

对称发射体的自由飞行运动

〔美〕 C. H. 墨菲 著

韩子鹏 译

郭锡福 校

内 容 简 介

本书系统地论述了旋转的和非旋转的、对称的和轻微不对称的发射体的线性化角运动,详细地推导了动态稳定性判据,介绍了自转闭锁与灾变性偏航的重要概念,适用于弹丸飞行稳定性设计时参考。

书中还讲述了由靶道测试的基本数据——质心位置的三个坐标,弹轴的三个方向余弦和滚转方位角获得各种线性和非线性空气动力系数的整个步骤,以及靶道测试数据的处理方法。

最后,对于在非线性气动力和力矩作用下的弹丸的非线性运动采用拟线性法、小扰动法、振幅平面和广义振幅平面进行了分析,得出了各种稳定极限运动存在的条件。

本书可供从事外弹道学、弹丸空气动力学、弹丸设计、靶道研究,靶场试验,弹丸风洞试验和导弹飞行力学等方面工作的人员参考,也可供有关专业的大专院校师生参考。

FREE FLIGHT MOTION OF SYMMETRIC MISSILES

C H Murphy

BALLISTIC RESEARCH LABORATORIES 1963

*

对称发射体的自由飞行运动

〔美〕C. H. 墨菲 著

韩子鹏 译

郭锡福 校

责任编辑 崔金泰

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168¹/₃₂ 印张 7⁵/₈ 193千字

1984年3月第一版 1984年3月第一次印刷 印数: 0,001—1,270册

统一书号: 15034·2556 定价: 1.15元

出版说明

本书是美国马里兰州阿伯汀试验场弹道研究所主任 C. H. 墨菲博士为《靶道的理论及应用》一书写的飞行理论部分。作者自五十年代以来直到最近，在外弹道学、弹丸空气动力学和靶道试验理论方面写了大量的论文，这些论文大部分以弹道研究所报告 (BRL R) 和备忘报告 (BRL MR) 的形式发表，也有一部分刊载在“航空科学”、“应用数学”、“宇宙飞船与火箭”、“AIAA”等杂志上，并且大多数文章都收集在 AD 报告中。这些论文已构成了一个完整的外弹道学体系，在美国有人称之为墨菲方法。这些理论不仅用于指导靶道试验、炮弹和火箭的飞行特性设计，也涉及到弹道式导弹和宇宙飞船重返大气层的一些问题，对于分析有翼式双通道或单通道旋转导弹的自由运动特性也有一定指导作用。我国外弹道学和导弹飞行力学工作者已从这些分散的文章中吸取了一些有益的东西，并用于指导弹丸的飞行稳定性设计，但总感到这些文章过于分散，不容易收集，也难于掌握其完整的理论体系，而本书正是作者墨菲将他多年的研究成果融合为一体，以书籍的形式加以整理而成的专著。因此，我们将本书译出，供专业技术人员参考。

本书内容大致分为三部分：

第一部分完整地论述了对称发射体[●]的线性化角运动，建立了空气动力系数与外摆线运动的频率和阻尼指数之间的关系式。这是靶道试验的理论基础。同时，还详细地推导了动态稳定性判据，可用于指导炮弹或火箭的飞行稳定性设计；此外还分析了轻

● missile一词泛指火箭 (Rocket)，导弹 (Guided missile)，炮弹 (Shell)，子弹 (Bullet)，炸弹 (Bomb)，洲际导弹 (ICBM)，弹丸 (Projectile) 等，可统称为发射体，在本书中为方便起见一般将该词译为弹丸。——译者

微不对称弹丸的三圆运动和共振不稳定，并在考虑了空气动力和力矩与滚转方位有关的情况下，引出了自转闭锁与灾变性偏航的重要概念。这对于研究旋转尾翼弹的单发离群和突然栽地现象有一定的启发作用。

