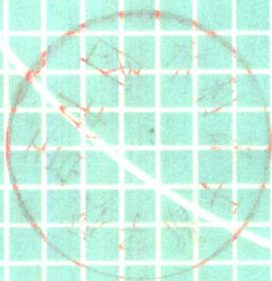


标准要求最佳化 数学模型



科学技术文献出版社

标准要求最佳化数学模型

〔苏〕Д. М. Комаров 著

黄清化译 陈志田校

科学技术文献出版社

标准要求最佳化数学模型

编辑者：中国科学技术情报研究所

出版者：科学技术文献出版社

印刷者：中国科学技术情报研究所印刷厂

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

开本：787×1092¹/₃₂ 印张：7 字数：148千字

1980年5月北京第一版第一次印刷

印数：1—5,300册

科技新书目：160—34

统一书号：17176·241 定价：0.80元

目 录

第一章	标准要求最佳化的总系统	(1)
§ 1	在标准要求最佳化过程中对预测详尽 度、精确度与长期性的要求.....	(1)
§ 2	制订标准时预测与最佳化组合的必要 性与方法.....	(5)
§ 3	产品质量指标的预测和最佳化总系统.....	(15)
§ 4	对质量指标最佳化方法的要求.....	(20)
§ 5	评定产品质量的预测和最佳化的标度.....	(29)
§ 6	在完成标准化的基本工作中利用预测 与最佳化的总系统.....	(33)
§ 7	标准要求最佳化中关于确定效率与质 量指标的特点.....	(43)
第二章	目标与约束条件形式化方法的基础	(48)
§ 8	标准定量要求最佳化中目标函数的作用。 按产品质量评定单位目标函数的分类.....	(48)
§ 9	以货币形式确定有效性与目标函数的 应用范围.....	(52)
§ 10	有效目标函数.....	(62)
§ 11	质量最佳化目标函数, 质量综合指标 和标准的科学技术水平之间的关系.....	(76)
§ 12	消费商品质量最佳化目标函数的组成 特点.....	(81)
§ 13	效率与消耗的非同步性计算。目标函 数举例.....	(85)

§ 14	约束条件形式化的基本原则·····	(93)
第三章	输入数据的预测方法·····	(98)
§ 15	预测对象及可能方法的分类·····	(98)
§ 16	预测技术可能性变化的数学模型·····	(101)
§ 17	消耗的预测方法·····	(108)
§ 18	选择预测方法的概述·····	(113)
§ 19	预测精确度与价值的评价方法·····	(115)
第四章	设置任务的评价与校正方法·····	(123)
§ 20	数学模型可用性的评价方法·····	(123)
§ 21	数学模型复杂性的定量特性·····	(131)
§ 22	为简化运算而改变模型的方法·····	(133)
§ 23	为简化形式及对原始信息的要求而改 变模型的方法·····	(137)
第五章	关于标准要求最佳化数学模型系统·····	(139)
§ 24	标准要求最佳化数学模型的分类·····	(139)
§ 25	不把最佳化对象分为组成元素的自治 数学模型·····	(153)
§ 26	综合标准化数学模型·····	(167)
§ 27	相关数学模型·····	(193)
§ 28	时间变化的计算方法。超前标准化·····	(197)
§ 29	在静态与动态最佳化方法中由于非最 佳性所造成损耗的比较·····	(202)
§ 30	超前标准化数学模型的构成·····	(205)
附录:	效率与质量指标之间的关系。质量综 合指标的物理与经济含义 (对 § 3, § 9—11, § 24的说明) ·····	(210)

