



大学生文化素质教育书系

数 学 文 化

教育部高等教育司 组编

张楚廷 著

高等教育出版社

大学生文化素质教育书系

数 学 文 化

教育部高等教育司 组编

张楚廷 著

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学文化/张楚廷著. —北京:高等教育出版社,

2000

(大学生文化素质教育书系)

ISBN 7-04-008612-3

I. 数… II. 张… III. 数学-关系-文化

IV. 01-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 26424 号

数学文化

教育部高等教育司 组编 张楚廷 著

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 高等教育出版社印刷厂

开 本 850×1168 1/32 版 次 2000 年 7 月第 1 版

印 张 12.875 印 次 2000 年 7 月第 1 次印刷

字 数 320 000 定 价 14.40 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书系教育部高等教育司组织编写的“大学生文化素质教育书系”之一。作者用归纳的方法，从数学与美学，数学与人的发展，数学与哲学，数学与文学艺术，数学与经济等方面展开论述，旁征博引，以便使读者逐步体会到数学作为一种文化的含义。为使非数学专业的大学生读起来不太困难，作者尽量避免从概念出发，同时通过从文化的角度审视数学，又使本书可读性很强。作者对数学教育、对人的左右脑的开发有独到的见解，对几位数学家不屈不挠追求真理的故事的叙述更是引人入胜，对今天的大学生是一种极好的启发和人生观教育。本书文字流畅生动，是一本素质教育的好书。

“大学生文化素质教育”书系编委会

顾 问：	周远清	张岂之		
主 任：	钟秉林			
副主任：	杨叔子	李文海	王义道	胡显章
	李进才			
委 员：	王义道	费振刚	王天有	叶 朗
	胡显章	徐葆耕	李文海	杜厚文
	石亚军	刘大椿	陈 洪	逢锦聚
	张文显	马世力	施岳群	朱立元
	叶取源	王斯德	许教教	杨叔子
	刘献君	文辅相	李进才	陈春声
	张楚廷	李植松	冉昌光	束鹏程
	彭治平	郑惠坚	张 峰	钟秉林
	刘凤泰	阎志坚		

《大学生文化素质教育书系》总序

教育部副部长 周远清

加强大学生文化素质教育工作到现在已经进行四年了。1995年，加强大学生文化素质教育工作作为高等教育教学改革的一个重要探索，首先在52所高等学校进行试点，试点工作得到高等学校的普遍认同和积极响应。通过近三年的实践，试点工作取得了显著成效。在试点工作取得一定经验的基础上，教育部又相继出台了几项重要措施：制定下发了《关于加强大学生文化素质教育的若干意见》，成立了高等学校文化素质教育指导委员会，在全国普通高校建立了32个“国家大学生文化素质教育基地”等，加强文化素质教育工作从此由试点逐步向全国高校推开。

在实践的过程中，我们认识到，要使加强文化素质教育向纵深发展，就必须实现“三提高”：提高大学生的文化素质，提高全体教师的文化素养，提高大学的文化品位与格调。实现“三提高”应是高等学校文化素

质教育工作更高的境界，也将把文化素质教育工作推向一个新的阶段。

从我国和世界社会、经济、科技的发展要求，以及 21 世纪对人才的需求出发，我国原有的高等教育人才培养体系确有许多不相适应的地方，人文教育薄弱就是较为突出的一点。实践证明，加强大学生文化素质教育，对于推动教育思想和观念的改革，推动高等教育人才培养模式的改革，对于高等学校培养适应 21 世纪需要的高质量、高素质的人才，具有重要意义。无疑，加强文化素质教育已经成为深化高等教育改革特别是人才培养模式改革的切入点，切中了我国高等教育人才培养的时弊，符合我国高等教育改革的实际，而且也顺应世界高等教育改革和发展的潮流。

党中央、国务院召开了改革开放以来的第三次全国教育工作会议，颁发了《关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定》。《决定》以及江泽民总书记等中央领导同志的讲话，无疑为我们进一步开展加强文化素质教育工作指明了方向，更加坚定了我们做好这项工作的信心。

