性、思想性、可操作性三个维度融为一体,在数学文化的视角下娓娓道来.另外,本书在几乎每一章都提供了“思考与超越”环节,展示了由中国传统数学算法所自然引申出的现代数学思想与方法.

本书既适合作为大学通识教育的教材,同时对数学方法与应用感兴趣的读者也颇有吸引力.

图书在版编目(CIP)数据

从中国传统数学算法谈起/黄建国编著. —北京:北京大学出版社,2016.7

(通识教育丛书)

ISBN 978-7-301-27229-9

I. ①从… II. ①黄… III. ①数学史—中国—古代 IV. ①O112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 137466 号

书 名: 从中国传统数学算法谈起

CONG ZHONGGUO CHUANTONG SHUXUE SUANFA TANQI

著作责任者: 黄建国 编著

责任编辑: 潘丽娜

标准书号: ISBN 978-7-301-27229-9

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电子信箱: zpup@pup.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752021

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 10 印张 彩插 2 196 千字

2016 年 7 月第 1 版 2016 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 32.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子信箱: fd@pup.pku.edu.cn

图书如有印装质量问题,请与出版部联系,电话: 010-62756370

前 言

《从中国传统数学算法谈起》一书即将出版，心里有点释然，也颇有些感想。依稀记得 2010 年 4 月下旬，国家教学名师、南开大学数学科学学院顾沛教授访问上海交通大学数学系，以“数学文化”为题做客数学系“名师讲坛”。顾教授的报告深入浅出、妙趣横生。我记忆最深的一幕是，他指着 2002 年北京国际数学家大会开幕式图片问：“这个会标代表什么意思？”然后说明它就是我国古代数学家赵爽证明勾股定理的弦图，并给出基于出入相补原理证明勾股定理的思路，非常引人入胜！2010 年 7 月下旬，我在由四川大学主办的、国家自然科学基金委资助的西南高校青年教师暑期班上作科普报告《从 π 的计算谈科学计算》，把他的这段内容放入报告中，说明出入相补原理之来源，并用之于“割圆术”中刘徽不等式的证明。报告效果非常好，反响强烈，学员纷纷向我索要报告文档。从成都回来后，我深感有必要开设一门讲解“中国传统文化中的数学算法”的通识教育课程，通过剖析这些看似简单的算法，让学生体会到古人“看似寻常最奇崛，成如容易却艰辛”的意境。

为此，我系统研读了中国数学史和世界数学史方面的专著及相关论文，最终确定了该课程的教学大纲和教学内容，并形成了本书讲义形式的初稿。其中，著名数学家华罗庚、吴文俊以及中国科学院院士林群在中国传统数学方面的研究成果对我写作此书影响至深。

一般来说，大家对中国古代在文学、艺术上取得的伟大成就都是比较了解的，唐诗宋词谁不能背诵几首呢？而对中国古代数学的重要成果可能了解的不多了，耳熟能详的故事恐怕就是祖冲之关于圆周率的高精度计算。其实，中国传统文化中的数学思想与方法是非常了不起的，《九章算术》、刘徽的“割圆术”、何承天的“调日术”、祖冲之对圆周率的高精度计算、中国剩余定理等成果交相辉映、思想深邃。

按照我国著名数学家吴文俊的观点，贯串在整个数学发展历史过程中有两个中心思想，一是公理化思想，一是机械化思想。公理化思想起源于古希腊，而机械化思想（算法的思想）则贯穿于整个中国传统数学。然而，由于公理化思想在现代数学，尤其是纯粹数学中占据绝对统治地位，这样一来，即使在我国的中高等数学教育中都很少系统提及中国传统数学思想，实属遗憾。因此，在中国大力弘扬中华文化的今天，很有必要培养学生探寻以算法为核心的中国传统数学，感悟先人为人类文明作出的独特贡献，进而提高他们独辟蹊径、开拓创新的能力。