第一章 标准要求最佳化的总系统

§1 在标准要求最佳化过程中对预测 详尽度、精确度与长期性的要求

在制定标准时，预测通常是为使所采用的结果进行最佳化，而确定未来情况。所以，对预测的详尽度与精确度的要求，应根据采用什么样结果来使用它们而决定。

预测的详尽度由下述各点来表征：质量指标预测所包括范围的完全程度；在预测中随时间或只对预测时刻变化的数据；在预测中关于预测精确度数据的存在及该精度特性的完全程度。

预测的精确度表征指标预测的精确度（它们的概率特性）。

由于预测方法的不完善性与输入信息的不充分，一般说来，所采用结果不可避免地将与绝对的最佳化结果相偏离。由于结果对最佳性的偏离将

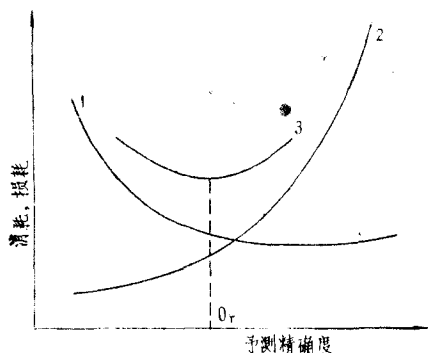


图1 损耗与预测精确度的关系

1—预测误差引起的损耗； 2—预测消耗； 3—总损耗； O_T —预测的最佳精确度。

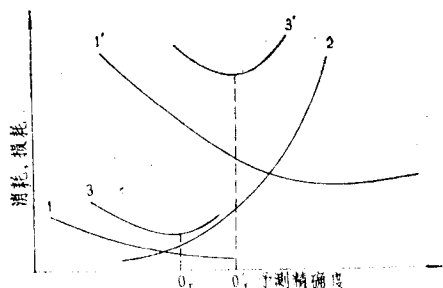


图2 预测的最佳精确度与采用结果的关系

1与1'—系在科研规划及制订标准中，由预测误差而引起的损耗；2—预测消耗；3与3'—系在科研规划与制订标准中的总损耗； O_T 与 $O_{T'}$ —在采用相应结果时，预测的最佳精确度。

导致某些损耗。在图1、2中给出表征损耗与预测精确度的关系。随着预测精确度的增长，则增加用于预测的设备与时间（曲线2）。由于预测的不完善性，在进行预测中的总损耗通常具有某一个最小值。与这个最小值相对应的预测精确度则为最佳值（点 O_T ）

在实际条件下，由于问题的特点，输入信息的存在及在电子计算机上应用的方法和程序所决定，曲线3可能有不同的最小值（图2）。因此，对于不同的解与应用这些解的条件，预测的最佳精确度可能是不一样的。

在制订标准时应用很多结果，现指出其中的一部份：标准制订开始列入计划；标准的种类与等级的选择；标准参数目录；制订标准开始时期的确定；标准中质量指标的确定等等。

很明显，为确定标准中的质量指标所采用的结果，要求有最大的预测精确度。事实上，在预测误差中，因标准要求的非最佳化而引起的损耗，通常要超过同一预测误差条件下，

由其它一些解的非最佳性而造成的损耗。对于预测最佳详尽度问题，可以进行类似的讨论，即根据预测范围，用区间预测一些无条件的点代替条件预测，用该区间的时间函数代替确定时间间隔的平均数据。预测详尽度的增加与预测的消耗及时间的增加有关。而这一点应该改善所采用的结果，致使损耗减少。就是说，存在一个由预测用途所决定的预测最佳详尽度(图3)。

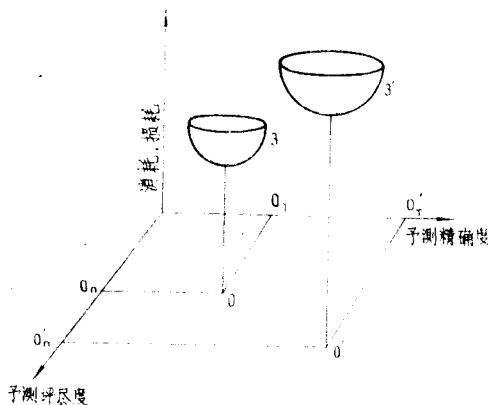


图3 总损耗与预测精确度，详尽度的关系

3 与 $3'$ 一分别对应于制订计划时与制订标准时的总损耗；

O_T 与 O_T' 一分别对应于制订规划时与制订标准时的最佳精确度；

O_n 与 O_n' 一分别为制订规划时与制订标准时的最佳详尽度。

在图1、2及3中为简便起见，未考虑预测的消耗(曲线2)也未考虑与制定阶段的关系。事实上，随着完成最佳化与标准化的工作进程，将得到补充资料，所以，预测的消耗曲线因此而向右平移(预测消耗以同样的精确度减少)如

