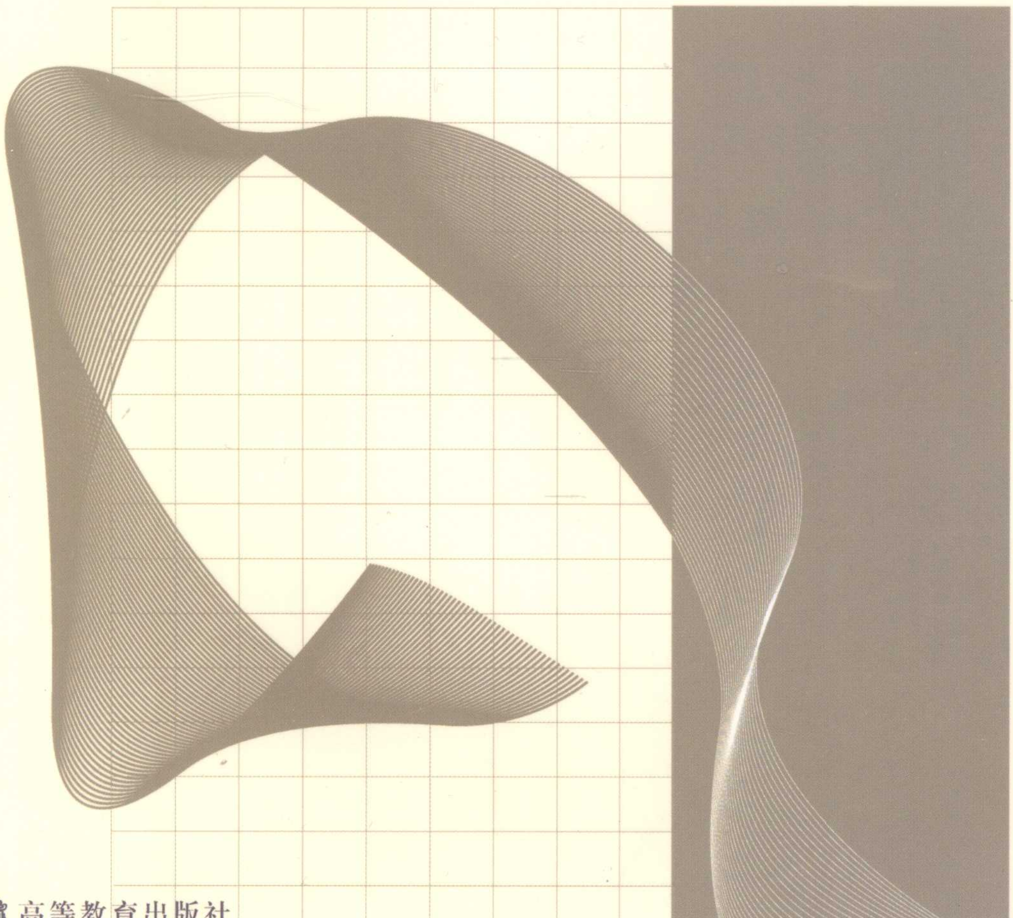
高等学校经济管理类
数学基础课程系列教材

经济应用数学基础（三）

概率论与数理统计

周概容 主编



高等教育出版社

高等学校经济管理类数学基础课程系列教材

经济应用数学基础(三)

概率论与数理统计

周概容　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是“高等学校经济管理类数学基础课程系列教材”中的《经济应用数学基础（三）概率论与数理统计》分册，根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制定的“经济管理类数学基础课程教学基本要求”和最新颁布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的内容和要求编写而成。

本书包括八章内容：事件和概率、随机变量及其分布、随机变量的函数的概率分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念和抽样分布、参数估计、假设检验与比较。本书内容系统、重点突出、由浅入深、通俗易懂，充分体现了教学的适用性。

本书可作为高等学校经济管理类专业概率论与数理统计课程的教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学基础.3，概率论与数理统计/周概容主编.—北京：高等教育出版社，2008.4

ISBN 978-7-04-023907-2

Ⅰ.经… Ⅱ.周… Ⅲ.①经济数学-高等学校-教材②概率论-高等学校-教材③数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.F224.0 O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第035575号