本书共分为八章，在第一章中首先介绍中国传统文化中数学算法的核心思想和代表性论著，然后在第二至第七章中依次介绍勾股定理的探源、证明与应用，中国

古代圆周率计算史, 杨辉三角形与数列求和, 刘-祖原理与面积和体积的计算, 中国剩余定理 (大衍求一术) 和开方术等内容, 最后简单介绍 MATLAB 的编程技巧和使用方法. 本书不同于一般数学史教材与著作, 既强调算法的给出与历史回顾, 更强调对算法思想的深刻剖析, 并对重要算法提供了 MATLAB 程序用于实算, 将算法的历史性、思想性、可操作性三个维度融为一体, 在数学文化的视角下娓娓道来. 另外, 在几乎每一章都提供了思考与超越环节, 展示了由中国传统数学算法所自然引申出的现代数学思想与方法, 发端于怀古之悠思, 终止于批判与创新. 比如, 在给出刘-祖原理和求积计算后, 以非常自然的方式简要介绍了微积分及应用.

在使用本书作为教材时, 作者根据教学经验给出一些建议供参考. 如果希望通过学习本书掌握中国传统数学算法的史要与文化, 强调算法赏析, 可弱化 MATLAB 知识点的讲解. 如果授课对象主要为有理工科背景的学生, 还希望在算法的思维与训练方面有要求, 则可花一定学时辅导学生进行 MATLAB 编程并做大作业, 以强化算法的实践效果, 这样会对算法的创造性有更深刻的了解. 对于本书的思考与超越模块, 可根据学生的知识结构和学时数进行有选择性的讲解. 总之, 本书的模块化结构清晰, 各章节之间的独立性相对较强, 因此教师在使用本书教学时可有很大的灵活性.

还应该指出的是, 本书的出版获得多方帮助. 作者首先感谢上海交通大学教务处将“中国传统文化中的数学算法”纳入学校通识教育课程并对相应教材的出版予以资助. 本书的撰写与审稿阶段, 先后得到作者的博士研究生陈浦胤、盛华山、杜彬彬和林森的大力帮助, 在此深表谢意. 同时要感谢国家自然科学基金对本书出版的部分资助 (国家自然科学基金面上项目, 基金号: 11171219). 还要衷心感谢本书的责任编辑潘丽娜女士, 她仔细审阅了原稿, 提出了许多宝贵的修改意见, 为本书的出版付出了辛勤的劳动.

最后, 谨以此书奉献给我的妻子谢国娥和女儿黄雨静, 感谢她们长期以来对我教学科研工作的理解与支持, 对我生活方面的照顾与帮助.

限于作者的水平, 书中的不当乃至错误之处在所难免, 恳请读者批评指正.

黄建国 谨志

2016 年 5 月于上海

目 录

第 1 章 综述	1
1.1 算法构造是中国传统文化中数学方法的核心思想	1
1.2 中国传统数学中的代表性著作	1
1.2.1 代表性著作	1
1.2.2 《九章算术》介绍	4
1.3 中国传统数学的局限性与复兴之道	6
参考文献	7
第 2 章 漫谈勾股定理	9
2.1 勾股定理发现探源	9
2.2 出入相补原理与赵爽和刘徽的勾股定理证明	10
2.3 勾股定理的其他证明	12
2.4 求三角形面积的秦九韶公式	13
2.5 出入相补原理在比例理论和测望术中的应用	17
2.6 关于勾股数的一些介绍	21
2.7 思考与超越：出入相补原理的其他应用	23
2.7.1 幻方的构造	23
2.7.2 阿贝尔恒等式、排序不等式及在运筹学中的应用	24
2.8 思考与超越：勾股定理的本质是什么？	28
参考文献	35
第 3 章 中国古代圆周率 π 的计算史	36
3.1 刘徽和他的“割圆术”	36
3.2 刘徽不等式	39
3.3 祖冲之和圆周率 π 的高效计算	40
3.4 调日术与“约率”“密率”的导出	42
3.5 调日术在天文历算中的应用	47
3.5.1 闰年的设置	47
3.5.2 农历的大小月	48
3.5.3 日食、月食的规律	49
3.5.4 火星大冲	51