图中虚线2'所示(见图4)。这一点,随着工作阶段向标准的确立逼近时,与曲线2不变条件下的最佳精确度相比较,将导致预测最佳精确度的补充提高。

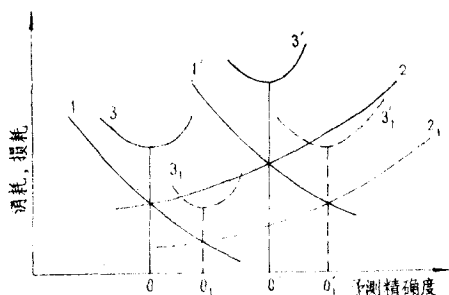


图4 预测最佳精确度与预测消耗曲线变化结果的关系

0与0₁—制定规划时所采用的最佳预测精确度(分别对应不计与考虑预测消耗曲线的变化);

0'与0₁'—同样,是对制订标准所采用的结果而言。

在制订标准过程中,与预测精确度及预测的具体实施紧密相关的问题是预测的期限。在动态最佳化中,输入数据(原始信息)预测的最小期限,按下面公式确定:

$$T_{\min} = T_p + T_n$$

式中, T_p —制订与贯彻标准的时间;

T_n —标准的有效时间。

但在目前所制订的中期预测大部份估计三至五年时间,而从远景规划中可以得到的原始数据估计五年时间。因此,由其它主管部门和部制订的中期预测,只有运用标准要求的最佳化动力统计法(见§3)才可能使用。因为用这种方法时,预测的最小时间(深度)

$$T_{\min \cdot k} = T_p + T_k$$

式中 T_k —自标准贯彻时刻至标准中质量指标“瞬间”最佳性 (§ 4) 时间。

或者近似地认为 $T_k = T_n/2$

$$T_{\min \cdot k} = T_p + T_n/2$$

当然，具备远期预测就更有益处了。例如，英国与美国由于向公制过渡而带来的巨大开支，在改善预测中有可能减少。远期预测精确度的提高使得标准的有效期限延长，更广泛地应用先进的标准，其中包括阶跃式标准。并易于对今后标准的改革（即减少将来改善产品的消耗）。

远期预测必然具有较低的精确度及小的详尽度，因此，为达到既定的目的，对于质量指标的数学最佳化，应用短期及中期预测是有利的。当根据标准要求选取最终结果 (§ 4) 与选择最佳化任务的方案时，使用较远期的预测（不太精确及不太详尽）。

§ 2 制订标准时预测与最佳化组合的必要性与方法

制定标准中最佳化与预测组合的必要性。对产品质量提出的要求应该是最佳的。《标准化的主要任务是所采用结果的最佳化》〔26〕。在此情况下，最佳化应与预测相结合。但在当前已发表的在标准要求最佳化方面的著作中，最佳化的完成常常是不考虑预测的，而另一方面，在关于预测的文章中，又不进行最佳化。

只有在一定的目标函数中才有最佳化可谈。为了明确起见，我们将认为，进行最佳化是为了得到

$$\text{函数的最大值} \quad \Pi = \Theta - 3 \quad (1)$$

$$\text{或最大的比率} \quad \Pi = \frac{\Theta - 3}{3} \quad (2)$$

式中 Θ —产品消费与推销的效率

(例如，产品的价格)；

3—产品生产与使用(利用)的消耗。

(2) 式可换写成 $\Pi = \frac{\Theta}{3}$ ，差值 1 对最佳化的结果无影响。某一质量指标数值 P_i 的效率变化曲线(图 5)具有以下特性。当质量指标为某一数值 P_{i0} 时，效率值等于零(产品不合格)。在该需求水平上，得到的很大的数值 P_i 是很少有效应的，准确地说，当 $P_i \rightarrow \infty$ 时， $\frac{\partial \Theta}{\partial P_i} = 0$ ，即曲线 Θ