第二部分讲述由靶道测试所得的基本数据——质心位置坐标、弹轴的方向余弦和滚转方位角获得各种线性和非线性空气动力系数的整个步骤，以及靶道测试数据的处理方法；然后以实验结果为例进行了分析，并与风洞试验结果进行了对比。

第三部分讲述在非线性气动力和力矩作用下对称发射体的非线性运动。文中对弱非线性静力矩和齐次方程采用了拟线性法，导出了近似外摆线运动的频率和阻尼指数，并利用振幅平面分析了极限运动存在的条件。最后对于强非线性静力矩作用下的发射体的运动采用小扰动法和广义振幅平面来分析。在这种分析中，利用了角运动的两个准常数——总能量和角动量分量作为参数，分析了在保守力矩以及非保守力矩作用下的运动，建立了极限圆运动、极限平面运动、极限卵形运动和极限椭圆运动的条件。

由于原书第五章写得比较简略，同时考虑到目前这方面内容的书籍较少，而查找原书提供的参考文献又非常困难，故在本书末尾将第五章的两篇最重要的参考文献以及墨菲于 1971 年写的另一篇文章作为补充资料一起译出，以期使弹丸非线性运动理论一章更趋系统和完善。

本书由郭锡福审校，闵杰校阅了全文，叶文风和李奉昌分别参加了第五章的翻译和校阅工作，在此向这些同志表示衷心的感谢。

因译者水平有限，错误缺点在所难免，敬希读者批评指正。

目 录

第一章 阻力与滚转运动	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 阻力方程	1
§ 1.3 俯仰和偏航运动对阻力的影响	5
§ 1.4 实验结果	8
§ 1.5 滚转方程	11
§ 1.6 实验结果	14
参考文献	17
第二章 对称弹丸运动的线性化理论	19
§ 2.1 引言	19
§ 2.2 非旋转弹的小振幅俯仰运动	19
§ 2.3 非旋转弹俯仰和偏航的合成运动	27
§ 2.4 旋转弹的精确运动方程	30
§ 2.5 线性气动力和力矩的展开式	33
§ 2.6 对称弹丸的俯仰和偏航运动	40
§ 2.7 动态稳定性判据	47
§ 2.8 轻微不对称弹丸的角运动	53
§ 2.9 偏向运动	57
§ 2.10 空气动力突跃角	59
§ 2.11 自转闭锁与灾变性偏航	62
参考文献	66
第三章 线性气动系数的靶道测量	67
§ 3.1 几何方面的考虑	67
§ 3.2 对称弹丸运动的分析	69
§ 3.3 轻微不对称弹丸运动的分析	75
§ 3.4 结果品质的判据	80
§ 3.5 实验结果	81

参考文献	96
第四章 三次方气动系数的靶道测量	97
§ 4.1 引言	97
§ 4.2 三次方静力矩: 拟线性解	97
§ 4.3 三次方静力矩: 精确解	101
§ 4.4 大攻角对两个周转圆频率的影响	107
§ 4.5 三次方马格努斯力矩	112
§ 4.6 三次方升力和马格努斯力	114
§ 4.7 实验结果	117
参考文献	127
第五章 非线性运动的预示	128
§ 5.1 引言	128
§ 5.2 拟线性分析	128
§ 5.3 振幅平面	133
§ 5.4 小扰动法	154
参考文献	165
补充材料	166
一、强非线性静力矩对于对称弹丸俯仰和偏航合成运动的影响 (BRL R NO. 1114, 墨菲)	166
二、在三次方空气动力矩作用下非旋转对称弹丸的平面极限运动 (BRL MR NO. 1358, 墨菲)	198
三、外形轻微不对称弹丸的非线性运动 (墨菲)	223

第一章 阻力与滚转运动

§ 1.1 引言

在历史上,弹道学者最初是对空气作用在弹丸上的阻力感兴趣,因而当时在靶道里所进行的大都是阻力测量。这些测量方法的突出特点是直观,原理简单。由于滚转运动也具有与阻力相类似的数据分析方法,所以也放在本章里研究。