我们强调的加强文化素质教育，主要是通过对大学生加强文学、历史、哲学、艺术等人文社会科学和自然科学方面的教育，以提高全体大学生的文化品位、审美情趣、人文素养和科学素质；我们也强调作为一种新的教育思想观念，加强文化素质教育必须贯穿于人才培养的全过程，必须课内外相结合。为此，作为推动文化素质教育工作的一项重要措施，我们组织国内有关学科的著名专家、学者，编写了这套《大学生文化素质教育书系》。它既可以作为教材，也可以作为课外读物，其主要目的是向大学生介绍中华民族的优秀传统文化，介绍人类优秀文化成果，使学生从中汲取营养，不断提高自身的综合素质和文化品位，提升自身的精神境界。

从古今中外杰出人才的成长过程来看，除老师的教导和课

堂的学习外，无不从前人留下的文化精品中得到启发，受到熏陶。我们组织编写《书系》的初衷就是弘扬中华民族优秀传统文化，体现时代精神，使它在提高大学生的人文素养和科学素质方面发挥作用，对大学生的成长产生积极的影响。我们深信，由著名专家学者精心编撰的这套《书系》，一定能够成为大学生成长过程中的良师益友，伴随他们走上成才之路。

21 世纪即将到来，知识经济已见端倪，从高等教育改革和发展的趋势看，21 世纪是更加尊重知识、更加注重人才素质全面提高的世纪，就这一意义而言，我们现在所开展的加强文化素质教育仅仅是个开始，还有许多工作等待着我们共同去完成，我们相信会有更多的学校和教师参与到这项工作中来，我们也希望更多的专家、学者参与《书系》编写，为全面推进素质教育工作提供更加丰富的、高质量、高品位的文化精品，为加强文化素质教育工作做出自己的贡献。

1999 年 8 月于北京

前言

本书书名《数学文化》，由名称可知，这不是一本数学书，而是一本讨论文化的书，虽然它以数学为背景。因此，如果涉及到数学，我们不仅要使它易于理解，更重要的是如何品味它、欣赏它，亦即从文化的角度看待它。

对于文化，有多种不同的看法。例如，在一种观点之下，数学就是文化，所以再说数学文化就没有意义。但是，不少的人，不仅专门从事数学的人，愿意特别强调数学文化，认为它不只是数学自身，它还是一种文化。在后一种理解之下，文化即人文，即人的精神。数学不只是关于数的世界、形的世界或更广阔世界的科学，数学还是一门充满人文精神的科学。在这种观点之下说数学文化就是有意义的了。

一位进了大学的年轻人，一般学数学的时间都在十年以上了。这本书的任务显然不是在他们已学了十几年的基础上再多给他们一些数学知识。在很大程度上，我们是试图和他们一起回头来再看看数学。也许他们还

未曾来得及仔细审视数学，也许他们在跟数学打交道十余年之后还并不清楚自己对数学有什么感情，或者还未仔细品尝过数学的滋味，但他们肯定有了更好的条件换个角度再来考察数学。

在十年有余的交往之中，每个人对数学的感受是不一样的，因此，可能并不是每个人都愿意再来回味一番，愿意获得一些新的感受的。然而，我们的目的亦非仅限于此。无论如何，数学在教育中的地位之高，可能是除了本国语文的教育之外，其他学科都不能比拟的。世界各国几乎无例外地重视数学。为何如此重视？角度也不一样。不同的人的视角也可能不同。

如此重视数学，有的可能是为了经济建设的需要，有的可能是为了发展科学技术的需要，有的可能是为了整个国民素质的提高。个人学习数学的动机也不一定相同，有的是因为爱好，喜欢数学，有的可能是为了将来谋生，也可能有的没有什么明确的目的，教学计划上有，要考试，不得不学。显然，我们这里更关心公众的平均数学水平对社会文化发展的意义。从个体来说，更关心数学学习对人的发展、对人格完善的意义。

