

普通高等教育“十二五”规划教材

在做有意义的事情，
看，学术，思想，精神

博雅
雅
雅



21世纪教师教育系列教材

学科教学论系列

新理念数学教学论

New Concept
on Mathematics
Theory

冯虹 王光明 岳宝霞 主编



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新理念数学教学论/冯虹,王光明,岳宝霞主编. —北京:北京大学出版社,2014.8

(21世纪教师教育系列教材·学科教学论系列)

ISBN 978-7-301-24512-5

I. ①新… II. ①冯… ②王… ③岳… III. ①中小学—数学课—教学研究—师范大学—教材
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 159194 号

书 名: 新理念数学教学论

著作责任者: 冯 虹 王光明 岳宝霞 主编

丛书主持: 陈 静 郭 莉

责任编辑: 唐知涵

标准书号: ISBN 978-7-301-24512-5/G·3845

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 新浪官方微博: @北京大学出版社

电子信箱: zyl@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62753056 出版部 62754962

印 刷 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 16.5 印张 400 千字

2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 36.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话:(010)62752024 电子信箱:fd@pup.pku.edu.cn

前 言

数学教学论是高等师范院校数学教师教育专业学生学习的一门专业必修课程,是研究中学数学教学过程中教与学的联系、教与学的相互作用、教与学的统一的科学。通过本门课程的学习可以培养未来数学教师从事数学教学和教学研究的初步能力,使师范生达到对教学理论的感性认知,对教学技能及教学研究能力的初步掌握。

1979年,全国13所高等师范院校合作编写的《中学数学教材教法》一书,是我国在数学教育理论建设方面的重要标志。随后的十几年,国内外数学教育发展迅速,涌现了一批优秀的科研成果,研究内容涉及“数学学习理论”“数学思维”“数学方法论”“数学课程与数学教育评价”“数学习题理论”等多个方面,其内容已远远超过上述教材所包含的知识领域。在学习国内外兄弟院校编写的数学教育类著作与教材的基础上,天津师范大学从事数学教育研究的相关教师组织编写了《中学数学教学导论》,于1998年出版,该书在教学实践中受到了广大师生的好评,被评为全国优秀教育图书二等奖,2001年被教育部推荐为全国中小学教师继续教育专业课程教材。近十几年来,数学教育的相关研究得到了长足发展,研究的领域逐渐扩展,从研究课堂教学到研究课程改革、教学文化,从研究教师的教到研究学生的学及教师专业化;研究内容逐渐深入,如对解题心理过程的研究深入到问题表征。随着《基础教育课程改革纲要(试行)》和基础教育《数学课程标准》的颁布和实施,数学教育进入了一个新的课程改革时代。为了更好地适应课程改革的需要,培养未来数学教师从事教学及教育研究的初步能力,数学教学论的相关内容也需与时俱进、了解前沿、调整内容、记录并分析新的研究成果。

本书在内容的选择和编写方法上有所创新,突出了基础性、实用性和发展性;重点介绍了教师必须掌握的数学教育理论、教学方法以及基本的教学技能;结合教学案例,分析数学课堂教学内容和设计教学活动过程。本课程教材力图体现如下特色:

一、内容上,本书强调理论联系实际,教材中搜集了大量的案例,增强了内容的操作性,对学生教学能力培养具有实用价值。

二、结构上,利用栏目设计凸显交互性。如利用[案例],[随堂讨论]进行问题式、互动式教学,转变传统的学与教的方式,有利于师范生领悟相关的理论,有利于师范生利用所学理论解决教学实际问题。每章最后都有笔者推荐的[扩展阅读]及[思考与练习],为读者进一步的学习提供参考。

三、理念上,凸显先进教育理念,整合最新的研究成果进行分析总结,关注教师专业发展。

本书共分10章,参与编写的教师主要来自天津师范大学教师教育学院、教育科学学院及天津市重点中学骨干教师。各章执笔人员如下:第1章,杨蕊;第2章,苏帆;第3章,岳宝霞;第4章,朱鸿玲、刘希平;第5章,张筱玮、戚双;第6章,岳宝霞;第7章,岳宝霞、田添;第8章,白丽娜(天津市耀华中学);第9章,张筱玮、刘晓昱;第10章,岳宝霞、于亚娟。全书由冯虹、王光明统稿和定稿,冯虹、岳

宝霞对各章节内容之间的一致性、条理性进行了多次的协调和修改。于亚娟、田添在本书格式编辑及文字校对上付出了大量的时间和精力,每一位老师的辛勤付出都为本书的顺利完成提供了支持和保障,在这里一并表示感谢。

在本书的编写过程中,我们参阅了国内外大量研究成果和相关文献资料,有的在参考文献中已经列出,有的在书中没有列出,在此,我们向这些作者致以诚挚的谢意!