§ 1.2 阻力方程

阻力 D 通常是利用阻力系数以下面的定义来表达:

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (2.1)$$

式中 ρ —— 空气密度;

V —— 弹丸的速度;

S —— 参考面积;

C_D —— 阻力系数。

弹丸的速度应满足下面的方程

$$m \dot{V} = - \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (2.2)$$

在大多数靶道工作中,距离是比时间更为方便的自变量。对于俯仰和偏航运动,以距离作自变量还可以简化运动方程(见第二章)。如果用 l 表示特征长度,则无因次弧长可用下式来定义:

$$s = \frac{1}{l} \int_{t_0}^t V dt \quad (2.3)$$

在大多数情况下,参考面积可取弹体最大横截面积,参考长度取弹体最大直径。对这个新变量来说,方程(2.2)变成

$$(\ln V)' = \frac{V'}{V} = -\left(\frac{\rho S l}{2m}\right) C_D \equiv -C_D^* \quad (2.4)$$

式中的一撇“'”表示对 s 的导数。

上式中的因子 $\frac{\rho S l}{2m}$ 将在以后几章里多次出现。因为弹丸的体积通常在 $(2/3) Sl$ (对于球体) 到 $10Sl$ (对于大长细比弹丸) 之间变化, 故这个因子的倒数可以用来衡量模型平均密度与空气密度的比。例如, 塑料的相对密度是 10^3 , 钢的相对密度是 8×10^3 。因而对于一个塑料球来说, 这个相对密度因子的最大值为 10^{-3} , 而通常该因子约为 10^{-4} 。

对于不变的 C_D , 方程 (2.4) 的解为

$$V = V_0 e^{-C_D^* s} \quad (2.5)$$

将方程 (2.5) 积分, 得到距离-时间关系式

$$\begin{aligned} t &= t_0 + \frac{l(e^{C_D^* s} - 1)}{V_0 C_D^*} \\ &= t_0 + \left(\frac{l}{V_0}\right)s + \left(\frac{l C_D^*}{2V_0}\right)s^2 + \dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

重要的是应注意, 在靶道数据分析中, 为了能够由上式中的线性项系数和二次项系数较好地确定速度和减速度, 必须将 s 的原点选作记时站的中点。

对这些数据进行分析有两种方法, 一种是工程师的方法^[1-3], 另一种是数学家的方法^[1-11]。幸而这两种方法得到的结果实际上是相同的。在第一种方法里, 工程师喜欢标绘数据图, 并按他认为的最佳拟合来描绘数据曲线〔这可利用方程 (2.4) 来进行〕。他将每对测时点之间的平均速度的对数作为区间中点位置的函数标绘出来, 然后通过这些点画一条直线, 并由该直线的斜率计算出阻力系数。

数学家却对标绘的数据和人为作出的判断很不放心, 他宁愿用最小二乘法以三次函数来拟合时间-位置数据。对于通常的平直

弹道, s 可用 x_1/l 近似表示, 这里的 x_1 是沿射向测得的距离。于是

$$t = t_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + a_3 x_1^3 \quad (2.7)$$

式中

$$a_1 = V_0^{-1}$$

$$a_2 = \frac{\rho S}{4mV_0} C_D$$

所以

$$C_D = \left(\frac{4m}{\rho S} \right) \left(\frac{a_2}{a_1} \right) \quad (2.8)$$

(2.7) 式中的三次方项系数包含了 C_D 随马赫数变化而造成 的误差, 以及因方程 (2.6) 中指数展开式里略去高次项 而造成的误差。在三次方函数与实验数据拟合得很好的情况下, 所得到的 C_D 与第一种方法获得的 C_D 差别很小。