(P_i) 具有水平的渐近线(4)。所以，可推测出图 5 中函

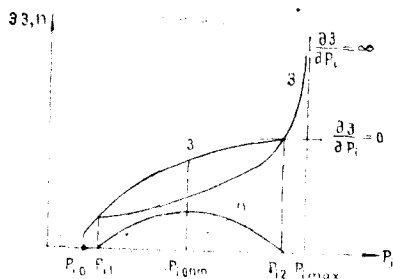


图 5 效率和消耗与 P_i 的变化关系

数 $\Theta(P_i)$ 的变化特性。

在现有的科学与技术水平上，要取得很大的数值 P_i 是困难的。可以认为，当 $P_i \rightarrow P_{i \max}$ 时， $\frac{\partial \Theta}{\partial P_i} = \infty$

式中， $P_{i \max}$ —在该已知条件下，最大可能的

数值 P_i 。即，可以认为，曲线 3 (P_i) 具有垂直渐近线。

除此之外，因为即使生产不合格产品也要有消耗，故当 $P_i = P_{i0}$ 时，则 $3 > 0$ 。按照这些数据，可以推测出图 5 中，曲线 $3(P_i)$ 变化的一般特性。

因此，当 $P_i = P_{i1}$ 与 $P_i = P_{i2}$ 时，曲线 $\Theta(P_i)$ 与 $3(P_i)$ 的交点数一般不少于两个。所以，利润变化 $n = \Theta - 3$ 具有下列特点：

$$\text{当 } P_i = P_{i1} \text{ 时, } n = 0 \text{ 并 } \frac{\partial n}{\partial P_i} > 0$$

$$\text{当 } P_i = P_{i2} \text{ 时, } n = 0, \text{ 并 } \frac{\partial n}{\partial P_i} < 0.$$

由此得出图 5 中曲线 $n(P_i)$ 的推测形状。在与质量最佳指标 P_{ionm} 相对应的点上，导数 $\frac{\partial n}{\partial P_i} = 0$ 。

须指出，如果从目标函数 (2) 出发，则得到质量指标的其它最佳值 $P_{i'_{opt}}$ ，而且 $P_{i_{opt}} < P_{i'_{opt}}$ 。因此，函数 Θ 和 3 与质量指标数值变化的一般特性是这样的，即对于已知发展水平，具有最佳的质量指标。例如在文献(99)中，这一点曾不止一次地指出过。

事实上，在区间 $P_{i1} \leq P_i \leq P_{i2}$ 里面，曲线 Θ 与 3 的变化可能具有更复杂的特性。有时可能有一些局部的极限值，而这必须指的是在最佳化情况下。

随着类型数 B 的增加，则研制费用和某些服务项目（教育、供应、修善）也增长。但产品利用系数的增长（例如，按照速度、载重量、功率和其它指标）又使某些消耗减少。因此，存在某个类型的最佳数 B 。这个最佳数 B 由产量 N 与相当质量指标函数的需求分配来决定。须指出重要一点，在

这种关系中，类型数要与按类型产品总容量分配的最佳化和质量指标最佳化一起进行最佳化。

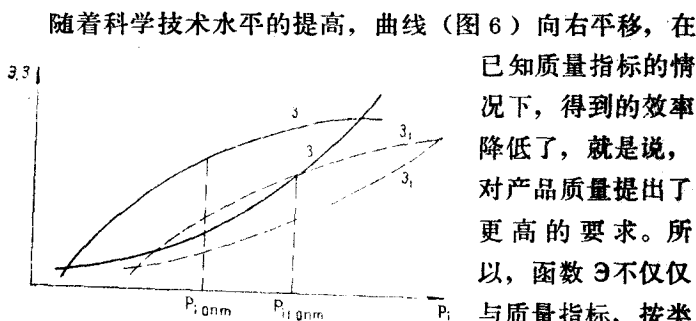


图6 曲线 $\Theta(P_i)$ 与 $3(P_i)$ 随时间的变化

而且还与时间 t ，即 $\Theta = \Theta(P_i, N\beta, Bt)$ 有关。同时，改善工艺将减少因提高质量所花费的消耗，即曲线 B 同样向右移。结果质量最佳指标数值变化为时间的函数，并显示出在预测最佳指标与类型数中，需超前整个制定与贯彻标准的时间，此外还需比它的有效期超前一段时间。

