模糊数学方法及其应用

张 跃 邹寿平 宿 芬 编著

煤炭工业出版社

模糊数学方法及其应用

张 跃 [illegible] 编著

煤 炭 工 业 出 版 社

（京）新登字042号

内　容　提　要

本书深入浅出地介绍了模糊集论的新思想、新技术、新的数学模型及应用方法。主要内容有：模糊数学的基本知识；常用的模糊数学应用方法，其中包括模糊模式识别、模糊综合评判、模糊决策、模糊聚类分析、模糊推理、模糊概率分析及模糊规划方法等。此外，书中还介绍了诸方法应用于煤炭工业的数十个实例。

本书可供大中专院校的师生、科研工作者、工程技术人员、企业经营管理人员学习使用。

责任编辑：王　秀　兰

模糊数学方法及其应用

张　跃　邹寿平　宿　芬　编著

*

煤炭工业出版社　出版

（北京安定门外和平里北街21号）

煤炭工业出版社印刷厂　印刷

新华书店北京发行所　发行

开本 787×1092mm $^1/_{16}$　印张16$^3/_4$　插页 2

字数 362 千字　印数1—3,720

1992年4月第1版　1992年4月第1次印刷

ISBN 7-5020-0574-9/TD·529

书号 3349　定价 6.90元

序

煤炭工业生产是由地质勘探、矿井设计、新井建设、煤炭开采和加工洗选等环节构成的一个十分复杂的系统。在这个复杂的系统中，存在着大量的随机性和模糊性信息。过去，由于人们在数学上难以对模糊信息进行定量描述，只好靠自己的经验和直觉对它们进行处理。随着信息革命的不断深入，这种状况急需改变。必须学会运用模糊数学这一新的数学工具，分析处理煤炭工业生产的各个环节中所遇到的各种模糊性信息，对它们进行科学的、定量的解释，以促使煤炭工业生产达到“长期、稳定、安全、高产”的目的。为了促进模糊数学在煤炭工业中的应用，张跃、邹寿平、宿芬等同志将自己多年从事模糊数学的研究成果编写了《模糊数学方法及其应用》一书。

本书通俗地介绍了模糊集论的多种模型与方法——模糊模式识别、综合评判、模糊决策、模糊聚类分析、模糊推理、模糊概率分析以及模糊规划等。此外，还有机地穿插了煤炭工业生产中的应用实例，并编写了六种常用方法的PC-1500袖珍计算机的BASIC语言源程序。

这本书的出版将会引起煤炭工业系统的广大科研人员、工程技术人员、管理人员及大、中专院校师生的关注，对煤炭工业的发展将起到一定的推动作用。

汪培庄

前　　言

模糊数学是最近20年才发展起来的一门崭新的数学分支。它的出现不仅扩充了经典数学的内容，而且被广泛地应用于天气预报、地震预测、自动控制、遥感遥测、人工智能、系统分析、知识工程、企业经济管理、工业、农业、矿业、医学诊断、语言加工、图象识别、信息复制、生物工程、环境保护、心理学、哲学以及教育等科学技术领域。

为了使煤炭工业系统的工程技术人员及管理干部尽快掌握模糊数学方法，并运用这一新的数学工具，去解决所遇到的各种生产技术及管理问题，我们在张跃同志编写的《模糊数学在矿业中的应用》讲义的基础上，经过补充、修改后编写成《模糊数学方法及其应用》一书。本书在选材上侧重于基础知识、基本方法和应用实例；在叙述方法上，力求通俗易懂和联系煤炭工业生产实际，以满足广大读者学习和应用的需要。

本书初稿曾经辛镜敏教授和俞书伟副教授审阅。并在编书过程中，王光远教授、汪培庄教授、贺仲雄教授、李斌副教授也给予我们热情的指导和帮助。同时，还得到河北煤炭公司、东蒙煤炭公司的大力支持，在此表示衷心地感谢。