当采用最小二乘法时, 所测得的阻力系数的精度可用统计学方法估算, 或者由阻力系数变化的实际大小来确定。由于对速度的测定要比对减速度的测定准确得多, 所以 C_D 中的误差 仅与 a_2 中的误差成正比。此误差可由最小二乘法正规方程所形成的逆矩阵的相应对角线项计算如下:

$$\frac{\varepsilon_{C_D}}{C_D} = \frac{\sqrt{A_{33}}}{a_2} \varepsilon \quad (2.9)$$

式中

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (\Delta t)^2}{n-4}}$$

$$\Delta t = t_{\text{计算}} - t_{\text{测量}}$$

n —— 测量次数,

A_{33} —— 正规方程逆矩阵中与 a_2 相对应的对角线元素。

阻力对飞行时间的影响是可以测定的。通过这种测量也可以从物理概念上进行试验数据的误差分析, 而这正是上面枯燥的统计学公式所十分缺乏的。假如没有阻力, 弹丸就会以不变的速度

无限地飞行，而阻力将改变弹丸通过各个观测点的时间。对于以平均速度 V_0 作常速飞行的情况来说，因不计阻力所引起的最大时间减少量出现在靶道的两端。如果 V_0 是在靶道的中点●测得，并且靶道的长度为 lL ，其两个端点位于 $s = \pm (L/2)$ 处，则最大时间减少量可根据方程 (2.6) 算得为

$$d_t = \frac{l(e^{C_D^* s} - 1)}{V_0 C_D^*} - \frac{ls}{V_0}$$

$$\approx \frac{l C_D^* s^2}{2V_0} = \frac{\rho S l^2}{16mV_0} C_D L^2 \quad (2.10)$$

这样，工程师就可以合理地假定： C_D 的百分误差可由时间测量误差与最大时间减少量之比 ε/d_t 给出。通常，时间测量的精度比距离测量的精度低，因而 ε 常用对时间的最大估算误差来代替。假定距离测量误差可用来限制对时间的最大估算误差，则可将距离误差除以 V_0 转换成等价的时间误差，并以此作为 ε ，再将 ε 与 d_t 相比就得到 ε/d_t 。

在时间减少量里含有靶道长度的平方，这表明了弹道长一些对提高测量精度有利，但由于阻力系数是马赫数的函数，限制了对这一特性的利用。此外还应注意，弹丸飞行速度高会使阻力测量的精度降低。但无论如何，通常的经验表明，具有1000倍弹径长的靶道，在高超音速时， C_D 的测量精度也可比 0.5% 还要好一些。

对于给定的靶道长度，测时站的最优布置问题很容易作出回答。因为阻力出现在抛物线的二次项里，故 C_D 由距离-时间曲线在靶道中点处的曲率确定。这样，一半观测点应在靶道中央，另一半观测点则应在靶道两端。理论上可以指出⁽¹⁻⁴⁾， $1/4-1/2-$

● 这个中点并非实际速度准确等于平均速度的点，为了排除这个不大的障碍可作点小的修正⁽¹⁻⁸⁾。

1/4 这种布置比起均匀布置来说, 可将 C_D 的误差减小 15~20%。不过, 如此微小的改善对于大多数阻力测量是没有意义的。

§ 1.3 俯仰和偏航运动对阻力的影响

如果角运动较大, 则可观察到阻力系数的变化。通常, 阻力系数与攻角的关系可用二次函数很好地表示, 即

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\delta} \delta^2 \quad (3.1)$$

式中

$$\delta^2 = \alpha^2 + \beta^2,$$

α —— 攻角;

β —— 侧滑角。

正如下章将要指出的那样, 就对称弹丸而言, δ^2 的变化由下面的方程来描述:

$$\delta^2 = K_1^2 + K_2^2 + 2K_1 K_2 \cos \hat{\phi} \quad (3.2)$$

式中

$$K_j = K_{j0} e^{\lambda_j t};$$

$$\phi_j = \phi_{j0} + \phi'_j s;$$

$$\hat{\phi} = \phi_1 - \phi_2$$

λ_j 和 ϕ'_j 通常是常数。

对于二次方阻力系数, 可将方程 (2.4) 积分一次, 得到

$$\ln \frac{V}{V_0} = - \left(\frac{\rho S l}{2m} \right) \left(C_{D_0} s + C_{D_\delta} \int_0^s \delta^2 dr \right) \quad (3.3)$$