由于编者水平有限,本书肯定存在不妥及疏漏之处,敬请专家和广大读者批评指正。

目 录

第 1 章 数学教学论概述	(1)
第 1 节 数学教学论发展的历史	(1)
第 2 节 数学教学论研究的对象及其特点	(7)
第 3 节 数学教学论的教学意义	(10)
第 2 章 数学课程理论及发展	(14)
第 1 节 数学课程的含义	(14)
第 2 节 数学课程改革与发展	(19)
第 3 章 数学教学论的基本问题	(31)
第 1 节 数学教学原则	(31)
第 2 节 数学教学方法	(37)
第 3 节 数学教学过程	(47)
第 4 章 学习理论在数学教学中的应用	(56)
第 1 节 皮亚杰智力发展阶段理论及其在数学教学中的应用	(57)
第 2 节 奥苏伯尔的有意义言语学习理论及其在数学教学中的应用	(63)
第 3 节 布鲁姆的目标教学理论及其在数学教学中的应用	(68)
第 4 节 加涅的认知累积理论及其在数学教学中的应用	(73)
第 5 节 建构主义的基本观点及其在数学教学中的应用	(78)
第 6 节 人本主义的学习观及其对数学教学的启示	(83)
第 5 章 数学教学设计	(89)
第 1 节 数学教学设计的理论依据	(89)
第 2 节 数学教学设计类型	(91)
第 3 节 数学教学设计过程	(101)
第 4 节 数学教学设计案例	(110)

第 6 章 数学教学实施	(121)
第 1 节 基于 APOS 理论的数学概念教学	(121)
第 2 节 数学问题解决教学	(130)
第 3 节 数学思想方法的教学	(138)
第 7 章 数学教育评价	(147)
第 1 节 数学教育评价概述	(147)
第 2 节 数学课堂教学评价	(155)
第 3 节 学生数学学习评价	(165)
第 8 章 现代信息技术在数学教学中的应用	(178)
第 1 节 信息技术与数学教学的整合	(178)
第 2 节 现代信息技术与数学教学整合的实践研究	(187)
第 3 节 整合实施过程中应注意的问题	(204)
第 9 章 数学教师的专业发展	(208)
第 1 节 影响数学教师专业发展的因素分析	(209)
第 2 节 数学教师专业化发展的阶段特征	(216)
第 3 节 促进数学教师专业化发展的有效途径	(220)
第 10 章 数学教育研究	(232)
第 1 节 数学教育研究的主要内容	(233)
第 2 节 数学教育研究方法	(245)
第 3 节 数学教育研究论文的撰写	(248)

第1章 数学教学论概述

本章概要

数学教学论是数学教育领域正处于发展中的新学科,它的产生既是数学教育理论发展的必然,也是数学教育实践的呼唤。本章主要是为学生初步了解数学教学论课程打开一扇大门,引领他们走进数学教育的广阔天地。这一章共分为三部分内容:第一部分主要介绍了数学教学论形成、发展的过程,以时间为轴梳理了古今中外数学教育所走的历程;第二部分主要阐述了数学教学论的研究对象及其特点,使学生能够对日后在此课程中的学习内容形成初步认识,从宏观的角度把握数学教学研究的方向;第三部分介绍了本课程实施的重要教学意义,以在学生正式学习本课程之前,端正其学习态度,认识数学教学论在数学教育实践与研究中的重要作用,激发学习热情。

学习目标

通过学习,你能够:

1. 了解数学教育学的形成、发展历程。
2. 认识数学教学论的研究对象。
3. 树立正确的数学教学论学习观。

关键术语

◆ 教学论 ◆ 数学教育 ◆ 数学教学论 ◆ 课程意义

引子

随着一般教学论、教育研究的深入,教育界对学科教学理论的关注推动了学科教学论的发展,与此同时,数学教育研究从数学教学教法到数学教育学再回归到数学教学论,反映了数学教育研究正在不断走向成熟。对于高等师范院校的学生来说,本门课程是不可或缺的数学教育专业必修课,具有重要的学习意义。

第1节 数学教学论发展的历史

“数学教学论”是“教育学”领域的一个概念,属于“教育学”的二级学科“课程与教学论”下的三级学科,因此,回顾数学教学论的发展历史,必然要融于普通教学论的发展之中。

一、教学论的发展

在中国,伟大的教育家孔子(公元前 551—公元前 479)从事过大量的教学活动,并且对于教学现象作过许多精辟的论述。他提出的关于“学”“思”关系的言论、启发式的教学思想以及因材施教的教学实践,至今仍具有重要的现实意义。先秦时期的《学记》是我国乃至世界最早的一部专门论述教育问题的专著,该专著对教学现象进行了全面的总结,提出“教学相长”的思想,闪烁着智慧的光芒。此外,孟子、荀子、墨子、老子等均对教育教学阐述过深刻的论述,之后,朱熹提出六条“读书法”(分别是循序渐进、熟读深思、虚心涵泳、切己体察、着紧用力和居敬持志),从学习者的角度作了深刻的总结。可以说,这些都是中国古人的智慧结晶,是中华民族宝贵的教育遗产,也是世界人类文明史上的宝贵财富。