本书第二、三章由宿芬执笔，第四、五章由邹寿平执笔，其余部分由张跃执笔。由于我们水平有限，书中的错误及不妥之处在所难免，尚祈读者批评指正。

作　者

一九九一年三月

于邯郸河北煤炭建筑工程学院

目 录

第一章　模糊数学基本知识

本章简明介绍了模糊数学的基本知识，其基点放在基本概念和基本方法的介绍之上，并不强调内容的连贯性和理论的完整性，且略去了全部结论的证明。

第一节　普通集合及其运算

一、集合与元素

人们在研究具体问题时，总是对局限于一定范围内的事物进行讨论，所讨论的事物的全体称为论域，常用U（或X）来表示。论域U中的每个事物u称为U的元素，具有共同特性的元素构成一个集合（简称集），显然论域U是一个集合。例如，设论域为所有的人，则某煤矿的全体工人是一个集合，一所煤炭院校的所有学生也是一个集合，论域中的每一个人就是该论域的一个元素，某煤矿的每一个工人即是该煤矿全体工人这一集合的元素；又如，一个机采工作面上的所有机械、一台机械上的所有零部件都可以看作是一个集合，而每台机械、每个零部件则又分别是机采工作面所有机械这一集合和机械上所有零部件这一集合的元素。

在论域U中任意给定一个元素u，并且任意给定一个集合A，如果u有集合A的特性，也就是说它是集合A的元素时，我们就用记号

$$u \in A$$

来表示，即说u属于A；如果u没有集合A的特性，即它不是

A的元素时，我们用记号

$$u \notin A$$

来表示，即说u不属于A。

二、集合的表示法

习惯上,我们常用大写字母A、B、Y、Z……表示集合，而用小写字母a、b、y、z……表示元素。常用的集合表示法有 3 种：列举法、描述法和文字叙述法。

1. 列举法

把集合中的所有元素一一列举出来表示集合的方法，称为列举法。

〔例1〕 以数0，1，2，3为元素的集合可记为：

$$\{0, 1, 2, 3\}$$

也可记为：

$$\{1, 2, 3, 0\}$$

只要两个集合含有的元素完全相同，则不论元素的排列顺序如何，其表示的都是同一集合。

2. 描述法

通过描述集合元素的共同特征来表示集合的方法，称为描述法。如果给定一个性质P，存在一个集合A，当A的元素恰好是具有性质P的那样一些事物时，我们可用

$$A=\{x \mid P(x)\}$$

表示这个集合，其中$P(x)$是“元素x具有性质P”的一个缩写。

〔例2〕 若$P(x)$表示“数x的平方等于4”这一性质，则满足这一条件的x所成之集合可表示为：

$$\{x \mid x^2=4\}$$

显然，它是由-2与2这两个数组成的集合，用列举法又可表

示为：

$$\{-2, 2\}$$

即
$$\{x \mid x^2=4\}=\{-2, 2\}$$

3. 文字叙述法

在不引起混淆的情况下，为了简便，可用文字来描述集合元素的特征，并以此来表示集合，这种方法叫文字叙述法。

〔例3〕 以$\boldsymbol{N}$、$\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{Q}$分别表示全体自然数、所有整数和一切有理数组成的集合，则它们可分别表示为：

$$\boldsymbol{N}=\{\text{自然数}\}；\ \boldsymbol{Z}=\{\text{整数}\}；\ \boldsymbol{Q}=\{\text{有理数}\}$$

显然，$-2\in\boldsymbol{Z}$，而$-2\notin\boldsymbol{N}$；$\frac{1}{2}\in\boldsymbol{Q}$，而$\frac{1}{2}\notin\boldsymbol{Z}$。

三、空集、子集、幂集

1. 空集

不含任何元素的集合，称为空集，记为ϕ。

〔例4〕 设$A=\{x \mid x\text{是实数且}x^2+1=0\}$，则集$A$为空集，即$A=\phi$。因为任意一个实数的平方不能为负数，所以方程$x^2+1=0$无实数解，也就是说，在实数集内，该方程的解集是一个空集。