3.6 思考与超越: 计算 π 的高效算法 —— 外推法	51
3.7 思考与超越: 缀术求 π 的猜测	57
参考文献	60
第 4 章 杨辉三角形与数列求和	61
4.1 杨辉三角形与二项式定理	61
4.2 沈括与堆垛术	62
4.3 杨辉三角在数列求和中的应用	64
4.4 思考与超越: 算符演算与生成函数法	69
4.4.1 算符意义下的二项式定理与应用	69
4.4.2 生成函数法	71
参考文献	76
第 5 章 刘—祖原理与面积和体积的计算	77
5.1 出入相补原理与三角形面积和梯形面积的计算	77
5.2 从梯形面积的计算到曲边梯形面积的计算	80
5.3 刘—祖原理及应用	82
5.4 思考与超越: 直说微积分	87
5.5 思考与超越: 微积分应用一例	93
参考文献	98
第 6 章 中国剩余定理 (大衍求一术)	99
6.1 《孙子算经》与“物不知其数”	99
6.2 同余及其基本性质	100
6.3 辗转相除法与二元一次不定方程的求解	102
6.4 插值法的思想	110
6.5 中国剩余定理	111
6.6 思考与超越: 密码学与 RSA 公钥	114
参考文献	120
第 7 章 开方术	121
7.1 开平方术	121
7.2 开立方术	125
7.3 贾宪开方术	127
7.4 思考与超越: 求解代数方程根的牛顿法	128
7.4.1 牛顿法及其收敛性	128
7.4.2 基于牛顿法的开方术	130
参考文献	133

第 8 章 MATLAB 简介	134
8.1 MATLAB 是什么?	134
8.2 MATLAB 命令窗口的使用	134
8.3 变量及矩阵的赋值	135
8.4 MATLAB 运算及语法	137
8.4.1 基本运算	137
8.4.2 MATLAB 比较运算及逻辑运算	138
8.4.3 MATLAB 程序控制语句	138
8.5 MATLAB 的命令文件及函数文件	141
8.5.1 MATLAB 的函数文件	142
8.6 MATLAB 中的图形显示	143
8.6.1 二维图形	143
8.6.2 三维图形	147
8.6.3 使用 MATLAB 实现中国传统数学算法	150
参考文献	152

1.1 算法构造是中国传统文化中数学方法的核心思想

中国传统文化中的数学思想与方法, 是中华灿烂文化的重要组成部分, 是人类文明史中的瑰宝^[1-11]. 《九章算术》、刘徽的“割圆术”、何承天的“调日术”、祖冲之对圆周率 π 的高精度计算、中国剩余定理等成果交相辉映, 是其中的杰出代表. 按中国著名数学家吴文俊先生的观点^[3], 贯串在整个数学发展历史过程中有两个中心思想: 一是公理化思想, 另一是机械化思想. 公理化思想源于古希腊^[12, 13], 欧几里得的《几何原本》^[12] 是这方面历史上的代表著作, 也是公理化思想的滥觞. 而机械化思想(算法的思想) 则贯穿于整个中国传统数学, 以《九章算术》^[5] 为代表著作, 一直影响着中国传统数学的发展. 由于近现代中国数学发展的停滞与落后, 现代数学主要由西方学者完成, 公理化思想在现代数学, 尤其是纯粹数学中占据着统治地位. 这个历史现状带来的一个直接后果是, 在我国的中高等数学教育中, 很少提及中国传统数学思想, 介绍的也只是零星的碎片. 只有数学大师华罗庚、吴文俊等人, 洞悉到中国传统数学的深刻思想, 不遗余力地加以宣传^[1, 2], 并用于科学研究中^[3, 4]. 吴文俊先生曾经说过, 他的数学机械化理论与方法就是根植于中国古代数学思想并经长年探索而产生的.