在西方,古希腊著名教育家苏格拉底(Sokrates,公元前 469—公元前 400)首次提出归纳法教学和定义法教学,随后引申为启发式教学(即“产婆术”)。柏拉图编著《理想国》,认为办好教育是国家的重要职责,提出“七艺”并具体阐述各门学科的作用。亚里士多德重视人的天性,认为教育具有特殊的作用,通过教育可以发展人的理性。

教育史上,德国教育家拉特克(W. Ratke, 1571—1635)是第一位倡导教学论的,他自称是“教学论者”,认为教育是人与生俱来的天赋的权利。

17 世纪,捷克教育家夸美纽斯(J. A. Comenius, 1592—1670)出版了举世闻名的教育著作《大教学论》,奠定了教学论这一学科建立的基础,他崇尚自然主义的教育,认为教育是把一切事物交给一切人类的全部艺术。该书全面论述了当时夸美纽斯所接触的教育现象,提出了至今仍有借鉴意义的教学原则。

18 世纪,法国启蒙教育家卢梭(J. J. Rousseau, 1712—1778)编著的《爱弥儿》,被认为是继《理想国》之后西方最完整、最系统的教育论著。卢梭通过对主人公从出生到成人的教育历程的描述,表达了他的教育理念和教学思想,尤其强调通过个人经验来学习。

19 世纪,德国心理学家、教育家赫尔巴特(J. F. Herbart, 1776—1841)明确提出教育学的科学性问题,在他看来“教育学作为一种科学,是以实践哲学和心理学为基础的”。他的《普通教育学》被公认为第一部具有科学体系的教育学著作,也因此,赫尔巴特被誉为“科学教育学的奠基人”。

20 世纪初,美国教育家杜威(J. Dewey, 1858—1952)提出了“儿童中心主义”“新教育运动”,开创了以“经验的改造”为核心的教学论,成为实用主义进步教学论学派的代表人物,与赫尔巴特的传统学派形成了鲜明的对比。他总结了西方的教育遗产,确立了四个教育哲学命题并将其引申、具体化。这四个命题分别是:教育即生活,教育即生长,教育即经验的改造,教育是一个社会化的过程。20 世纪中叶以来,现代教学论发展迅猛,在世界范围内形成不同的派别。如以布鲁纳为代表的“认知发展教学观”的教学论,苏联教育家赞科夫提出的反对“学科中心论”的教学论,巴班斯基的“教学过程最优化”的教学论,维果茨基的“最近发展区”理论,德国瓦根舍因的“范例方式教学论”,以马斯洛为代表的“人本主义”教学论,以及苏霍姆林斯基的“和谐教学论”等。

二、数学教学论的形成与发展

由普通教学论的发展可见,人类对于教学理论的研究已经走过相当长的历史,不可否认的是前人

在理论与实践方面都作出了卓越的贡献。数学教学论作为教育领域的一个方面,不仅受到上述教育发展的影响,同时也与数学学科本身的发展息息相关。

就世界范围而言,古埃及、古巴比伦、古希腊、中国、印度等地的数学起源都是比较早的,大约4000年前古埃及就已经出现关于几何、算术知识的记载。伴随着数学知识的出现,出于人类继承文明的需要,数学教育应运而生。

(一) 古代中国的数学教育

在我国,公元前11世纪的西周时代,“六艺”(礼、乐、射、御、书、数)为主要的教育内容,数学作为其中一项,说明数学教育已从生产和生活中分离出来,并成为当时国学(官学)和私学中的教育内容之一。尽管自周代以来,历代史书多有关于数学教育的记载,但是正规的数学教育制度的确立和专门数学人才的培养却是从隋代开始的。与此同时,西方的宫廷学校、祭司学校、神庙学校、文士学校等各类学校中也都传授数学知识,只不过当时的数学教育形态是极其初等的、零散的。值得一提的是,无论在古埃及、古巴比伦和中国这些东方文明古国,还是在稍后崛起的古希腊和古罗马,经世致用的数学都是学校启蒙教育中必不可少的一个内容。



视窗 1-1

“六艺”教育之数学

西周不论是国学或是乡学,不论是小学或是大学,都是以“六艺”为基本学科,只是在要求上有层次的不同。六艺教育起源于夏代,商代又有发展,西周在继承商代六艺教育的基础上,使它更为发展和充实。

数学知识到西周有更多的积累,为较系统的教学创造了条件。“六艺”中“数”指的是“算法”,即西周时期的数学教育主要以算法教育为主。对儿童进行数的教学,先学数的顺序名称及记数的符号,然后应用于学习甲子记日法,知道朔望的周期,再进一步学习记数的方法,掌握十进位和四则运算,培养初步的计算能力。《周礼·地官·保氏》提出“九数”。对“九数”在历史上有不同的解释,但西周已有田亩、赋税、财物的会计事务,在实际生活需要的基础上,发展了多种的计算方法,据说已有方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要等计算,学习九项计算方法,是较高的教学要求。“九数”成为历史遗产,流传下来,经后人的不断补充、整理,约到汉末三国的時候,才编成《九章算术》。西周的“九数”奠定了《九章算术》的基础,这表明西周的数学教学内容是比较丰富的。