从上述情况中得出，在制定标准时，应进行类型数、质量指标和标准的有效期三者的综合最佳化。在此情况下，最佳化必须与预测进行组合。

最佳化同预测组合的方法 在制定标准时，可以指出四种最佳化与预测的组合方法。

- 1) 不计时间影响的最佳化；
- 2) 参数的直接预测（类型数、质量指标和时间参数）；
- 3) 对于目前参数的最佳化与对于前一时刻参数值的最佳化，以及按照这些计算参数的预测；

4) 输入函数的预测及按照这些参数对标准有效的未来时间区域中, 最佳参数的确定。

上述确定定量参数的方法可以综合起来并在下面将会看到, 这种组合是合理的。

第一种方法(不计时间影响的最佳化)在制定标准中得到了一些应用。在这种最佳化方法中, 自然不存在预测标准有效时间的可能性。

第二种方法(参数直接预测法): 主要是借助于这种参数在某一过去阶段中, 变化的外推法或直观法来进行。根据这样的预测, 而不进行最佳化, 对于标准的制定不可能得到足够的精确度。事实上, 例如, 确定质量指标误差, 在这里可以写成

$$\sigma_{Pi} = \sqrt{\sigma_{Pi}^2(t_0) + \sigma_{n_{P, Pi}}^2(t_i - t_0)} \quad (3)$$

式中, $\sigma_{Pi}^2(t_0)$ —标准制定时刻的实际值与最佳值的偏离;

$\sigma_{Pi}^2(t_i - t_0)$ —在 $t_i - t_0$ 区间里, 最佳值 $P_{i_{ONT}}$ 变化的预测误差的偏离。

由公式(3)得出, $\sigma_{Pi} > \sigma_{Pi}(t_0)$, 即在这种方法中, 最佳值的偏差随时间而增长。这里请注意, 实际上预测到的不是最佳值 $P_{i_{ONT}}$, 因为这个数值是未知的, 而是显著地区别于 $P_{i_{ONT}}$ 的实际值 $P_i(t_0)$ 。这是由于实际生活中, 在过去最佳化工作进行得很粗糙所致(图7a)。此外, 在开始时刻偏差 $\sigma_{Pi}(t_0)$ 通常是很大的。

预测方法与科研方法, 原则上没有区别。目前适用于确定变量之间从属关系的任何科学方法, 原则上, 对今后的分析也是适用的。只是需要指出, 在预测中应用科学方法的一些比较不太显著的特点。就是说, 更精确的计算随时间的变

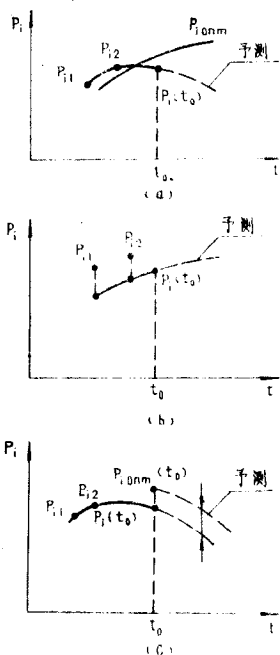


图7 预测误差与最佳化和预测组合方法的关系

化与对未来时间的注意。除此之外，因为产品质量指标的最佳化是我们的最终任务，则要把预测过程看成这些指标的函数。象对待任何科学研究一样，为了预测，必须建立针对研究目的的，建立在自然或社会基础上的数学模型。计算这个未来时间的数学模型并给出预测。