此式可表示成指数形式并展成幂级数, 再积分一次, 得到:

$$t = t_0 + \frac{l}{V_0} s + \left(\frac{\rho S l^2 C_{D_0}}{4 V_0 m} \right) s^2 + \left(\frac{\rho S l^2 C_{D_\delta}}{2 V_0 m} \right) I(s) + \dots \quad (3.4)$$

式中

$$I(s) = \int_0^s \int_0^q \delta^2 dr dq$$

因为测量阻力减速度的距离至少要比 δ^2 的周期长几倍, 故可忽略 δ^2 的周期部分对 $I(s)$ 的影响。如果把阻尼的影响也忽略掉, 则 $I(s)$ 呈现如下简单形式:

$$I(s) \approx \frac{s^2}{2} (K_{10}^2 + K_{20}^2) \quad (3.5)$$

并且

$$\left(\frac{4m}{\rho S} \right) \frac{a_2}{a_1} \approx C_{D_0} + C_{D_\delta} (K_{10}^2 + K_{20}^2) \quad (3.6)$$

初看起来, 似乎可用 C_D 的平均值

$$C_{D\text{平均}} = C_{D_0} + C_{D_\delta} \cdot \bar{\delta}^2$$

式中

$$\bar{\delta} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \delta^2 ds \quad (3.7)$$

代替方程 (2.8) 中的常数 C_D , 而直接导出方程 (3.6)。直观上似乎很明显, 以三次函数来拟合时间-距离数据就应该具有用上述方法“平均”阻力的效果。但这只对无阻尼情况是正确的, 而对大阻尼情况来说, 正如我们将要看到的, 则是不正确的。

当使用最小二乘法时, 因为在 a_2 中含有 $I(s)$ 的“最佳”平方近似, 所以要求以

$$\int_{-L/2}^{L/2} \left[I(s) - \frac{s^2}{2} \tilde{\delta}^2 \right]^2 ds$$

为极小来定义平均值 $\tilde{\delta}^2$ 。将此式对 $\tilde{\delta}^2$ 微分, 令导数等于零并对 $\tilde{\delta}^2$ 求解就得到 $\tilde{\delta}^2$ 的关系式:

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}^2 &= \frac{5}{(L/2)^5} \left\{ \int_{-L/2}^{L/2} s^2 I(s) ds \right\} \\ &= K_{10}^2 + K_{20}^2 + \frac{5L^2}{84} (\lambda_1^2 K_{10}^2 + \lambda_2^2 K_{20}^2) + \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

而按方程 (3.7) 定义的平均二次方总攻角则具有展开式

$$\bar{\delta}^2 = K_{10}^2 + K_{20}^2 + \frac{L^2}{6} (\lambda_1^2 K_{10}^2 + \lambda_2^2 K_{20}^2) + \dots \quad (3.9)$$

因此, δ^2 的恰当平均值与 $\bar{\delta}^2$ 并不相同, 故方程 (3.6) 比较精确的

形式是

$$\frac{4m}{\rho S} \left(\frac{a_2}{a_1} \right) = C_{D_{\text{靶道}}} = C_{D_0} + C_{D_\delta} \delta^2 \quad (3.10)$$

按照方程 (3.10), 从靶道数据处理中可得到阻力系数是 δ^2 的线性函数。因此, 如果在同一马赫数下对模型作不同的试验, 并将 $C_{D_{\text{靶道}}}$ 作为 $\delta^2 \approx K_{10}^2 + K_{20}^2$ 的函数在图上标出, 那末这些点应该落在一条直线上。若干年来, 用这一方法成功地测定了各种对称外形的 C_{D_0} 和 C_{D_δ} 。