古人云:“以古为镜, 可以知兴替”, 而法国著名数学家庞加莱也说过:“如果我们希望预知数学的未来, 最合适的途径就是钻研这门科学的历史和现状.” 因此, 在计算机科学飞速发展的今天, 我们很有必要探寻以算法为核心的中国传统数学, 感悟先人为人类文明作出的独特贡献, 进而提高自己独辟蹊径、开拓创新的能力.

1.2 中国传统数学中的代表性著作

1.2.1 代表性著作

从公元前 20 世纪到 14 世纪, 中国在数学领域取得丰硕成果, 典籍无数, 其中

具有代表性的有 11 部, 分别为《周髀算经》《九章算术》《孙子算经》《张丘建算经》《海岛算经》《五曹算经》《五经算术》《缉古算经》《数术记遗》《夏侯阳算经》和《数书九章》. 考虑到《九章算术》在中国传统数学发展史上的特别重要性, 我们将在下节详加阐述, 其余 10 部著作在此作一简单介绍.

●《周髀算经》

《周髀算经》(“髀”, 音: bì), 简称《周髀》, 是中国古代的一部天文学著作,



图 1.1 《周髀算经》

也是中国古代数学文献中流传到现在的最古老的典籍之一, 在中国唐代收入《算经十书》, 并为《十经》的第一部. 据考证, 现传本《周髀算经》大约成书于西汉时期 (公元前 1 世纪). “周”是朝代名. “髀”原意是大腿或大腿骨, 在这里意指称为“表”的一种天文测量工具, 该工具长八尺, 用于测量日光影长, 类似带有刻度的标杆.

尽管此书具有天文学特点, 但它却包含了古代几何的重要内容, 对几何的进一步发展起了极其重要的作用. 《周髀》上记载了周公与商高的谈话, 其中就有勾股定理的最早文字记录, 即“勾三股四弦五”, 故该定理亦被称为商高定理. 进一步, 该书在介绍测量太阳高远的方法中给出了勾股定理的一般公式. 《周髀》中出现运用重差术绘出的日高图, 但没有详细推导过程, 三国时, 赵爽、刘徽作进一步研究, 使之成为中国古代测望理论的核心内容.

●《海岛算经》

《海岛算经》是中国古代伟大数学家刘徽的著作. 这是一本测量学著作, 原为《刘徽九章算术注》第九卷勾股章内容的延续和发展, 名为《九章重差图》, 附于《刘徽九章算术注》之后作为第十章. 唐代将《重差》从《九章》分离出来, 单独成书, 按第一题“今有望海岛”取名为《海岛算经》, 是《算经十书》之一. 吴文俊称刘徽的《海岛算经》使“中国测量学达到登峰造极的地步”, 美国数学家弗兰克·斯委特兹认为《海岛算经》使“中国在数学测量学的成就, 超越西方约一千年”.

重差理论起源于《周髀算经》的《日高图》, 刘徽在《九章算术·序》中, 进一步发展了重差术. 《海岛算经》共九问, 都是用表尺重复从不同位置测望, 取测量所得的差数进行计算, 从而求得山高或谷深, 这就是刘徽的重差理论.

●《孙子算经》

《孙子算经》大约是中国南北朝时期的数学著作, 是《算经十书》之一. 《孙子

算经》的作者并非《孙子兵法》的作者孙武,其作者生平和确切的成书年代都不详.学者根据书中事物出现的时间,估计《孙子算经》成书于南北朝.全书共分三卷,上卷详细讨论了度量衡的单位和筹算的运算法则(一种计算方法).筹算在春秋战国时代已经运用,但在古代数学著作,如《算数书》《九章算术》等书中都不曾记载算筹的使用方法.《孙子算经》第一次系统地记述了筹算的运算规则,并使用空位表示零.中卷的内容主要是关于分数的应用题,包括面积、体积、等比数列等计算题,大致都在《九章算术》所论述的范围之内.下卷收集了一些算术难题,对后世的影响最为深远,如下卷第31题即著名的“鸡兔同笼”问题.