策划编辑 马丽 **责任编辑** 崔梅萍 **封面设计** 张志奇 **责任绘图** 杜晓丹
版式设计 张岚 **责任校对** 胡晓琪 **责任印制** 韩刚

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京中科印刷有限公司	**畅想教育**	http://www.widedu.com
开　　本	787×960 1/16	**版　　次**	2008年4月第1版
印　　张	16.25	**印　　次**	2008年4月第1次印刷
字　　数	300 000	**定　　价**	17.40元

物料号 23907-00

前　言

"高等学校经济管理类数学基础课程系列教材"是根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制定的"经济管理类数学基础课程教学基本要求"编写而成的。本系列教材共有三个分册:《经济应用数学基础(一)微积分》,《经济应用数学基础(二)线性代数》和《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》。

为了保证本系列教材的教学适用性,在编写过程中,我们对国内外近年来出版的同类教材的特点进行了比较和分析,在教材体系、内容安排和例题配置等方面吸取了它们的优点。尤其是在教材内容安排上进行了精当的取舍,避免了偏多、偏深的弊端。并根据目前教学学时普遍减少的情况,保证教材难易适中,同时为培养学生数学素质与应用能力,教材中又为教师在教学过程中的补充和发挥留有余地。此外,我们还参考了最新颁布的《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的要求,力求教材的体系、内容既符合数学学科本身的特点,又兼顾报考研究生的学生的需求。因此,在本系列教材中,我们着重注意了如下问题:

1. 尽可能做到简明扼要,深入浅出,语言准确,易于学生阅读。在引入概念时,注意以学生易于接受的方式叙述。略去教材中一些非重点内容的定理证明,而以例题进行说明;教材中的重要定理、法则均给出了严格证明。个别定理证明较为冗长的则标示"*"号,教学时可根据实际情况处理,略去不讲或以例题说明都不会影响教材的系统性。

2. 力求例题、习题配置合理,难易适度,形式多样。教材每章后的习题均分为(A),(B)两组,其中(A)组习题反映了本科经济管理类专业数学基础课的基本要求,(B)组习题由两部分组成,其中的选择题部分可用作复习、总结,而解答题和证明题部分综合性较强,可供学有余力或有志报考硕士研究生的学生练习。各册书后均附有参考答案。

《经济应用数学基础(三)概率论与数理统计》分册,一般每周安排 3 ~ 4 学时,即按每学期 18 周计算总学时为 54 ~ 72 学时(包括习题课)。可以按第一到第八章的顺序分配学时如下:

(1) $[8+7+8+8+5]+[6+7+5]=54$ 学时;

(2) $[12+8+10+10+6]+[8+8+6]=68$ 学时,另有 4 个机动学时。

以上学时安排仅供任课老师参考。

本系列教材的出版得到了高等教育出版社的大力支持，在此表示衷心感谢。

虽然我们希望编写出一套质量较高、适合当前教学实际需要的教材，但限于水平，教材中仍有不少未尽人意之处，敬请读者不吝指正。

编　者

2008 年 1 月 25 日

目　录

第一章　事件和概率

◀内容提要▶

概率论——研究大量随机现象的统计规律性的数学学科.

1. 现象——确定性现象和随机现象;随机现象——大量随机现象和个别随机现象;概率论一般不研究个别随机现象.试验——对现象的观测;随机试验——对随机现象的观测.

2. 事件——随机现象状态或表现,随机试验的结果;事件之间可以引进类似于集合之间的关系和运算,并且有与集合的关系和运算完全类似的性质.

3. 概率——事件出现可能性的度量.求法:1) 直接计算(古典型概率、几何型概率);2) 用频率估计概率;3) 概率的推算(由较简单事件的概率推算较复杂事件的概率).

4. 条件概率及概率的三个基本公式——乘法公式、全概率公式、贝叶斯公式.

5. 独立事件——一个(些)事件出现与否不影响同一系统内其他事件出现的可能性.

§1.1 随机试验与事件的概率

我们把现象的每一种状态或表现,试验的每一种结果称作事件;把在任何一次试验中既可能出现也可能不出现的事件称作随机事件.