但是，由于缺乏对预测过程的足够知识或具体的输入数据，不是任何时候都可以建立起足够精确的理论模型的。在这种情况下，需要使用只适用于近似地评价某些特性的假设的外推法，或采用整理人们意见的启发法。后者当缺乏已知领域里必要的实际经验和完全相符的数学模型时，不能给出足够正确的结果。

对现代产品质量指标标准要求的直接预测，由于这些指标随时间变化的特性，用外推法是困难的。标准要求平均每过五至十年调整一次，并不连续地变化着。因此，为过滤掉随机误差，收集十五个点就需要研究过去七十五年至一百五十年的事前历史。就是有这些数据，则由于在这样漫长的时间里规律性的变化，不可能把它们用来进行预测工作。

准确定义“规律性变化”这个词。在研究定函数或时间

随机函数固定部分时，“规律性变化”意味着与按前面的数据推测出来的经验曲线（或称经验函数）之间存在的误差。

在研究定随机函数 $X(t)$ （或某随机函数的统计固定分量）时，“规律性变化”意味着相关函数 $Y_X(t, t-\tau)$ 显著地小于 1。（式中， t —未来的时刻， τ —预测时间间隔）。

在研究不定随机函数时，“规律性变化”则意味着，在时域 τ 里，除了函数 $Y_X(t, t-\tau)$ 变化外，数学期望也发生显著变化。

这一点不仅关系到用标准做为输入信息源的情况，而且很经常，（尽管在极小程度上）关系到使用质量指标实际变化的数据，因为在现代化生产中，它们通常以若干年为周期间断地变化着。

在对产品质量的预测时，为定出标准中的细则，必须研究引起质量指标与新模型和类型出现相关的随时间阶跃变化的具体措施。这一点同前面研究过的对预测精确度及详尽度的提高了的要求一起证明，为确定标准要求，不可用外推法或借助于启发法来约束预测，而必须同最佳化一起进行预测。

当用前面所述最佳化与预测的第三种组合方法时，最佳化的精确度可以得到显著提高（图 7、b）。在此情况下，预测前必须进行时间 t_0 及在预测中计算过去时刻全部参数的最佳化。在这里，最佳化的两个分量误差同时小（见公式(3)）。该方法的缺点是，方法本身就很难，而且在许多情况下，工作根本就无法完成。因为，往往找不到为了对过去的时间参数最佳化所必需的原始材料。因此可以采用这个方法的简化方案。仅仅对于时间 t_0 时，确定每个参数 $P_{i \text{ ont}}$ 的计算最佳

点。在用第二种方法时，按照 $P_i(t_0)$ 参数的实际值进行预测。然后，将结果平移一个数值 $\Delta P = P_{ion}(t_0) - P_i(t_0)$ (图 7、c)。

在用第四种方法时，直接预测的不是要寻求的参数，而是确定最佳参数的输入函数。输入函数共包括，函数 u 、 φ 、 β ，质量指标之间的相互关系，与生产能力、干部现状相关的约束条件(不等式形式)，以及技术安全方面与其他方面的约束条件。在此方法中，不仅没有直接预测质量指标，而且甚至还可去掉与质量变化相联系的效率与消耗值的预测必要性。

只要把效率与消耗当做产品的质量指标函数进行预测就够用了。函数形状按照时间的变化要比指标的具体数值慢一些、平滑一些。不但如此，而且可以提出确定这些在很长时间里实际上不变化的函数状态的任务。实际上，在开始时，就足以得到条件预测。就是说，在具有已知(但不一定是实际的)质量指标产品的制造与应用条件下，效率与消耗将如何，而后，在最佳化结果中，输入函数的条件预测替换成无条件预测。可以说，质量指标的预测可用它们的最佳化数学模型来代替。

在将来，由于我们的管理作用(规定的目的与资料的相应分配)，质量指标可能存在各种不同的数值。因此，只有在采用关于管理工作的原始假说(假设)情况下，预测工作才能给出唯一的结果。把接近于最佳值，并在质量指标的未来时间区间里，将达到最佳化数值这样的结果用来做为这种假说的实质是合理的。应用这个关于未来质量指标的假说，使“质量水平将如何？”的回答与“质量水平应当如何？”的