[选自孙培青主编的《中国教育史》(修订版),上海:华东师范大学出版社,2000,题目系编者自拟。]

进入19世纪,西方国家的科学技术迅速发展,这一历史时期的中国社会、学校教育也发生了极大的变化。早在明末清初,西方传教士就带来了《几何原本》等数学著作,这种不用筹算、不用珠算,而用笔算的抽象的系统的数学,令中国数学家耳目一新。徐光启认为《几何原本》是一本训练思维的好书,也就是从那时起,这本书对中国的初等数学教育开始产生重要的影响。瑞士教育家裴斯泰洛奇是最早提出把数学教育过程从教育过程中分离出来、作为一门独立的科学加以研究的,他在1803年发表的《关于数的直觉理论》一书中,首次提出了“数学教学法”这一名词,因此,人们一般认为,数学教育理论体系是从19世纪初开始创立的。

（二）近现代中国的数学教育

1840年鸦片战争后，中国沦为半殖民地半封建社会，来华的西方传教士不再满足于翻译介绍西方数学，他们在中国兴办教会学校，编写宗教用书和数理化教科书。自此，两千多年来，教学内容几乎一成不变的中国传统学校教育受到了巨大的冲击，数学课程在新式的学校教育中占据了主要地位。

我国最早的数学教育理论学科叫做“数学教授法”，这门课程的起源源于我国近代师范教育的产生，至今只有100余年的历史。在清末，京师大学堂开始设置“算学教授法”课程。1897年，清朝天津海关道、大理寺少卿盛宣怀创办南洋公学，内设师范院，开设“教授法”课程。1904年，清政府颁布《奏定学堂章程》，产生并开始推行中国较为系统完备的近代新学制——“癸卯学制”，同时，在初级和高级师范学堂分别开设“教授法”和“各科教授法”，这可以被视为“课程教学论”这一课程在我国的首次开设。之后，一些师范院校便相继开设了各科教授法。1917年，北京大学就有专门研究数学教授法的学者胡睿济。1918年，任职于南京高等师范学校的陶行知先生提出改“教授法”为“教学法”的主张，虽被校方拒绝，但这一思想却逐渐深入人心，得到社会的认可，“数学教学法”的名称一直沿用到20世纪50年代末。不过，无论是“数学教授法”还是“数学教学法”，实际上只是讲授各学科通用的一般教学法在数学学科中的使用。

20世纪30年代至40年代，中国陆续出版了几本《数学教学法》的书，如1949年商务印书馆出版的由刘开达编著的《中学数学教学法》。这些书多半是作者通过研究国内前人或国外关于教学法的论著，并根据自己的教学实践进行修补而总结的经验，还没有形成成熟的教育理论。

（三）当代中国的数学教育

新中国成立后，苏联教育文献的输入使我国的数学教学法得到系统的发展。20世纪50年代，我国的《中学数学教学法》用的是从苏联翻译过来的伯拉斯基的《数学教学法》，其内容主要介绍中学数学教学大纲的内容和体系，以及中学数学中的主要课题的教学法，虽然这些内容仍停留在经验上，但比以往只学一般的教学方法有所进步，毕竟变成了专门的中学数学教学方法。随后，我国数学教育理论的研究经历了从数学教学法到数学教材教法的过程，高等师范院校数学系开设了“中学数学教学法”和“初等数学复习与研究”，60年代这类课程更名为“中学数学教材教法”并沿用至80年代。



视窗 1-2

新中国第一部中学数学教学大纲的诞生过程^①

为了贯彻1951年3月第一次全国中教会议的精神，加强课程改革和教材编写工作，中央教育部于一年后的1952年8月12日至9月4日在北京召开了“中小学各科教学大纲起草委员会”工作会议。

在8月13日的座谈会上，教育部张莘中司长讲话，说明教育部从前年开始精简课程，去年制定课程标准，现在制订教学大纲。要学习苏联，教学大纲是教师教学的指导性文件，是带有法律性的文件，学校行政要根据教学大纲检查教师的教学，没有第二个标准。它规定了教学的基本内容和时数，教科书也要根据教学大

^① 颜秉海. 新中国第一部中学数学教学大纲的诞生过程[J]. 数学通报, 2001(4): 46—47.