●《张丘建算经》

《张丘建算经》是中国古代汉族的数学著作.此书分三卷,现存92题,内容多取材自《九章算术》,再加以扩充而成.每个问题大致按《九章算术》的格式,多以“今有……”开首,以“问……若干”结尾.随即是答案“答曰:……”,接着是甄鸾加注的解释计算程序的“术曰:……”,有些术后带有小字“臣淳风等谨按”,是李淳风所加的注解.随后是比“术曰”更详细的刘孝孙细草.

全书内容可分为几大类:分数的四则运算、开平方与开立方、正比例、反比例、等比级数、等差级数、线性方程、不定方程.

《张丘建算经》的主要贡献有三:提出求最小公倍数的算法;提出计算等差级数的公式;“百鸡问题”首创不定方程的研究,对后世影响深远.

●《五曹算经》

《五曹算经》是北周甄鸾编撰的算术书,是《算经十书》之一.此书是为五类官员编写的应用算术书,全书五卷,分别为:田曹、兵曹、集曹、仓曹、金曹,共收67个问题.

“田曹”卷内容为田地面积的计算;“兵曹”卷讨论征兵、军粮、布阵等方面的简单四则运算题;“集曹”卷内容为粮食换算的算术题;“仓曹”卷讨论仓库的计算问题;“金曹”卷涉及货币转换的计算问题.

●《五经算术》

《五经算术》为北周甄鸾所作,是《算经十书》之一.《五经算术》全书共两卷,搜集了《周易》《诗经》《尚书》《周礼》《仪礼》《礼记》《论语》《左传》《汉书》等典籍中所涉及的数学问题,并进行解释或解答.

●《缉古算经》

《缉古算经》,原名《缉古算术》,初唐数学家王孝通所著.后被列入《算经十书》,改名为《缉古算经》.

《缉古算经》全书共20个问题,书首为“上《缉古算术》表”.各问题的形式大致相同,分为问、答、术三个部分.每问以“假令”开头,以“问:……各几何?”或“问:……个多少?”结尾.随后是答案“答曰……”.最后一段是“术曰”,详细叙述建立方程的理论依据和具体程序.每题都有答案,但关于解题方法,作者则言简

意赅.

《缉古算经》一书在中国数学史上有重要影响, 作者在书中将几何问题代数化, 并首次系统地创立三次多项式方程, 对代数学的发展有重要意义.

●《数术记遗》

《数术记遗》一卷, 东汉徐岳撰, 北周甄鸾注. 唐朝将其列为明算科考试必读课本, 得以传世. 《数术记遗》的内容有大数记法、古算器、面积测量、不定分析等.

●《夏侯阳算经》

《夏侯阳算经》是算经十书之一. 唐代夏侯阳原书北宋时已失传. 北宋元丰九年 (1084 年) 所刻《夏侯阳算经》是唐中叶的一部伪书, 韩延撰的《算书》, 因卷首《明乘法》章有“夏侯阳曰”而被误认为《夏侯阳算经》. 钱宝琮认为, 宋代《夏侯阳算经》引用当时流传的乘除捷法, 解答日常生活中的应用问题, 保存了很多数学史料. 特别是第一章《明乘法》, 保存了真本《夏侯阳算经》的内容.

●《数书九章》

《数书九章》又名《数学九章》, 共 18 卷, 南宋数学家秦九韶著于淳祐七年 (1247 年). 《数书九章》题材广泛, 取自宋代社会各方面, 包括农业、天文、水利、城市布局、建筑工程、测量、赋税、兵器、军旅等方面, 是一部实用数学大全. 《数书九章》十八卷分为九类, 每类九问, 共九九八十一问, 涉及算术、几何、多项式方程、线性方程组、大衍求一术和天文历法等.

