

普通高等教育“九五”教育部重点教材

数学的思想、 方法和应用

张顺燕 编著

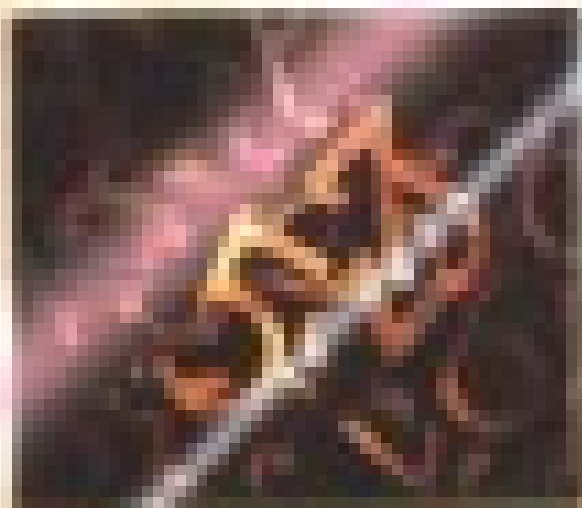


北京大学出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数学的思想、 方法和应用

陈维杰 主编



清华大学出版社

国家教委“九五”重点教材

数学的思想、方法和应用

张顺燕 编著

北京大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

数学的思想、方法和应用:文科类高等数学/张顺燕编
著. —北京:北京大学出版社,1997.11
ISBN 7-301-03515-2

I. 数… II. 张… III. 高等数学-高等学校-文科(教育)-教材 IV. 013

书 名: 数学的思想、方法和应用

著作责任者: 张顺燕 编著

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-03515-2/O·401

出版者: 北京大学出版社

地址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

电话: 出版部 62752015 发行部 62559712 编辑部 62752032

排印者: 北京大学印刷厂

发行者: 北京大学出版社

经销者: 新华书店

850×1168 32开本 13.75印张 330千字

1997年11月第一版 2000年6月第4次印刷

印数: 9001—13000册

定价: 17.50元

2000—世界数学年

数学是理解世界的一把主要钥匙.

——里约热内卢宣言

……数学就是这样一种东西：她提醒你有无形的灵魂，她赋予她所发现的真理以生命；她唤起心神，澄净智慧；她给我们的内心思想增添光辉；她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知。

Proclus

序

北京大学数学科学学院张顺燕同志编著的“文史哲类高等数学”正式出版,我很高兴.为文史哲类的文科学生编写高等数学教材在我校还是一次尝试.这本书很有特色,是一次有意义的探索.

数学是人类文化中影响全局的一个部分.二次大战以后,应用数学获得蓬勃发展,使得社会对数学的依赖日益加深.特别是当今计算机的迅猛发展与应用相配合,已使数学深入到社会的各个领域.人们说,21世纪是信息时代,而信息时代就是数学时代.这就要求数学教育必须不断改进以适应社会发展的新要求,使数学教育对自然科学,同时也对社会科学作出新贡献.

这本教材没有走删繁就简的老路,而是另辟新路以适应文史哲类文科学生的要求.我赞成这种写法,并希望由此引出一套成熟的教材.

现在是20世纪末,为了迎接21世纪,我们要勇于革新,勇于实践,为祖国的教育事业作出新成就.

中国科学院院士

程民德

1997年2月于北京大学朗润园

前 言

数学是科学的大门和钥匙。

Rogen Bacon

数学是我们时代有势力的科学，它不声不响地扩大它所征服的领域；那种不用数学为自己服务的人将会发现数学被别人用来反对他自己。

J. F. Herbart

作为加强大学生文化素质的一项措施，高等数学已被列入文科的教学计划之内。从 1994 年起，北京大学第一次为文科实验班，文、史、国际政治以及外语等专业开设了高等数学。本书就是在这—背景下，为这些专业编写的教材。

数学与自然科学的关系是众所周知的，最早是力学，接着是物理学、天文学，而后是化学，大量地应用于生物学已经是 20 世纪的事情了。在 20 世纪，数学与自然科学越来越紧密地互相结合，越来越深刻地互相影响着和互相渗透着，产生了许多交叉学科，形成了一个庞大的数理科学系统。

数学与社会科学的联系也日益加深；这一点恐为多数人所不了解，需要多说几句。

语言学。用数学方法研究语言现象给语言以定量化与形式化的描述，称为数理语言学。它既研究自然语言，也研究各种人工语言，例如计算机语言。数理语言学包含三个主要分支：（1）统计语

言学. 它用统计方法处理语言资料; 衡量各种语言的相关程度; 比较作者的文体风格; 确定不同时期的语言发展特征, 等等. (2) 代数语言学. 借助数学与逻辑方法提出精确的数学模型, 并把语言改造为现代科学的演绎系统, 以便适用于计算机处理. (3) 算法语言. 借助图论的方法研究语言的各种层次, 挖掘语言的潜在本质, 解决语言学中的难题.