在图 1.1 上示出了由大攻角试验方案中得到的数据作为这种方法的实例^(1~5)。在这个试验方案里, 用弹径为 20 毫米的枪弹作试验, 攻角一直到 25° , 结果得到 C_D 与 δ^2 之间良好的线性关系。由该直线的斜率测得 C_{D_δ} 是 4.63, 这个数值与风洞测量值 4.71 十分吻合。

从方程 (3.8) 与 (3.9) 的比较中可以看出, 在阻力系数测

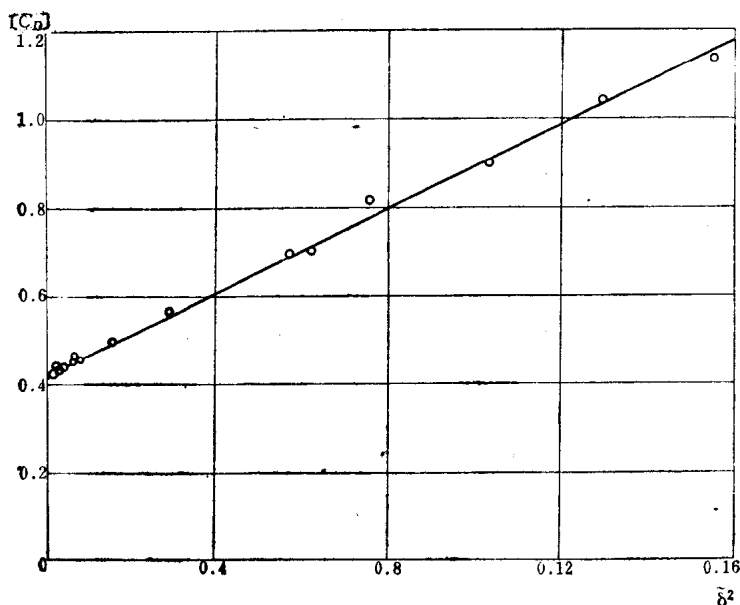


图1.1 在马赫数为2.3的情况下以大攻角射击时, 阻力系数与平均平方攻角的关系

量中, δ^2 的恰当平均值与 $\bar{\delta}^2$ 之间的差别是很小的。但对于另外一些与总攻角有关的空气动力系数来说, 测定 δ^2 的恰当平均值就显得特别重要。由于这个原因, 才在这里引进了 $\bar{\delta}^2$ 的概念。

§ 1.4 实验结果

第一次系统的靶道阻力测量是对球体进行的。查特斯 (Charters) 和托马斯 (Thomas)^[1~6] 曾在弹道研究所 (BRL) 的空气动力靶道里, 以 0.3~0.4 的马赫数, 对 9/16 英寸的球体做了试验。梅 (May) 和威特 (Witt)^[1~7] 在海军军械研究所 (NOL) 密封靶道里, 对每一个固定的马赫数相应改变不同的雷诺数 (一百多个数据) 进行了试验, 这些试验的结果示于图 1.2 中。该图是在马赫数-雷诺数平面上画出的 C_D 的等值线图。