1.2.2 《九章算术》介绍

《九章算术》的具体作者不详, 一般认为它是经历代各家的增补修订而逐渐成为现今定本的. 最后成书最迟应在东汉前期 (公元 1 世纪左右), 现今流传的大多是在三国时期魏元帝景元四年 (263 年) 刘徽为《九章算术》所作的注本. 《九章算术》的今译本及注由中国古代数学史专家郭书春完成 [5].

《九章算术》全书分九卷, 包含 246 道题, 可以视为一本习题集. 题目陈述简洁, 不加注释, 每一题所提条件均为具体数字, 不论一般情形, 各题之间亦无明显数理联系. 每题之后, 有两则极简短的作注者附言, 一是“答曰”, 即给出答案; 二是“术曰”, 即给出算法.

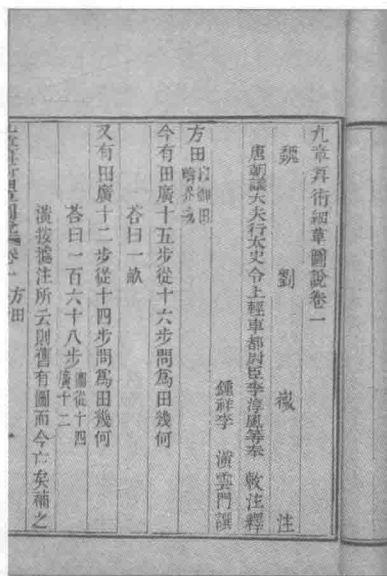


图 1.2 《九章算术》

各章的标题和内容罗列如下:

- 方田

本章共 38 个问题, 讨论各种形状的田地的面积如何计算, 给出了关于分数的系统叙述, 提出约分、通分、分数四则运算的法则和求最大公约数的方法.

方田章是世界上最早对分数进行系统叙述的著作, 对于分数的意义、性质、四则运算论述完备. 提出约分术、合分术 (加法)、减分术 (减法)、乘分术 (乘法)、经分术 (除法)、课分术 (比较大小) 与平分术 (平均数).

- 粟米

本章共 46 个问题, 讨论了各种谷物如何折算交易, 叙述了比例问题.

- 衰分

本章共 20 个问题, 讨论了物价, 并分析了购谷、俸禄及纳税等的分配比例问题.

- 少广

本章共 24 个问题, “少广”指长方形的短边, 该章讨论有关长度的问题. 主要叙述开平方和开立方的方法. 后来在此基础上逐渐发展出具有重大意义的高次方程解法.

- 商功

本章共 28 个问题, 讨论各种体积计算问题, 还有按季节、劳力、土质等不同来计算巨大工程所需要的土方和人工安排的问题.

- 均输

本章共 28 个问题, 讨论如何平均处理劳务费用等问题.

- 盈不足

本章共 20 个问题, 根据两次假设来求解问题. 盈不足术是中国古代一种解算术难题的算法. 一般算术应用题, 都有确切答案. 盈不足术为了推算答案, 预先设立一个数字作为答案, 依题目核算, 若结果合问题, 所设之数就是答案; 若不合问, 非盈即不足; 通过两次假设, 即可利用盈不足术求出答案.

- 方程

本章共 18 个问题, 所论方程, 相当于现在的线性方程组. 本章提出“直除法”. 直除的意思是连续相减, 该解法理论、算法上与现代的加减消元法基本相同. 本章还引入了负数, 给出了正负数的加减运算法则.

- 勾股

本章共 24 个问题, 讨论了关于勾股测量的各种问题, 分四类: 勾股互求、勾股整数、勾股两容、勾股相似. 勾股互求, 即已知勾股的一般线段, 推求其他线段. 勾股整数, 即推求勾、股、弦都是整数的算法. 勾股两容, 即推求勾股形内接正方形及内切圆的算法. 勾股相似, 即利用相似勾股形性质, 进行简单测远、测高的算法.