纲和教育学理论来编写。苏联教科书积30年经验,基本上是好的,我们要编写一套中国化的教科书,根据中国情况和教学实际,并把中国的发明创造编到教科书中去,要分两步走:先搬过来,然后再中国化,现在要做的工作是:1)首先要使老师能用;2)关于结合苏联实际的材料,需要适当换成中国的实际;3)教学进度上和苏联大体符合,不符合的要加以适当调整。这些都是初步的工作,要完全做到中国化,需要2至3年工夫。

著名数学家华罗庚教授参会并作了发言。他说参加会议感到很兴奋,十年建设马上要开始了,数学教育是促进中国工业化的最重要工具,直接为祖国工业化打下基础。数学本身没有阶级性,同时也没有地域性,是否可以不改变,以前教的现在还那样教呢?英美的数学教科书和苏联的教科书,表面上看没有什么不同,但是不难发现,资本主义国家教材支离破碎,强调难题,不强调原则性,而苏联教材从原则性入手,教员思想提高了,要教懂学生分析实际问题,提高到原则高度。向苏联学习要强调原则性。使用苏联教材,主要是如何结合我国的具体情况和祖国的爱国主义教育。数学是我国非常光明的一门科学。另一问题是应注意翻译文字,有批评译文方面的文章,要修改一下。量的变化问题非常重要。在解析学里就是函数概念,这是重要的概念。在算术里初步有形和数的结合,恩格斯说,数学中的伟大贡献,就是笛卡儿把数的观念形象化了,把辩证法直接用到数学中了。在初中空间观念学生不容易接受,很多具体的原则、基本概念,已在初中算术里就有了胚胎,以后再继续发展。现在我们的改革是划时代的改革,初中毕业后最容易忘记的是数学。在新时代里有很多机会用到数学,希望能在学校很好地巩固下来。应把许多加减乘除基本算法巩固下来,要求快,要求准,能熟练计算。在任何高等数学里到最后就是加减乘除,每天要碰到数字计算。不要像过去那样,互相不信任,中学不信任小学,大学不信任中学,要求把数学计算达到技巧熟练,达到自动化程度。

以后几天分组讨论算术、初高中代数、初高中平面几何的大纲说明以及进度表。经过几天对教学大纲总纲说明部分的讨论,于9月1日最后通过。

9月2日,数学组召开北京教师的扩大座谈会,听取对新制定的教学大纲的意见。会议对算术、代数、几何的教材和教法问题,提出许多具体意见和建议。中国科学院数学家关肇直同志发表讲话:1)关于苏联课程与中国课程的不同,苏联课程从实际出发,按学生接受程度讲。旧教材讲的很多和大学重复,基本概念不清楚,苏联教材观点正确,而过去很多观点模糊,新课本很重视函数概念,函数是数学上最重要的概念,在中学很早就灌输函数关系,联系坐标与图像表示法。2)从具体到抽象。公式也是从具体到抽象,应加进一些由苏联翻译的《趣味代数》《趣味几何》的实例,使数学和生活相联系。3)内部本身的联系,互相配合也很重要。 $\sqrt{2}$ 是无理数,代数几何上互相配合很重要。4)联系数学史的知识很好。应该介绍中国数学史,讲些历史故事,贯彻爱国主义教育。5)讲了就用。如讲了对称形,就能用对称法作图,不搞不结合实际的无谓的难题,最后讲到符号问题和名词问题,如商高定理叫勾股定理更好些。

根据座谈会和专家所提意见,加以整理分析,进一步修改各科进度表和总纲部分,整个起草工作于9月4日结束。这次编订的教学大纲经教育部审定后,发给各地学校执行。这部《中学数学教学大纲(草案)》还发表在1953年1、2月号《数学通报》上,署名是“中央人民政府教育部编订”。

新中国的第一部中学数学教学大纲就这样诞生了。这是在中国数学教育史上的一件大事。它标志着我国社会主义的现代数学教育的开始,给数学教学改革、课程和教材改革奠定了基础和指明了方向,起到了应有的历史作用。正如教育部1952年在《关于编订中小学教学大纲中若干原则问题》中提出的,制订教学大纲的方针是:“……第二,在教学大纲中,应当划定教材的知识范围、容量和进度,给学生以系统的巩固的科学文化基础知识,打下他们参加国家建设或升入中等专业学校与高等学校的基础。”根据这些原则,制定了中学

数学教学的目的和任务,以及教材安排的原则。从1952年秋起使用新教学大纲和由苏联课本改编的算术、代数、平面几何、立体几何、平面三角的中译本,促进了教学改革和教育质量的提高。但在学习苏联的方法上也有缺点,如脱离我国的实际情况,把苏联十年制的数学课程照搬到我国十二年制学校中,不必要地延长了算术课教学时间,并且取消了高中解析几何的学习,少学的内容约为一年,这样就降低了我国十二年制中小学数学的知识水平,根据大纲和教材在实践过程中的经验,1954年和1956年,教育部对教学大纲分别作了修订。1954年主要增加有关用社会主义思想教育学生的内容。从1955年秋起,教材也陆续换用了根据新教学大纲编写的课本。

1966年,荷兰著名数学家、数学教育家弗赖登塔尔任国际数学教育委员会主席时,建议单独为数学教育召开国际性大会。1969年,第一届国际数学教育大会(ICME)在法国里昂举行。此后,ICME每四年举行一次,是全世界数学教育界的大型会议,参会人员来自各国大、中、小学水平的各类学校的数学教师,数学教育出版社编辑,数学教育部门负责人和科研人员(包括计算机科学、心理学、教育学及哲学专家)等。