文学. 《红楼梦》研究是一个很好的例子. 1980年6月, 在美国威斯康星大学召开的首届国际《红楼梦》研讨会上, 华裔学者陈炳藻宣读了《从词汇的统计论〈红楼梦〉的作者问题》. 此后, 他又发表多篇用电脑研究文学的论文. 1985年以来, 东南大学与深圳大学相继开展了《红楼梦》作品研究的计算机数据库. 1987年复旦大学数学系李贤平教授在美国威斯康星大学对《红楼梦》进行了统计分析 with 风格分析, 提出了震惊红学界的《红楼梦》成书过程的新观点.

数学物理中的谱分析概念与快速傅里叶变换密切相关. 令人吃惊的是, 这一方法已被成功地运用于文学研究. 文学作品中的微量元素, 即文学的“指纹”, 就是文章的句型风格, 其判断的主要方法是频谱分析. 日本有两位著名作者多正久和安本美典大量应用频谱分析来研究各种文学作品. 最后研究到这样的程度: 随便拿一段文字来, 不讲明作者, 也可以知道作者是谁, 这就像法医根据手印抓犯人一样, 准确无误.

史学. 数学方法的运用为历史研究开辟了许多过去不为人重视, 或不曾很好利用的历史资料的新领域, 并且极大地影响着历史学家运用文献资料的方法, 影响着他们对原始资料的收集和整理, 以及分析这些资料的方向, 内容和着眼点. 另外, 数学方法正在影响着历史学家观察问题的角度和思考问题的方式, 从而有可能解决使用习惯的, 传统的历史研究方法所无法解决的某些难题. 数学

方法的运用使历史学趋于严谨和精确,而且对于研究结果的检验也有重要意义.

1986年谈祥柏教授对上海陆家咀发现的元朝玉挂进行了仔细研究.他发现过去在《考古学报》上多次登过关于这个玉挂研究的文章,但都因为作者不懂得数学而把最宝贵的信息漏掉了.原来在这个玉挂中含有一个魔方,这个魔方虽然只有四阶,却远远超过了西安的安西王府的六阶魔方.过去世界上认为只有印度才有这种“完全魔方”,而现在这块玉挂证实,中国也有.据此,世界数学史应作修改.

哲学. 数学对哲学始终起着重大作用,并且经受哲学的影响.例如,数学的无限、连续概念,一出现便成了哲学研究的对象;芝诺的悖论、17世纪无限小争论等都与它们有联系.自古希腊起,唯物主义与唯心主义的斗争就贯穿数学的全部历史,并且数学对逻辑的发展起着明显的作用.从19世纪中叶起,这个作用特别有所加强,并对逻辑自身的改造产生巨大影响.20世纪的分析哲学,结构主义以及系统哲学都与数学的发展息息相关.

数学家 B. Demollins 说得好:“没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而若没有两者,人们就什么也看不透”.

社会学. 以定量研究为主要标志的实证社会学一直是西方社会学发展的主流,并奠定了社会学的学科基础.定量社会学发展到今天,已经形成了以高度数学化、高度统计化的一套逻辑严密的研究范式,而国内仅仅是起步,刚刚在发放问卷,列出几个百分比,几个频率表格的极原始的阶段.

C. B. Allendoerfer 说:“当前最令人兴奋的发展是在社会科学和生物科学中数学模型的构造”.

著名数学家 A. Kaplan 指出:“由于最近二十年的进步,社会

科学的许多重要领域已经发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段……我们向读者提出，在社会科学中不断扩大的数学语言的应用是具有重要意义的”。

A. N. Rao 更指出：“一个国家的科学的进步可以用它消耗的数学来度量”。

这些都说明，数学与现代社会的联系正在日益加深，也正在深刻地影响着社会科学的研究与发展。

正是在这种背景下，1992 年联合国教科文组织在里约热内卢宣布“2000 年是世界数学年”，其目的在于加强数学与社会的联系。里约热内卢宣言指出：“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙”。

世界需要这把钥匙，生活在现代社会的每个人都需要这把钥匙。

因而在文科，尤其是在还没有开设过数学课的文、史、哲、语言、政治等专业开设数学课已经是一种时代的要求，而势在必行了。

困难在于，这些专业从来没有开设过数学课，需要做些探索性的尝试。作为文科数学的指导思想作者以为应包含以下三个方面：(1) 数学理论及其应用；(2) 逻辑推理的训练；(3) 数学史的有关知识，其中包含一些重要数学思想的发展及其演变，和某些著名的数学成果。