《九章算术》的内容非常丰富,几乎包括了当时社会生活的各个方面.《九章算术》总结了自战国至汉以来的中国古代数学成就,是一本综合性的历史著作,是当时世界上最简练有效的应用数学.《九章算术》问世之前的诸多典籍中,记录了不少数学知识,但是却没有《九章算术》的系统论述,尤其是由易到难,由浅入深,由简到繁的编排体例,因此,它的出现标志中国古代数学形成了完整的体系.因而后世的中国数学家都是从此开始学习和研究数学的.唐、宋时,《九章算术》为国家明令规定的教科书.北宋时《九章算术》由政府刊刻,又是世界上最早的印刷本数学书.《九章算术》在隋、唐时,流传到了日本和朝鲜,对其古代的数学发展也产生了很大的影响,之后更远传到印度、阿拉伯和欧洲,现已译成日、俄、英、法、德等多种文字版本.

《九章算术》的叙述方式以归纳为主,先给出若干例题,再给出解法,不同于西方以演绎为主的叙述方式.中国后来的数学著作也都采用和《九章算术》类似的叙述方式.

《九章算术》以计算为中心,将全部理论用以寻求各种应用问题的普遍解法.《九章算术》提出的“术”就是算法,算法是依据一定法则和步骤机械地进行的方法,有了算法就可以在计算机上编制程序.《九章算术》可以说是世界上最早的一部关于数学机械化的书.《九章算术》的出现,标志着中国古代机械化数学体系的逐步形成,从此中国古代数学走上一条和西方古代数学完全不同的发展道路,这是一条数学机械化之路.

因此,《九章算术》对之后中国传统数学的影响是非常深刻的,正如欧几里得的《几何原本》对西方数学的影响.

1.3 中国传统数学的局限性与复兴之道

尽管中国传统数学曾经在世界上长期居于领先地位,但它的固有局限性阻碍了中国数学的进一步发展^[8, 9, 14].首先,中国的传统数学主要是以算筹为工具发展起来的.筹算关心的是算,而证明处在一个次要的地位.中国古代数学家在计算上展示了高度的技巧,凭借当时优良的计算工具发展了独具特色的中国古典数学.但是在筹算优越性的背后也隐藏着严重的不足,即难以进行数学所必需的逻辑论证.在中国传统数学发展的早期,由于刘徽等著名数学家的不懈努力,当时的中国传统数学还是建立了自己完整而严谨的理论体系.但随着问题研究的复杂化,我们的前辈无法再将具体计算提升到形式化理论.在这方面,中国传统数学没有引入一套合适的数学符号也是带来这个缺陷的重要因素.因此,虽然中国古代数学有重视联系实际、重视计算的优点,但由于无法持续开展系统的抽象理论建设,衰落在所难免.

此外中国传统数学喜欢“寓理于算”,即使高度发达的宋元数学也是如此.中国

传统数学书是由一系列数学问题组成的,你也可以称它们为“习题解集”.数学理论以“术”的形式出现.早期的“术”只有一个过程,后人就纷纷为它们作注,而这些注释也很简约,缺乏一套系统而详细的数学理论.这是一种相对原始的做法,随着数学的发展这种做法的局限性就越加突出.具体的计算和抽象的推理是数学的两个不同方面,后者甚至可判定算法的有效性究竟有多大,指导算法的进一步改进和拓展.而这正是中国传统数学所缺乏的.

以上谈的是中国传统数学本身的一些缺陷,它们对明代以后中国数学的衰落负有责任.但对中国数学造成最大伤害的不是它们,而是古代中国社会的风气.在古代中国,数学完全是一种实用工具.搞数学的一般大的在朝廷里当官,小的在衙门里当差,工作是计算历法和管账之类的事,个人研究数学的很少.另外,中国古代的数学家们眼光主要聚焦在了天文历法和帐目上,不接触新的内容使数学失去了活力.