20世纪70年代,国外已把数学教育作为单独的科学来研究,我国也一直把“数学教学法”或“数学教材教法”作为高等师范院校数学系(科)体现师范特色的一门专业基础课。1979年,北京师范大学等全国13所高等师范院校合作编写的《中学数学教材教法》(分为《中学数学教材教法总论》和《中学数学教材教法分论》)一套书,作为高等师范院校的数学教育理论学科的教材,是我国在数学教学论建设方面的重要标志。

20世纪80年代,我国的数学教学论研究不仅与国际数学教育共同发展,并且逐渐形成自己的特色。1982年,中国教育学会数学教学研究会河南郑州召开成立大会,并在首届年会上提出了“建立数学教育学,形成数学教育这一专门的学科”的任务。国务院学位委员会公布的高等学校“专业目录”中,在“教育学”门类下设“教材教法研究”,使学科教育研究的学术地位得到了确认。1983年,“教材教法”更名为“学科教学论”,从此学科教学论得到了一次理论上的飞跃。1985年,苏联著名数学教育家A. A. 斯托里亚尔的《数学教育学》中译本由人民教育出版社出版发行。同年12月,中国成立全国高师数学教育研究会,旨在团结全国高师院校数学教育专业的教师、科研工作者以及其他从事数学教育研究的专业人员,开展数学教育学科的科学教育研究,推动学术交流,为提高本学科的理论水平和教学水平服务,为创建具有中国特色的数学教育学科体系服务。在此期间,我国也出版了《数学教育研究导引》一书,介绍了一些数学教育研究的范本。可以说,中国数学教育研究的骤然兴起是从20世纪80年代开始的。

20世纪90年代,国内外数学教育研究呈现迅猛发展之势,我国对数学教学论的研究也已经在构筑的框架上不断深入和拓广。1990年,曹才翰、蔡金法编著的《数学教育学概论》问世,标志着中国数学教育理论学科已经由经验实用型的数学教学法演变为理论应用型的数学教育学。1991年,张奠宙等人编著的《数学教育学》出版,该书把中国数学教育置于世界数学教育的研究之中,结合中国实际对数学教育领域内的众多问题提出新的看法,并对数学教育工作中设计的若干专题加以分析和评论,成为数学教育学研究的一个新突破。1992年,数学教育研究核心刊物《数学教育学报》创刊,该刊由中国教育学会和天津师范大学主办,在数学教育理论的研究与实践探索方面发挥了重要的作用。自创

办以来,《数学教育学报》呈现了一批优秀的科研成果,出版了一系列数学教育学著作,研究内容包括数学教学理论、数学学习理论、数学思维、数学方法论、数学课程与数学教育评价、数学习题理论等多个方面,其覆盖内容已经远远超过前人的知识领域。与此同时,我国还加紧数学教学论专业人才的培养,国内各大师范院校已增设课程与教学论(数学)硕士学位授权点和教育硕士(学科教学:数学)专业学位,培养出一批年轻的数学教育工作者和研究人员。

进入21世纪,我国开始了新一轮基础教育课程改革,目的是培养新世纪需要的具有全面素质的人才,满足社会发展、国际竞争和经济全球化、信息化的需要。随着改革的不断深入,数学教学对中学数学教师的专业素养、教学理论、能力水平等诸方面都提出了更高的要求。2003年,张奠宙、李士锜、李俊编著的《数学教育学导论》由高等教育出版社出版,成为基础教育新课程教师教育系列丛书之一,该书用较新的观点阐述了中小学数学教育的若干专题。2011年,科学出版社出版发行了由涂荣豹、杨寿、王光明编著的《中国数学教学研究30年》,该书从数学教学的各个方面,系统地回顾了中国数学教学研究自20世纪70年代末至今所走过的发展历程,以期为后续研究提供有益启示。

数学教学论是数学教育领域中正在发展的新学科,它的产生既是数学教育理论发展的必然,也是数学教育实践的呼唤。作为数学教师以及即将走向数学教师岗位的大学生来说,需要迫切了解和掌握有关数学教学的理论,而数学教学论理论体系的日益完善和实验成果的不断丰富也必将会在数学教学活动中发挥不容忽视的指导作用。

第2节 数学教学论研究的对象及其特点

一、数学教学论的研究对象

数学教学论是一门与数学、教育学、心理学、思维科学等学科相关联的综合性学科,是研究数学教学过程中教和学的联系、相互作用及其统一的科学,从数学与数学教学的特点出发,运用教育学、心理学、思维科学等学科的原理、结论、思想、观点和方法来解决数学教学本身的问题。因此,可以认为数学教学论的研究对象是数学教学。这既不同于数学的研究对象,也不同于教学论的研究对象。

广义地说,数学教学论所要研究的是与数学教育有关的一切问题,如数学教学原则、数学教学组织形式、数学教学设计、数学教学模式的选择与应用,现代化技术手段的使用,数学教师的专业发展,数学教材的编写与评价,学生学习规律的研究,数学思维的结构与培养,数学能力的含义与培养,数学教学过程的实质与规律,数学教学研究方法等。