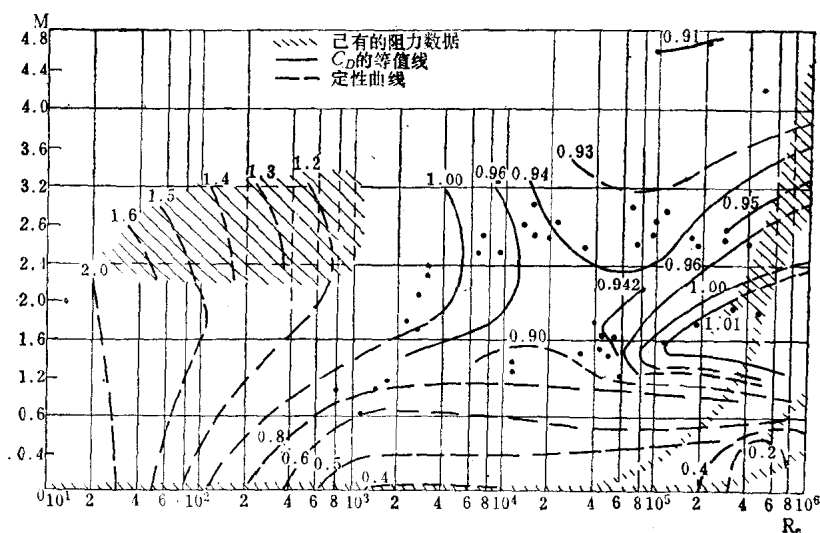


图1.2 阻力系数 C_D 在马赫数-雷诺数平面上的等值线图

[资料来自马里兰州、白橡树、海军军械研究所 (NOL)]

图中清楚地表示出在 $M=2.0$ 和 $Re=30000$ 附近出现鞍点。顺便指出, 沿 $Re=30000$ 的直线在鞍点附近可以找到极大值, 而

沿 $M=2.0$ 的直线在鞍点附近可以找到极小值。

萨默 (Sommer) 和肖特 (Short)⁽¹⁻⁸⁾ 以十分别致的方法研究了壁面温度对表面摩擦的影响。作试验的飞行器是长细比为 1.4 或 1.8 的旋转稳定空心圆柱体，其前缘外形或是双楔形的、或是双圆弧形的 (见图 1.3 和 1.4[●])。长细比为 0.4 的类似的圆柱体，用来作校准模型。可采用试验模型与校准模型阻力系数之差来测定试验模型比校准模型多出长度的部分所产生的平均表面摩擦阻力，为此需增加一个小的修正量。试验中用人工转捩器保证出现紊流附面层。

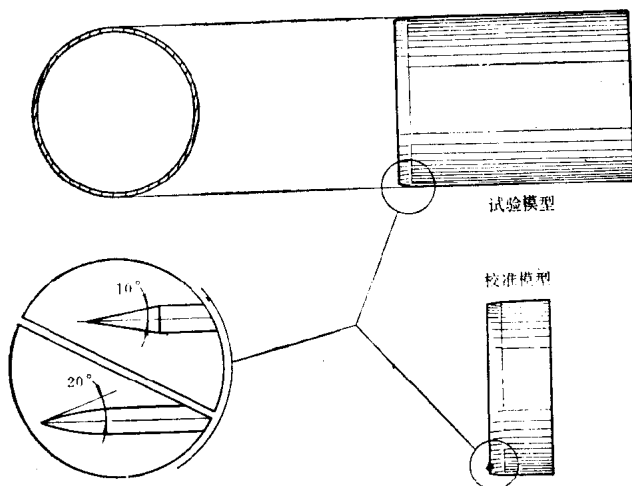
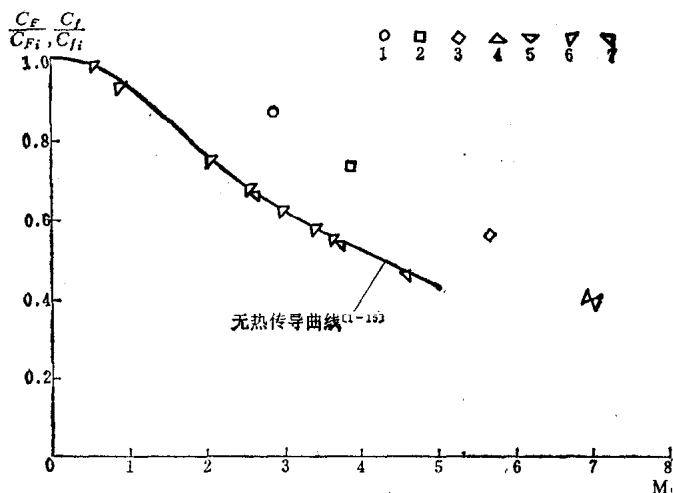