一、随机现象

人们遇到的现象,大体上可以分为两大类——必然现象和随机现象(亦称偶然现象).前者指在可以控制的条件一定时,观测到的结果也一定,而且可以确切预测.后者指在可以控制的条件一定时,观测到的结果不完全确定,而且不能确切预测.我们把对现象的观测(观察或测量),称作试验.由于现象有确定性和随机性两大类,因此试验也有"确定性现象"和"随机现象"之分.

1. 随机性　现象的随机性,即随机现象的不确定性,亦称"偶然性",指现象在相同条件下出现时,可能有不同的表现或产生不同的结果.例如,掷一枚硬币,可能掷出"正面"也可能出现"反面";射击命中的环数;某高速公路上一天内交

通事故的次数;一商店一天的销售额或某储蓄所一天的存款余额……都是随机现象,因为其结果都带有不确定性.这些例子表明,在可以控制的条件相对稳定的情况下,由于影响这类现象的还有大量的、时隐时现的、瞬息易逝的、变化多端的、无法完全控制和预测的偶然因素在起作用,使现象具有随机性.类似的现象称作随机现象.

随机现象有大量和个别之分.在相同的条件下可以(至少原则上可以)重复出现随机现象,称作*大量随机现象*;带有偶然性但原则上不能在相同条件下重复出现的随机现象,称作*个别随机现象*.上面列举的都属于大量随机现象.例如,一切带有偶然性特点的具体的历史事件,都是个别随机现象.概率论主要研究大量随机现象,一般不研究个别随机现象.

注意,既然随机性是由大量无法完全控制的偶然因素引起的,那么随着科学的不断发展、技术手段的不断完善,人们可以将越来越多的因素控制起来,从而减少随机性的影响.然而,容易理解,完全消除随机性的影响是不可能的.

2. 统计规律性 随机现象,既有随机性又有规律性.人们把现象在多次重复出现时所表现出来的规律性,称作*统计规律性*.例如,一名优秀的射手,一两次射击不足以反映其真正水平,只有多次重复射击才能反映其真正水平;在分析天平上重复称量同一件物品,各次称量结果的波动是不可避免的,然而多次称量结果的平均水平却稳定在该物品的质量附近……概率论的任务,是要透过随机现象的随机性揭示其统计规律性;数理统计的任务,则是通过分析带随机性的统计数据,来推断所研究的事物或现象固有的规律性.

二、随机试验

为便于叙述,把对随机现象的观测称作*随机试验*,简称试验;随机抽样就是一种随机试验.试验最基本的结果称作*基本事件*,所有基本事件的集合称作*基本事件空间*.

1. 随机试验 例如,对某一目标进行射击、产品的抽样验收、某商店每天的销售额、某高速公路上每天交通事故的次数、在分析天平上重复称量一件物品……都可以视为随机试验.由于概率论主要研究大量随机现象,一般不研究个别随机现象,故通常假定随机试验可以重复进行;此外,虽然试验结果具有随机性,但是随机试验一切可能出现的结果应当是明确的,因为所研究的随机现象应当是可以观测的,否则就无法对其进行研究.表 1.1 所列的是随机试验及其基本事件的例.

表 1.1　随机试验及其基本事件的例

情形	随机试验	基本事件 ω
1	掷一枚硬币	1——正面，0——反面
2	掷两枚硬币	(i,j)，其中 $i,j=0,1$
3	掷一枚色子①	$\omega_i=\{$掷出 i 个点$\}$ $(i=1,\cdots,6)$
4	同一枚色子重复掷 3 次	$\omega_{ijk}=(i,j,k)\,(i,j,k=1,\cdots,6)$
5	抽验一件产品	$\omega_1=\{$合格品$\}$，$\omega_2=\{$不合格品$\}$
6	抽验的 n 件产品中不合格品件数 ν_n	$\omega_k=\{\nu_n=k\}\,(k=0,1,\cdots,n)$
7	进行 n 次重复射击命中的次数 ν_n	$\omega_k=\{\nu_n=k\}\,(k=0,1,\cdots,n)$
8	接连射击直到命中为止所射击的次数 τ_1	$\omega_k=\{\tau_1=k\}\,(k=1,2,\cdots)$
9	观察某地区历年夏季暴雨次数 ν	$\omega_k=\{\nu=k\}\,(k=0,1,2,\cdots)$
10	观察设备无故障工作时间 T	ω 是半直线 $(0,+\infty)$ 上的任意点
11	观察在分析天平上称量一件物品的结果 X	称量误差 ω 可以是直线 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意点