文科数学的主体自然是讲授重要的数学基础理论，这就是指导思想的第一条，并以它为主线，其他二条则贯穿于课程之中，穿插进行，并安排有计划有层次的重点讲授。

在理科各系，高等数学是以微积分为主体的，这是理所当然的，因为微积分是人类二千年来智力奋斗的结晶，有着广泛而深刻的应用，又是其他课程的基础。自然地，文科数学也将以微积分为

其重要组成部分.但是,由于时间有限,且训练方向不同,应当对它进行适当改造:减少细节,突出思想.我们两年来的具体实践是这样的:在极限部分,将大量的极限计算删去,也删去了用洛必达法则计算极限;不定积分与定积分部分,只讲一些简单性质,删去大量的积分技巧的训练,代之以教会学生查积分表,把讲授的重点放在讲授微分、积分的基本思想及其应用上;其实这种方案在理科未尝不可实践.

阐述数学科学对人类文明的贡献,应当是文科数学的重要任务之一,因而只限于阐述微积分的思想显然是不够的,应该有更为丰富的内容,因而课程内容增加了行列式与线性方程组的内容,又加上概率论初步.1995年的第二次实践,由于听课学生中增加了艺术教研室广告专业的学生,他们希望通过数学课培养空间想像能力,因而又增加了空间解析几何.

其实社会科学各专业早就与数学有不解之缘.已故著名语言学家王力教授曾专门著文,指出学古代汉语不能不懂天文.历史、哲学也同样需要有天文知识.为此,我们增加一章连分数及其在天文学上的应用.通过对连分数的简单计算,立刻就可明白为何四年一闰,而百年少一闰;农历的大月、小月是怎么回事,并且由此知道,我国古代何以历法经常变动的原因.

几千年来数学思想经历了多次重大演变,数学思想的每次演变都对人类文明作出重大贡献.在课程的进行过程中,我们有选择地介绍了一些数学思想的演变史.在绪论部分,除了介绍数学的特点与用场之外,讲述了数学简史.第六章介绍了欧几里得第五公设及非欧几何的诞生.非欧几何的诞生是人类发展史上一个重大事件.对欧几里得第五公设的研究导致了非欧几何的发现,非欧几何的发现促成了爱因斯坦广义相对论的建立,爱因斯坦的质能转换公式引出了原子弹的爆炸及核能的利用.请看,这对人类生活带来

何等重大的影响啊！

原来计划讲到非欧几何诞生为止，但是学生们有一种热切的愿望，希望知道非欧几何的模型到底是什么样的。为此，我们又增加了一章“双曲几何的庞加莱模型”作为第七章，以尽量初等的方式简要地介绍了罗巴切夫斯基几何。

本课程的另一指导思想是，有意识地进行逻辑推理的训练。逻辑推理自然是每堂课都不可少的，但作者以为单有日常的训练还不够。教师不作系统的讲述与总结，多数学生不能提高到理性的高度，特别是文科学生没有理科学生那么多时间和机会去摸索与实践。因此，我们拿出一些时间作了相对集中的处理。在第一章结合无理数的发现，系统讲了反证法。大约在课程进行了三分之一的时候，又讲了“数学命题与证明方法”。

我们知道，世界上有两种推理：一种是论证推理，一种是合情推理。数学的证明是论证推理；物理学家的归纳推理，经济学家的统计论证，律师的案情论证，史学家的史料论证都属于合情推理。这两种推理相辅相成推动了人类文明的发展。但是文科学生缺少论证推理的训练，数学提供了学习论证推理的极好机会。作者希望尽量利用这个机会给文科同学以必要的训练。

教材的内容是按一个学期，周学时为 4 安排的。在教学过程中可根据具体情况做必要的删减或增补。

本书的成书过程中受到各方面朋友们的热诚而有力的支持与帮助。首先提到的是北京大学出版社的邱淑清编审。当她一获悉作者有写这样一本书的意向时，立刻表示支持与鼓励，促使作者下决心去写这本书。作者衷心感谢北京大学出版社与邱淑清编审的有力支持。从作者酝酿初稿，一直到成书，北京大学力学系的武际可教授给以自始至终的关心与支持；讨论思想，提供语录，指出不足，作者深感受益匪浅。北京大学信息管理系的刘苏雅老师组织学生

在北京市的范围内到各大学有关文科各系及各校图书馆对本书的内容及可用性作了深入广泛的调查,并写出调查报告.这对作者很有助益.