图 1.3 典型的空心圆柱模型
(资料来自 NASA 的艾姆斯研究中心)

这些试验是在艾姆斯 (Ames) 自由飞行风洞里进行的，模型相对于静止空气以马赫数 2.8 和 3.9 进行试验，以及相对于马赫数为 2 的空气流以马赫数 7.2 进行飞行试验。因为模型飞行时间少于 0.02 秒，故其壁温升高少于 45°F 。这样，壁温与附面层边

● 图 1.4 为 $M_0=3.9$ 时带有槽深 0.003 英寸线状附面层转换器的试验模型的阴影照片。由于该图模糊不清，故删掉。——译者

界温度之比 T_w/T_1 就取决于风洞里的当地温度。也就是, 对于静止空气是 1.05, 对于空气流是 1.3 或 1.7。因为计算出的恢复温度比估算的壁温大两倍半到六倍, 故在此过程中存在相当大的热传导。在图 1.5 中画出了这一试验方案的结果并与无热传导的风洞数据曲线作了比较。可以看出, 热传导的存在可以增加 30% 以上的表面摩擦力。



图例	T_w/T_1	$3 < R_1 \times 10^6 < 16$
1	1.03	0.003 英寸深转换器
2	1.06	0.003 英寸深转换器
3	1.29	圆弧形
4	1.70	$R_0 = 5 \times 10^6$
5	1.75	$R_0 = 7.5 \times 10^6$
6	T_r/T_1	CHAPMAN-KESTER
7	T_r/T_1	COLES

图1.5 表面摩擦率与马赫数的关系

(资料来自NASA的艾姆斯研究中心)

用大致类似的方法可从靶道阻力数据中求得底部压力。查特斯 (Charters) 和图莱兹库 (Turetsky)^[1-9] 曾算过 20° 圆锥和圆锥-圆柱组合的头部阻力和表面摩擦阻力, 并从总阻力中减去这两

部分阻力之和来确定底部阻力。底压还可用测定闪光摄影照片上尾迹角的方法来确定。尾迹外面的压力用特征线法计算，并假定它就是模型底部的压力。在表 I 中将这两种方法得到的底部压力与自由流压力之比 P_n/P_1 进行了比较：

表1-1 $M=1.84$ 时的 P_n/P_1 数值

模 型	长 细 比	总 阻 力 法	尾 迹 角 法
圆锥	2.9	0.50	0.49
圆锥-圆柱体	3.2	0.53	0.50
圆锥-圆柱体	5.0	0.61	0.59

最后在图 1.6 和 1.7●中再介绍一个靶道阻力测量的例子。由图可知，在这种尾翼稳定弹的杆形头部上，气流的分离流动可能有两种不同的结构。具有较大分离流动模型比起同样形状而具有较小分离流动范围的模型来说，其阻力要小 1/3。当起始发射攻角小于 2° 或 3° 时就会出现这种低阻流动；而当发射攻角较大时，则会出现并保持高阻流动状态^{〔1~10〕}。

§ 1.5 滚 转 方 程

通常把由于翼面偏转以及轴向气动阻尼所形成的滚转力矩写成如下形式：

$$M_x = -\frac{1}{2}\rho V^2 b \left[S_b C_{l_b} \delta_f + \frac{pb}{2V} C_{l_p} S_r \right] \quad (5.1)$$

式中 b ——翼展；

S_b ——斜置尾翼的翼面积；

S_r ——尾翼的总翼面积；

δ_f ——一对差动偏斜尾翼的斜置角；

- 图1.6为杆形尾翼弹上气流的“高阻流动、 $M=2.44$ ， $C_D=0.782$ ”。图1.7为同一弹上的“低阻流动， $M=2.43$ ， $C_D=0.534$ ”。因为此二图模糊不清，故未制版印出。——译者