2. 基本事件　我们把试验中可能出现的最基本的结果，称作试验的结局或基本事件，用希腊字母 ω 表示；把试验的一切可能结果的集合称作基本事件空间②，记作 $\Omega=\{\omega\}$. 这样，随机试验由"试验条件"和"基本事件空间"两个要素决定. 显然，每次试验中一定出现一个且只能出现一个基本事件.

注意，试验的条件不同，基本事件空间也不相同. 例如，同是接连进行两次射击，若只观察命中的次数，则基本事件空间为 $\Omega=\{0,1,2\}$；若要求观察每次射击是否命中，则基本事件空间为 $\Omega=\{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$.

① 色子(shǎi zi)是一种游戏用具：用骨头或塑料等制成的小立方体，其六个侧面上分别刻有 1，2，3，4，5，6 个点. 有些地方方言把色子叫做"骰子"(tóu zi).

② 有的教材把基本事件称作样本点，而把基本事件空间称作样本空间. 在第五章我们将进一步说明样本点的概念.

三、随机事件

设 $\Omega=\{\omega\}$ 为研究对象的集合. 例如,全国或某地区人口的集合、一批产品的集合、所有工业企业的集合、一切自然数的集合……统计学中,称这样的研究对象的集合为总体,称其中每一个元素 ω 为个体. 自总体 $\Omega=\{\omega\}$ 中随意抽取一个或若干个元素 ω,也可视为一种随机试验. 例如,表 1.1 中,情形 1 可视为自总体 $\Omega=\{$正面,反面$\}$的随机抽样;情形 2 可视为自总体 $\Omega=\{0,1\}$的先后两次随机抽样;情形 3 可视为自总体 $\Omega=\{1,2,\cdots,6\}$的随机抽样……因此,在以后的叙述中,我们把"试验"或"实验"、"观察"或"观测"、"抽样"都当作"随机试验"的同义词使用.

1. 随机事件和随机变量 我们把随机现象的每一种表现或可观测的状态,随机试验的每一种可观测的结果,称作事件. 每次试验中都一定出现的事件,称作必然事件,记作 Ω;任何一次试验中都不会出现的事件,称作不可能事件,记作 $\varnothing$;在每次试验中既可能出现也可能不出现的事件,称作随机事件,亦简称作事件. 习惯上,用前面几个大写拉丁字母 $A,B,\cdots$ 表示事件. 有时用{……}或"……"表示事件,大括号或引号内用式子或文字表示事件的内容. 例如,掷硬币"出现正面";掷色子"出现偶数点";抽样检验"抽到不合格品"……都是事件;若以 ν_{10} 表示 10 次射击命中的次数,则$\{5\leqslant\nu_{10}<9\}$是随机事件,$\{\nu_{10}\leqslant 10\}$是必然事件,$\{\nu_{10}>10\}$或$\{\nu_{10}<0\}$是不可能事件.

随机试验的结果常表示为数量 X. 例如,掷一枚色子出现的点数、10 次射击命中目标的次数、从一批产品中随意抽验 10 件发现不合格品的件数、商店一天的销售额、储蓄所一天的存款余额……其共同的特点是:第一,X 是变量,它随着试验的重复而变化,可以取不同的值;第二,X 的取值具有随机性,在每次试验中究竟取什么值是事先无法确定的. 我们称取值带随机性的变量为随机变量,习惯上用大写拉丁字母 $X,Y,U,V,\cdots$或用希腊字母 $\xi,\eta,\zeta,\cdots$表示. 上一段的 ν_{10},表 1.1 的 ν_n,τ_1,ν,T 等都表示随机变量. 随机变量是概率论和数理统计的主要研究对象,而且对随机变量的研究,是以事件及其概率的研究为基础展开的.