狭义地讲,数学教学论是以一般教学论和教育学的基本理论为基础,从数学教学的实际出发,分析数学教学过程的特点,总结长期以来数学教学的历史经验,揭示数学教学过程的规律,研究数学教学过程中的诸要素(教学方法、教学组织形式、教学的物质条件等)及其相互间的关系,帮助教师端正教学思想和形成教学技能,并对数学教学的效果开展科学的评价。

数学教学论的研究以实践为基础,所研究的问题来自于实践,例如如何进行数学概念的教学,如何进行数学课堂教学设计,如何培养学生能力,如何应对新课程的挑战、更新教育观念、改进教学方式

等。数学教学实践始终是数学教学论研究的源泉,离开实践,数学教育就会成为无源之水,无本之木。当下,数学教学论的研究还需要紧密结合国内外数学教育改革背景,特别是新一轮基础教育课程改革的现状,突出时代特色,使之适应当前基础教育课程改革的新要求。

二、数学教学论研究对象的特点

(一) 综合性

从学科结构上看,数学教学论是一门与数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学、数学史、美学、信息技术学等学科相关联的综合性学科。

数学是数学教育的具体教育内容,因此从事数学教育必须具有一定的数学素养。研究数学课程的结构、教学原则、教学方法、学生学习、教学评价乃至数学教学的全过程,都需要立足于数学的专业知识和教育理论。

学生是教学活动的主体,是数学教育的对象。数学知识是人类建构出来的,学生学习数学是一个重新建构的过程,实际上是一个特殊的认知过程。因此,数学教育必须研究其中的认知规律,认知科学、心理学、教育心理学自然也成为数学教育学的理论基础。

数学教育哲学是统领数学教育的制高点,它从哲学的高度反思数学教育实践中的种种具体现象,并运用哲学的相关理论指导教学实践。可以说,数学教育与哲学密切相关,所有的数学教学法都建立在一定的数学哲学之上。

此外,数学教育是在前人不断研究的基础上,借鉴经验吸取教训,逐渐发展起来的,这自然与教育史、数学史、数学教育史有着密不可分的联系;数学教学注重的是学生的思维发展,逻辑学则是思维发展的深层理论;数学教学具体的是教和学的双边活动,需要技术作为支撑,尤其在当今的社会环境中,现代信息技术可以从根本上提高数学教学的效率,因此数学教育研究离不开现代教育技术;当然,数学理论本身以及数学教育中都蕴含着极为丰富的美学现象,如果数学教育研究中不包含此部分内容则是不完备的。

数学教学论的综合性表现在要吸收、利用、整合上述众多相关学科的理论、原理和方法,而不是随意拼凑或简单组合就能推动数学教育的发展的。

(二) 科学性

科学性是任何一门科学的最基本的特点,以教育学、心理学等为理论基础的数学教育学不可避免地含有相关内容,以体现出教育科学的共同特征,当然科学性也成为数学教育学的基本特点之一。尽管教育科学的原理渊源于长期教育实践的总结,但它毕竟不是实践经验,而是经过了科学的提炼和升华,达到了认识的理性化。数学教学论从自身的研究对象出发,以其独特的方法将教育学原理融会到数学教育与教学中去,总结出自身的规律,指导数学教学实践。数学教学论的科学性表现在:依据数学科学的特点,揭示其与教育学、心理学之间的内在联系,以寻求数学科学与教育、心理等科学在教育过程中的最佳结合,使之达到教学规律与数学学科特点的高度统一。

数学教学论的科学性区别于其他科学的是,教育或教学的出发点是人,学习者身心发展的年龄特征制约着教学内容和教学方法。儿童身心发展的规律构成学习者学习的“序”,数学科学内在的体系、

结构构成知识的“序”，使知识的逻辑顺序与学习者的心理顺序达到和谐统一，这便是数学教育科学性的又一个反映。

（三）实践性

教学是一种实践活动，是教育研究的出发点和归宿点，因此决定了数学教学论是一门实践性很强的理论学科。数学教学论所要研究的诸多问题，从课程教材到教学方法，从教学规律到学习规律再到评价，无一例外地离不开教育教学实践。

一方面，数学教学实践是数学教育学的根基。数学教育理论需要以广泛的教学实践经验为背景，在实践中总结、验证和完善，同时，数学教育学所研究的问题也来自于实践，通过对实践中提出的大量有价值的问题进行研究，才能不断推动数学教育研究向前发展。此外，数学教育学还需要以试验为基础，如课程教材的改革、新教学方法的使用都必须进行试验、验证和修订的过程，否则就会重蹈“新数运动”^①的覆辙。

另一方面，数学教学论要指导实践，服务实践，并能通过实践来检验所形成的理论，这也正是数学教育学研究的根本目的。只有认真分析研究实际问题，才能使理论真正成为符合实际情况的有效的指导原则。