数学科学学院的潘承彪教授仔细审阅了本书,提出许多宝贵的修改意见,使本书增色不少.作者在序言中提到的数学在社会科学中的应用情况,许多都来自北京师范大学刘洁民先生的手稿,作者对他的无私帮助给以衷心地感谢.本书还得到北大教务处的坚强支持,特别杨承运教授,从教材建设的高度给以自始至终的关怀,并慨然拨款,支持作者先胶印出来,送到国内各高校征求意见.

最后,作者衷心感谢程民德院士在百忙中为本书作序.他以80岁的高龄,甚至在住院期间还十分关心本书的出版,作者深为感激,并祝他健康长寿.

作 者

于北京大学燕北园

1997年4月

内 容 简 介

本书是文科类高等数学教材,旨在为文科类各专业大学生讲述重要的数学思想及其应用,培养文科大学生的数学思维和逻辑推理能力,提高数学素质以适应工作的需要.本书结合文科特点精选内容.全书共分16章,内容包括:数系与第一次数学危机,连分数及其在天文学上的应用,不定方程,数学命题和证明方法,欧氏几何,双曲几何,概率论初步,线性代数初步,空间解析几何,函数与极限,一元微积分,数学模型等.

本书立意新颖,材料丰富,覆盖面广,深入浅出,趣味盎然.书中回答了许多贴切生活的问题,如:为什么四年一闰,而百年少一闰?阴历的闰月如何安排?干支纪年与公元纪年如何换算?如何借助数学培养体育世界冠军?如何分配选票?如何鉴别名画中的赝品?本书打破以往删繁就简的老路,以全新的角度构架高等数学内容,强调数学思维训练和联系实际,使传统内容以新的面貌出现.

本书可作为文史哲类及社会科学各专业的大学生、研究生高等数学教材,也可作为社会科学工作者、数学爱好者的参考书和课外读物.

书 名	编著者	定价 (元)
组合数学	屈婉玲	11.00
离散数学(上)	陈进元等	10.00
离散数学(下)	耿素云等	11.50
概率统计(第二版)	耿素云等	16.00
概率统计题解	耿素云等	16.00

三、研究生重点教材

书 名	编著者	定价 (元)
数学与文化	邓东皋等	16.50
现代数学引论	杜 珣	15.00
调和与分析讲义(实变方法)	周民强	13.00
微分拓扑讲义	张筑生	13.50
常微分方程几何理论与分支问题(第三版)	张锦炎等	15.00
有限群和紧群的表示论	丘维声	15.50
高等统计学	郑忠国	15.00
微分几何讲义(北京大学数学丛书)	陈省身等	14.00
黎曼几何初步(北京大学数学丛书)	伍鸿熙等	13.50
黎曼几何选讲(北京大学数学丛书)	伍鸿熙等	8.50
代数学(上册)(北京大学数学丛书)	莫宗坚等	16.00
代数学(下册)(北京大学数学丛书)	莫宗坚等	12.80
李群讲义(北京大学数学丛书)	项武义等	12.50
矩阵计算的理论与方法(北京大学数学丛书)	徐树方	19.30
位势论(北京大学数学丛书)	张鸣镛	16.50
无限元方法(北京大学数学丛书)	应隆安	8.50
H_p 鞅论(北京大学数学丛书)(精)	龙瑞麟	12.00
H^p 空间论(北京大学数学丛书)	邓东皋等	13.40

书 名	编著者	定价 (元)
二阶矩阵群的表示与自守形式 (北京大学数学丛书)	黎景辉等	10.50
微分动力系统导引(北京大学数学丛书)	张锦炎等	12.50
数论及其应用(北京大学数学丛书) (2000年出版)	李文卿	15.00
模形式与迹公式(北京大学数学丛书) (2000年出版)	叶扬波	15.00
复半单李代数引论(天元研究生数学丛书)	孟道骥	18.00
群表示论(天元研究生数学丛书)	曹锡华等	12.50
模形式讲义(天元研究生数学丛书)	陆洪文等	20.00
高等概率论(天元研究生数学丛书)	程士宏	20.00
近代分析引论(天元研究生数学丛书)	苏维宜	12.60
复变函数论选讲(天元研究生数学丛书)	张南岳等	22.00

邮 购 说 明

北京大学出版社展示厅办理邮购业务。读者如购买北京大学出版社出版的数学重点教材,请将书款(另加书款15%的邮挂费)汇至:北京大学出版社展示厅胡冠群同志收,邮政编码:100871,联系电话:(010)62752019。汇款时请在汇款附言中写明要购买的书名、定价、购书册数及邮寄书的地址。款到立即用挂号邮书。

北京大学出版社展示厅
2000年1月