2. 子集

设A、B是两个集合，如果属于集A的元素都属于集B，则称集A为集B的一个子集，或者说集B包含集A，记为：

$$A\subseteq B$$

或
$$B\supseteq A$$

〔例5〕 设$A=\{20\text{周岁以下的人}\}$，$B=\{16\text{周岁的女孩}\}$，则集合B实际上就是集合A的一部分，所以集B是集A的子集。

包含关系“$\subseteq$”是集合之间的一种关系，我们可用直

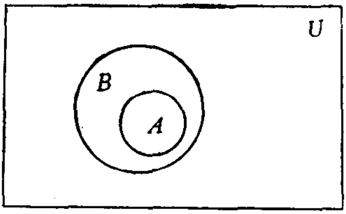

图 1-1 集合的包含关系图

观的图形来说明，如图1-1所示。

图中，方块表示论域U，大圆圈表示集合B，大圆圈中的点表示其元素，小圆圈表示集A，小圆圈中的点表示其元素。我们很容易看出，集合A中所有元素都在集B中，也就是说，任意一个元素u，如果属于A，它一定也属于B。

如果$A \subseteq B$且$B \subseteq A$，则称集A与集B相等，记为：

$$A = B$$

〔例6〕 设$\boldsymbol{N} = \{n \mid n\text{是自然数}\}$，$\boldsymbol{Z}^+ = \{z \mid z\text{是正整数}\}$，则显然有$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{Z}^+$。

我们规定“空集”是任何集合的子集，因此任意一个集合A都介于空集ϕ与论域U之间，即

$$\phi \subseteq A \subseteq U \tag{1-1}$$

3. 幂集

论域U的一切子集构成的集合，称为U的幂集，记为：

$$P(U)$$

这样，U的子集A既可记作

$$A \subseteq U \tag{1-2}$$

也可记作

$$A \in P(U) \tag{1-3}$$

〔例7〕 设$U = \{1, 2, 3\}$，则有

$P(U) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, U\}$

如果U中有n个元素，则$P(U)$有2^n个元素。这是因为每次从U中取出一个元素而组成的单元素集共有C_n^1个，每次取

出两个元素组成的双元素集共有C_n^2个，每次从U中取出k个元素组成的k元素集共有C_n^k个（$k\leqslant n$），加上一个空集和集U本身，因此$P(U)$的元素个数为：

$$1+C_n^1+C_n^2+\cdots\cdots+C_n^k+\cdots\cdots+C_n^n=(1+1)^n=2^n$$

四、集合的基本运算

1. 并集

设A、B为论域U中的两个集合，则由集A与集B的所有元素组成的集合，称为集A与集B的并集，简称为并，记为：

$$A\cup B$$

由定义知，并集$A\cup B$的元素或属于A或属于B，因此$A\cup B$又可记为：

$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{或}x\in B\} \tag{1-4}$$

〔例8〕 若论域$U=\{26$个小写英文字母$\}$，U中的两子集分别为：

$$A=\{a,\ b,\ c,\ d\};$$

$$B=\{c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h\},$$

则有

$$A\cup B=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$$

2. 交集

设A、B为论域U的两个集合，则由集A与集B所有公共元素组成的集，称为集A与集B的交集，简称为交，记为：

$$A\cap B$$

由定义知，交集$A\cap B$中的元素是既属于A又属于B，因此$A\cap B$又可记为：

$$A\cap B=\{u\mid u\in A\text{且}u\in B\} \tag{1-5}$$

〔例9〕 设U为某一特定人群，A是由U中的中国人所组

成的集合，B是由U中的男子所组成的集合，则：

$$A\cap B=\{u\,|\,u\in U,\ u\text{既是中国人，又是男子}\}$$
$$=\{u\,|\,u\in U,\ u\text{是中国男子}\}$$