2. 事件的关系和运算 在同一试验的事件 $A,B,C,A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$之间,可以引进类似于集合之间的关系和运算,并且与集合的关系和运算有完全类似的性质. 事件的关系主要有:包含、相等、对立、不相容;事件的运算主要有:和(并)、差、交.

(1) 包含关系 称"事件 B 包含事件 A",记作 $A\subset B$,如果"每当事件 A 出现时事件 B 也一定出现"(反之未必),亦称"A 导致 B"或"A 是 B 的特款".

(2) 相等事件 称事件"A 等于事件 B",记作 $A=B$,如果"在每次试验中事件 A 和 B 要么都出现、要么都不出现". 显然,$A=B$ 当且仅当 $A\subset B$ 且 $A\supset B$.

例如,甲、乙两个足球队进行比赛,开赛前首先掷一枚硬币,设事件 $A=\{$出现正面$\}$与 $B=\{$甲队先发球$\}$,则 $A=B$. 注意,"$A=B$"并不意味着"A 与 B 是同一个事件". 在上面的例子中 $A=B$,然而 A 与 B 却是两个不同的事件.

(3) 不相容事件　称事件 A 和 B 为不相容事件,如果在任何一次试验中事件 A 和 B 都不可能同时出现,否则称 A 和 B 为相容事件.

例如,掷硬币,"正面"和"反面";掷色子,"出现 1 个点"和"出现 6 个点"……都是不相容事件.

(4) 对立事件　事件"A 不出现"称作事件 A 的对立事件,记作 $\overline{A}$. 显然,A 也是 $\overline{A}$ 的对立事件:$\overline{\overline{A}}=A$,即 A 和 $\overline{A}$ 互为对立事件. 两个相互对立的事件 A 和 $\overline{A}$,在每次试验中必有一个出现,但不可能同时出现. 注意,两个相互对立的事件一定是不相容事件,但是两个不相容事件一般未必是对立事件.

例如,射击"命中"和"不命中"是不相容事件,也是对立事件;而掷色子"出现一个点"和"出现 6 个点"是不相容事件但不是对立事件.

(5) 和(并)　"A 与 B 至少出现一个"作为一个事件,称作 A 与 B 的"和"或"并",记作 $A\cup B$ 或 $A+B$;事件"有限或可数个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 至少出现一个"称作 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的和,记作

$$A_1+A_2+\cdots+A_n+\cdots=\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i. \tag{1.1}$$

(6) 差　"事件 A 出现但事件 B 不出现"作为一个事件,称作"A 与 B 的差"或"A 减 B",记作 $A\backslash B$ 或 $A-B$.

(7) 交　"事件 A 与 B 同时出现"作为一个事件,称作事件"A 与 B 的交",记作 $A\cap B$ 或 AB;事件"有限或可数个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 同时出现",称作这些事件的交,记作

$$A_1A_2\cdots A_n\cdots=\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i. \tag{1.2}$$

例 1.1　以 ν 表示 10 次射击命中的次数,设 $A=\{\nu\geqslant 6\}$,$B=\{\nu<6\}$,$C=\{\nu\geqslant 7\}$,$D=\{5\leqslant\nu\leqslant 8\}$,则

$$A+B=\Omega,A+C=A,A+D=\{\nu\geqslant 5\};$$

$$A-B=A,A-C=\{\nu=6\},A-D=\{\nu>8\};$$

$$AB=\varnothing,AC=C,BC=\varnothing,AD=\{6\leqslant\nu\leqslant 8\},BD=\{\nu=5\}.$$

3. 完全事件组　称有限或可数个事件 $\{H_1,H_2,\cdots,H_n,\cdots\}$ 构成完全事件组,如果,1) 它们两两不相容,即 $H_iH_j=\varnothing(i\neq j)$;2) 它们之和 $H_1+H_2+\cdots+H_n+\cdots=\Omega$ 是必然事件.

例如,一批产品分为三个等级,以 $H_i(i=1,2,3)$ 表示事件"随意抽取一件恰好抽到 i 等品",则 H_1,H_2,H_3 构成完全事件组.