大学的人文素质教育是落在大学生的素质上的，素质是人的内在之物；人文素质教育又是从加强人文科学的教育入手的，大学人文课程普遍薄弱。但人文教育不是仅由人文课程来承担的，其他课程也并非不能起到一定作用的，例如数学、物理学等。当然，这些课程起作用的方式、过程、特点可能有较大差别，但是，做得好的话，还可起某种特殊的作用，虽然不可能替代人文课程的作用，但它们的特殊作用也不能被替代。

这本书写作的基础之一，就是作者确信数学学习是能够对大学生人文素质的完善起重要作用的。应当可以使大学生们感到数学学习不仅不是枯燥的，数学逻辑不是冷酷的，数学亦非主要是逻辑的，应当能使他们感到数学的确是令人赏心悦目的，能够陶冶人的性情，能够使人更聪明，而且还能使人更高尚。

当然，这需要使大学生们能喜爱这门科学，而喜爱不可能凭

空产生。但这至少也应当是我们的目标之一。

我们首先从美学的角度看看数学。人们真正喜爱某个事物，多半有审美的引导，第一章就是试图和读者一起来感受这一点。随后，就直接讨论数学学习对于人的发展本身的作用，而不只是把数学作为人未来生活的一种工具。尽管它也能对未来生活提供某些方面的准备，但人的发展是个基础。

此后，我们将讨论数学与另一些学科的关系，并试图通过这些关系的讨论来加深对数学作为文化的意义的了解。

本书所涉及的数学内容是尽可能让大学生看得懂的，少数地方涉及一点艰深的名词，这大概无碍于全书的阅读。

本书带有探讨的性质。片面的乃至不当的观点，敬请各位读者批评指教。

责任编辑	李 陶
封面设计	肖 红
责任绘图	朱 静
版式设计	史新薇
责任校对	朱惠芳
责任印制	韩 刚

目 录

前言	1
----------	---

第一章 数学美学	1
----------------	---

第一节 对正整数的美学审视	2
第二节 对非有理数的品味	14
第三节 在无限的世界里	19
第四节 无限世界的另一面	27
第五节 数学方法的优美	34
第六节 数学美的不同类型	45
第七节 数学史上的几大奇观	67
第八节 自然美，数学描绘它	98

第二章 数学与人的发展	103
-------------------	-----

第一节 对世界观的影响	104
第二节 与思维发展的关系	112
第三节 公理方法的作用	122
第四节 数学直觉的作用	130
第五节 左右脑开发	158
第六节 对一般素质的影响	166
第七节 从数学家那里，我们看到 什么	184

第三章 数学哲学	208
第一节 几个具体问题	209
第二节 数学特性	232
第三节 数学危机	269
第四节 数学流派	285
第五节 某些范畴	294
第六节 数学是什么	302
第四章 数学与语言	309
第一节 数学语言	310
第二节 数学语言与一般语言的联系	315
第三节 运用数理统计研究语言	317
第四节 计算风格学	322
第五节 更深更广的关联	327
第五章 数学与其他	333
第一节 数学与文学	333
第二节 数学与艺术	346
第三节 数学与经济	363
第四节 数学与教育	371
后记	390

第一章 数学美学

许多人的许多行为是出于审美动机。这里说了两个“许多”，准确地说，所有正常的人都有审美活动。越广泛的审美活动，使人越热爱生活；越深入的审美活动，使人有越强烈的追求和理想，越充满生命活力。

人们在与数学接触的过程中，也有审美活动吗？当然，我们盼望有。因为，如果在这一过程中有广泛的审美活动，那就会使我们更加热爱数学；如果这种活动不断深入，甚至会使我们产生充满活力的数学理想，进而有所成就。