（四）教育性

人是教育的对象，这就从根本上决定了数学教学论的教育性。作为一门教育学科，数学教学论应充分发挥它对各级各类数学教育人才的培养功能。在课程与教学论、数学学习论、数学教学论等各方面研究中，都要在数学教育思想、教育目标下进行，充分体现知识、技能、能力、态度、个性品质等方面的要求。特别是能力、态度、个性品质等不是知识教育的自然结果，而是有意识培养的结果。这就要求数学教育要对课程安排、教材编写、教学设计、学习指导等各个环节进行认真深刻的研究，培养数学教育师范生深厚的理论功底、较强的教学能力以及创新能力，肩负起数学教育培养新时代人才的重任。

（五）发展性

客观规律是无穷无尽的，人们的认识也是无穷无尽的。当然，在人们认识客观规律的过程中，总是要受当时的科学技术发展、文化背景以及个人条件的限制，因而具有一定的局限性。数学教学论是一门正在发展着的学科，对许多数学教育领域的问题需要结合当今社会发展、技术进步更新认识，甚至有的还有必要重新认识。例如，20世纪中叶，计算机的出现对整个世界影响深远，当它进入教育领域与教学整合后，无论对教学内容的选择、教学方法的运用，还是教学组织形式等都产生了重大影响，推动教育向前发展。

尼斯^②曾说过：“在过去的30年中，数学教育研究的发展主要表现为领域的扩张（心理学、社会学、语言学、人类文化学等），即致力于不遗漏掉任何对于数学的教和学可能具有重要影响的因素。”展望未来数学教学论研究的发展趋势，总体来看有以下几个方面：研究现代数学教学理论和我国的数学教

① 新数运动：20世纪50年代至70年代兴起于美国的数学教育现代化运动，核心是把中小学数学教学内容现代化，要求从中小学起就要用现代数学精确的数学语言去传授公理化的数学体系，最终以失败告终。

② 尼斯(M. Niss)：国际数学教育委员会前秘书长。

学经验,建立具有中国特色的数学教育学;研究数学文化与民族数学的问题;研究数学史、数学思想史的作用问题;研究数学教学现代化、最优化的问题;研究在数学教学中,发展学生的智力和培养学生的能力的理论与实践;研究数学教学评价和考试命题的科学化的问题等。

三、数学教学论的主要内容

根据对数学教学论研究对象的界定,可以发现数学教学论的主要任务应该包括两大方面——数学教学的基础理论和数学教学的具体实践。简单地说,就是要解决数学教学中“为什么教”“教什么”和“如何教”的问题。

首先,为什么教。要理解为什么教,就必须了解数学的本质以及数学观的演变,具有适当的数学观和数学教育观,理解数学教育的目的等。有什么样的数学观和数学教育观就有什么样的数学教学观,因此,对于在职的或未来的中小学数学教师而言,通过数学教学论课程内容的学习,应当帮助他们树立适当的数学教学观,这是一切教学工作的出发点和归宿,是教学工作的灵魂,也是课程评价的重要依据。

其次,教什么。数学教学论要尽量避免理论知识过多,教学实践较少、内容陈旧等现象。为适应正在进行的数学新课程改革的要求,数学教学论在“教什么”的问题上应该顺应当前数学课程改革的潮流,适应中小学数学教学的需要,使课程内容能够将理论与实践紧密结合,凸显针对性、实践性和时代性。

最后,如何教。这点涉及的是教学方法的问题,即按照怎样的教学规律、采用什么教学方式来教的问题。数学教学论重在培养数学教师的教学观念、数学能力以及数学教学技能等。只有让学习数学教学论的学生深刻地领会数学教育的价值,了解数学思维的结构与特性,了解数学能力的含义与培养,了解传授知识的方法与技巧,才能使他们尽快完成由学生向教师角色的转换。

第3节 数学教学论的教学意义

当前,所有具备一定的数学知识,又有数学教学能力,且愿意从事数学教育的人都可以通过教师资格考试获得教师资格证书,从事教师职业。近年来,随着教师职业地位的提高以及就业压力的增大,一些综合性大学数学专业乃至其他理科专业的部分毕业生相继进入中小学教师行业,成为师范生就业不可忽视的竞争对手,师范院校的毕业生“独占”教师职位的历史早已结束。那么,如何使师范院校的毕业生在激烈的竞争中取胜,最大限度地发挥他们的教育优势,顺利步入教师行列,这值得人们深思。

20世纪80年代中期,美国学者舒尔曼(Shulman)针对当时美国教师教育研究中存在的学科知识与教育学知识分离的现象,提出“缺失的范式”,给出“学科教学知识”(Pedagogical Content Knowledge,简称PCK)的概念。对数学学科而言,就是“数学学科教学知识”,即MPCK(Mathematics Pedagogical Content Knowledge)。这表明,要成为一名优秀的数学教师,不仅需要具有完备的数学知识,还需要具备针对特定内容的教学知识。对数学的教与学来说,教师不仅要掌握丰富、扎实的数学学科