4. 事件运算的性质 对于任意事件 $A,B,C,A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$，它们的运算具有如下性质:

(1) 交换律 $A+B=B+A, AB=BA$;

(2) 结合律 $A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$,

$$ABC=(AB)C=A(BC);$$

(3) 分配律 $A(B\pm C)=AB\pm AC$,

$$A(A_1+\cdots+A_n+\cdots)=AA_1+\cdots+AA_n+\cdots;$$

(4) 对偶律 $\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}, \overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$,

$$\overline{A_1+\cdots+A_n+\cdots}=\overline{A_1}\cdots\overline{A_n}\cdots,$$

$$\overline{A_1\cdots A_n\cdots}=\overline{A_1}+\cdots+\overline{A_n}+\cdots.$$

这些性质,都不难证明,并且借助于图 1-1——维恩(Venn,J)图,也容易理解(图中矩形表示必然事件 Ω). 在进行事件的运算时利用维恩图有助于直观上的理解.

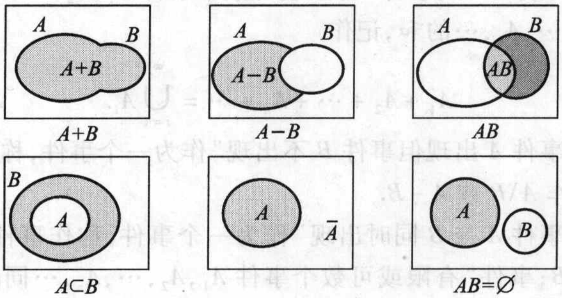


图 1-1 维恩图

例 1.2 下面是随机试验 E 及其基本事件空间 Ω 的例.

(1) 设 E——接连对同一目标射击直到恰好两次命中为止,并观察射击的次数,则 $\Omega=\{2,3,\cdots,n,\cdots\}$.

(2) 设 E——接连进行两次射击,并观察各次命中目标的情况,则 $\Omega=\{00,01,10,11\}$.

(3) 设 E——观察一台仪器两次故障之间的时间间隔,则 $\Omega=(0,+\infty)$.

(4) 设 E——自集合 $\{0,1,2,3\}$ 的先后两次不放回(不放回有次序)抽样,则

$$\Omega=\left\{\begin{matrix}(0,1),(0,2),(0,3),(1,2),(1,3),(2,3),\\(1,0),(2,0),(3,0),(2,1),(3,1),(3,2)\end{matrix}\right\}.$$

例 1.3 自 0,1,2,…,9 等十个阿拉伯数字中随意选八个(允许重复),组成一个八位电话号码(第一位数不为 0). 引进事件: $B_i=\{$号码中不含数字 $i\}$, $\overline{B}_i=\{$号码中含数字 $i\}$ $(i=0,\ 1,\cdots,9)$,说明事件 A,B,C,D 的含义:

$$A=B_0B_9,\ B=B_0+B_9,\ C=B_0-B_9,\ D=\overline{B}_0+\overline{B}_9.$$

解 易见

$$B_0B_9=\{\text{号码中不含 0 和 9}\};$$

$$B_0+B_9=\{\text{号码中不含 0 或 9}\};$$

$$B_0\overline{B}_9=B_0-B_9=\{\text{号码中含 9 不含 0}\};$$

$$\overline{B}_0+\overline{B}_9=\overline{B_0B_9}=\{\text{号码中含 0 或 9}\}.$$

例 1.4 对于任意三个事件 E_1,E_2,E_3,设 $A_i=\{E_1,E_2,E_3$ 至少出现 i 个$\}$, $B_j=\{E_1,E_2,E_3$ 恰好出现 j 个$\}$, $C_k=\{E_1,E_2,E_3$ 最多出现 k 个$\}$, $(0\leqslant i,j,k\leqslant 3)$. 那么,

$$A_0=\Omega,A_1=E_1+E_2+E_3,$$

$$A_2=E_1E_2+E_1E_3+E_2E_3,A_3=E_1E_2E_3;$$

$$B_0=\overline{E}_1\overline{E}_2\overline{E}_3,\quad B_1=E_1\overline{E}_2\overline{E}_3+\overline{E}_1E_2\overline{E}_3+\overline{E}_1\overline{E}_2E_3,$$