中国对文学、艺术、哲学的关心从来就远远大于对自然科学的关心.儒家思想是中国的主流,而数学被看成“六艺”之末,从来被儒家所轻视.所以在古代中国数学家的地位低下,作数学研究是得不到支持的.后来科举制度的出现加深了这一现象,考试以朱熹注的“四书”为主,不久又发展为完全以“四书”“五经”命题,知识分子为了功名利禄只能埋头研究这些著作,社会上形成了远离,甚至鄙视科学的思潮,使得知识分子无意从事自然科学研究.这种从上到下对数学的忽视是导致中国古代数学裹足不前的主要原因.

那么如何克服固有局限性,复兴中国数学呢?著名数学家吴文俊院士认为,公理化与机械化(算法化)的思想与方法,都曾对数学的历史发展作出了巨大的贡献,今后也仍将继续作出巨大的贡献.为了实现数学的现代化,我们必须吸收源于西方的公理化方法的长处,也应珍视我国古代的遗产,从有着历史渊源的机械化方法中吸取力量.这两种方法的融合,或许能为数学的未来发展提供一些新的探索途径.

参考文献

- [1] 华罗庚.数论导引 [M]. 北京: 科学出版社, 1957.
- [2] 华罗庚.从孙子的神奇妙算谈起: 数学大师华罗庚献给中学生的礼物 [M]. 北京: 中国少年儿童出版社, 2006.
- [3] 吴文俊.吴文俊文集 [M]. 济南: 山东教育出版社, 1986.
- [4] 吴文俊.数学机械化 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [5] 郭书春.《九章算术》译注 [M]. 上海: 上海古籍出版社, 2009.
- [6] 李文林.数学史概论, 2 版 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [7] 李文林.数学的进化: 东西方数学史比较研究 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [8] 郭金彬, 孔国平.中国传统数学思想史 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [9] 李继闵.算法的源流: 东方古典数学的特征 [M]. 北京: 科学出版社, 2007.

- [10] 李兆华. 中国数学史基础 [M]. 天津: 天津教育出版社, 2010.
- [11] 王树禾. 数学演义 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [12] 欧几里得. 几何原本 [M]. 兰纪正、朱恩宽, 译. 南京: 译林出版社, 2011.
- [13] 克莱因. 古今数学思想: I-VI [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2002-2009.
- [14] 郭华光, 张晓磊. 试论中国古代数学衰落的原因及启示 [J]. 数学教育学报, 2001, 10(2): 95-98.

2.1 勾股定理发现探源

在勾股定理 (西方称之为毕达哥拉斯定理, the Pythagorean theorem) 的发现和证明过程中, 中国古代数学家功不可没 [1, 2].

中国关于勾股定理的记载最早见于《周髀算经》. 《周髀算经》在卷首记述了周公和商高在数学史上极有地位的对话. 周公问商高:“夫天不可阶而升, 地不可得尺寸而度, 请问数安从出?” 意思是说: 天没有阶梯可以攀登, 地没有尺子可以度量, 请问有什么办法可以知道天之高地之广? 商高回答:“勾广三, 股修四, 径隅五.” 这里“勾”指直角三角形两条直角边中较短者, “股”是另一条直角边, 而“径”则指斜边. 商高意指按勾三股四弦五的比例去算, 那么到底是怎么算的呢? 来看图 2.1.

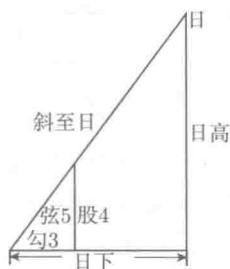


图 2.1 《周髀算经》中计算日高和斜至日的示意图

根据相似三角形关系, 就有:

$$\frac{\text{日高}}{\text{股}} = \frac{\text{日下}}{\text{勾}},$$

$$\frac{\text{斜至日}}{\text{弦}} = \frac{\text{日下}}{\text{勾}}.$$