没有可能让所有的人成为数学家，现实生活中也不可能有很多的数学家。但是，应该而且可能盼望几乎所有的人愿意跟数学打交道，盼望有更多的人从数学那里获益，也盼望中国有更多一些数学家。中国古代曾是一个数学水平很高的国家，历史证明，中国人是擅长数学的。新的世纪里，曾有人预言中国将成为数学大国。“一个国家的科学水平可以用它消耗的数学来度量”（A·N·拉奥（Rao）语），繁荣昌盛的中国需要数学。

利益的考虑是一个方面，然而仅仅只有利益的考虑，又不可能有大批杰出的数学家出现。如果你感到它是过于严肃的，甚至感到它是单调的、冷酷的、无情的，你会深入地接近它吗？亲切、激情在美感消失的时候都会消失，因而，创造性的数学活动也难以出现。

自觉的审美需要是一种较高级的心理活动，数学活动中产生这种心理需要也要有一个过程。我们能否考虑这样两个目标呢？一是使中学高年级学生以及必须继续学习数学的大学生们都多少能从审美的角度看待数学；二是数学教师们，无论是哪一类学校的数学教师们，都具有一定的数学美学修养。没有第二个目标就不可能有第一个目标的实现。

更基本的问题是，数学真的是值得人们去欣赏的吗？数学有美可言吗？如果对这个问题的不做回答，前面的问题都没有意义了。进一步的问题，如“数学审美对人的一般审美能力的提高甚至对人的一般发展也有作用吗”这一类问题也以这个更基本的问题为基础。因此有必要先讨论这个更基本的问题。

第一节 对正整数的美学审视

每个人最初接触的都是正整数。那么，我们每个人就可以首先问自己：对正整数的感觉如何？很多的人可能说“没有什么感觉”。然而，正整数曾引起过无数人的兴趣和喜好，而且是一个长盛不衰的论题。

一、完美数

很早很早，人们就思索正整数的分解，看一个正整数是几个正整数的乘积，也就是一个正整数能被哪些正整数整除的问题。除了1和它自己而外的任何正整数都不能整除它时，称它为素数或质数。例如，2是最小的素数，也是惟一的偶素数，在奇数当

中，最小的素数是 3，此外，5，7，11，13 等都是素数，但整数中很多不是素数。

若 m 能整除 n ，称 m 为 n 的一个因数，1 和 n 是两个很特殊的因数。现在考虑 n 的一切因数之和，假若 n 是一个素数，那么 n 的因数之和是 $n + 1$ ，反过来也对，若 n 的因数之和是 $n + 1$ ，则 n 是素数。

有人问：你喜欢哪个数，许多人未曾思索过，一时答不上。稍加思考，也觉得 1，2，3，4，…，好像没有什么差别。当然，根据我们汉语的发音，有人喜欢 8，因为那似乎意味着“发”；也有人喜欢 6，因为那意味着顺利。但这并不是出自对数本身性质的原因而产生的喜好。

数有许多不同的性质，人们可能不会因其有某种性质而一定喜欢它，但是一些奇妙的性质则很可能引起人们的兴趣。奇妙的性质也不少，人们对数的兴趣也可能各不相同，也可能有多方面的兴趣。

6 这个数的因数有 1，2，3，6（暂约定 1 和 6 自身亦算其因数），其和恰为 12，6 的两倍；如果不计 6 自身，则其因数之和恰是它自己。

28 也具有这样的性质，其因数 1，2，4，7，14 之和恰等于 28。这是第二个具有这种性质的正整数。

496，仔细看看，1，2，4，8，16，31，62，124，248 是它的因数，它们的和也正等于 496。

第四个具有这种性质的数稍难找一些，它是 8 128。可是，一千八百多年之前就知道 8 128 具有其各因数之和恰为它自己（不计它自己）的性质。

人们把这种数称之为完美数，即各因数之和为它的两倍或不计它自己时恰等于它的那种数叫完美数。6，28，496，8 128 便是很久以前知道的 4 个最小的完美数。看来，完美数不多，已可初步看到，前八千多个正整数中才 4 个！物以稀为贵，完美数希