$$B_2=E_1E_2\overline{E}_3+E_1\overline{E}_2E_3+\overline{E}_1E_2E_3,B_3=E_1E_2E_3;$$

$$C_0=\overline{E}_1\overline{E}_2\overline{E}_3,C_1=B_0+B_1,C_2=B_0+B_1+B_2,$$

$$C_3=B_0+B_1+B_2+B_3=\Omega.$$

§1.2 事件的概率

概率,是事件在试验中出现可能性大小的数值度量,是与长度、面积、体积、质量……类似的度量. 通常用 $P(A)$ 表示事件 A 的概率. 假如用$\{\cdots\}$表示事件,则以 $P\{\cdots\}$表示其概率,其中大括号内用文字或式子表示事件的内容. 例如,假设箱子中共有 100 个球,其中 5 个是红球,则从中随意抽出一个,恰好抽到红球的可能性显然是 5%. 这时,用 5% 做事件 $A=\{$恰好抽到红球$\}$出现的可能性的度量——概率,即

$$P(A)=P\{\text{恰好抽到红球}\}=\frac{5}{100}=5\% \tag{1.3}$$

显然是合理的.

在明确了概率概念之后,下面的问题就是如何合理地选择或确定这种度量,确定事件在试验中出现的可能性大小的数值度量——事件的概率. 大致有以下几种求事件的概率的途径:

(1) 直接计算　在某些特殊情况下,利用试验结局的某种等可能性或均衡性,直接计算事件的概率,如古典概型和几何概型;

(2) 用频率估计概率;

(3) 概率的推算　利用概率的性质和公式,由较简单事件的概率推算较复杂事件的概率.

一、概率的直接计算

1. 古典型概率　亦称等可能型概率,是历史出现最早的一种计算事件概率的方法,故通常称作古典型方法.

(1) 应用条件　古典型概率有两个前提条件,1) 有限性:试验总共有 N $(0<N<\infty)$个基本事件;不妨设基本事件空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_N\}$.2) 等可能性:各基本事件在试验中出现的可能性相同.

例如,上面抽球的试验是古典型的;掷一枚均匀对称的色子也是古典型试验.射击一般不是古典型试验(只有命中率恰好为50%时,才可以认为是古典型的);观测交通事故的次数,也不是古典型试验……

满足这两个条件的试验 E,我们称之为古典型试验.易见,古典型试验的任意事件 A 是 Ω 的子集

$$A=\{\omega_{k_1},\omega_{k_2},\cdots,\omega_{k_M}\},\omega_{k_i}\in\Omega(i=1,\cdots,M).$$

例如,掷色子试验,用1,2,…,6分别表示掷出1点,2点,…,6点,则 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$,事件 $A=\{$偶数点$\}=\{2,4,6\}$,$B=\{$被3整除的点$\}=\{3,6\}$.

(2) 计算公式　假设 E 是古典型试验,其基本事件空间 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_N\}$含 N 个等可能基本事件,A 含 $M(0<M<N)$个基本事件:$A=\{\omega_{k_1},\omega_{k_2},\cdots,\omega_{k_M}\}$,则

$$P(A)=\frac{M}{N}=\frac{A\text{含基本事件的个数}}{\Omega\text{中基本事件的总数}}.\tag{1.4}$$

例如,对于抽球,$A=\{$抽到红球$\}$,$N=100$,$M=5$(红球),$P(A)=0.05$;掷色子,$B=\{$被3整除的点$\}=\{3,6\}$,$N=6$,$M=3$,$P(B)=2/6=1/3$.

(3) 自有限总体的简单随机抽样　计算古典型概率,需要计算基本事件的总数和事件所包含基本事件的个数.自总体 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_N\}$的抽样,每次随意抽取一个元素,若各元素被抽到的可能性都相同,则抽样称作(简单)随机抽样.借助这样的抽样有助于完成运算.抽样区分"放回与不放回"、"有序与无序",各种情形的组合产生表1.2的四种不同的抽样方式(证明留给读者;亦可参见[8]第61~64页).