3．补集

设A是论域U中的一个子集，则由论域U中不属于集A的所有元素构成的集，称为集A的补集，或称余集，简称补（或余），记为：

$$A^c$$

由定义知，补集A^c的元素不属于A，但属于U，因此A^c又可描述为：

$$A^c=\{u\,|\,u\notin A,\ \text{但}u\in U\} \tag{1-6}$$

〔例10〕　设$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A=\{2,4,6,8\}$，则有

$$A^c=\{1,3,5,7,9\}$$

〔例11〕　（1）设$U=\{\text{自然数}\}$，$A=\{\text{正奇数}\}$，则

$$A^c=\{\text{正偶数}\}$$

（2）设$U=\{\text{实数}\}$，$Q=\{\text{有理数}\}$，则

$$Q^c=\{\text{无理数}\}$$

4．差集

设A、B是论域U中的两个集合，则由属于集A但不属于集B的所有元素组成的集合，称为集A与集B的差集，记为：

$$A-B$$

由定义知，差集$A-B$的元素属于A但不属于B，因此$A-B$又可描述为：

$$A-B=\{u\,|\,u\in A,\ u\notin B\} \tag{1-7}$$

同理，$B-A$可描述为：

$$B-A=\{u \mid u\in B,\ u\notin A\}$$

〔例12〕 设$U=\{26$个小写英文字母$\}$，U中的两个集分别为：$A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{a,c,f,g,h\}$，则

$$A-B=\{b,d\}$$

$$B-A=\{f,g,h\}$$

五、韦恩图

我们在讨论集合的运算与集合之间的关系时，可以用一种直观的图形来表示，如图 1-2 所示，这种图称为韦恩（Venn）图。通常用方块表示论域U，圆圈表示集合A,B，圆中的点表示集合的元素，图中阴影部分表示集合运算后的并集、交集、补集和差集。

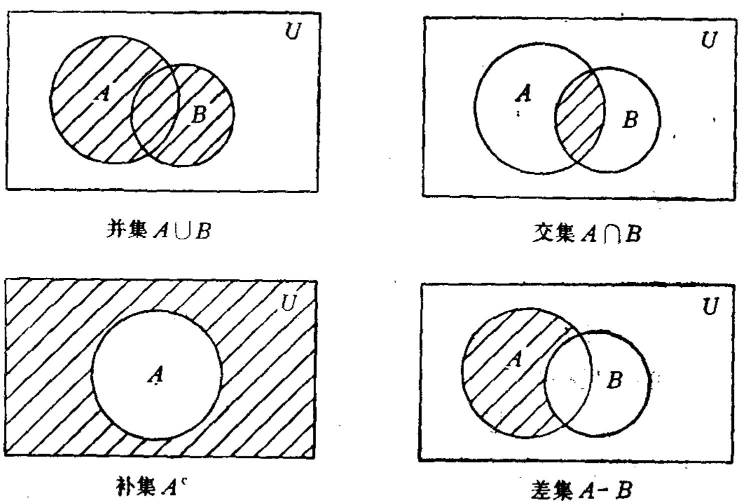

图 1-2 集合运算图

六、集合运算性质

现列出并、交、补这三种集合运算所具有的基本运算性质如下：

（1）幂等律：

$$A\cup A=A;\quad A\cap A=A$$

（2）交换律：

$$A\cup B=B\cup A;\quad A\cap B=B\cap A$$

（3）结合律：

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$

$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

（4）吸收律：

$$A\cap(A\cup B)=A;\quad A\cup(A\cap B)=A$$

（5）分配律：

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$

（6）0－1律：

$$A\cup U=U,\quad A\cap U=A$$

$$A\cup\phi=A,\quad A\cap\phi=\phi$$

（7）复原律：

$$(A^c)^c=A$$

（8）对偶律（De Morgan律）：

$$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c;\quad (A\cap B)^c=A^c\cup B^c$$

（9）互补律

$$\mathrm{A}\cup A^c=U;\quad A\cap A^c=\phi$$

七、特征函数

对于论域U中的任意一个元素u与一个集合A来说，它们之间的关系只能有$u\in A$或$u\notin A$这两种情况，二者必居且仅居其一。如用函数表示，则有

$$x_A(u)=\begin{cases}1, & 当u\in A\\ 0, & 当u\notin A\end{cases}\tag{1-8}$$

这里，函数x_A称为集合A的特征函数，它刻划了集合A的元素的隶属情况。特征函数x_A还可直观表示成如图1-3所示情况。

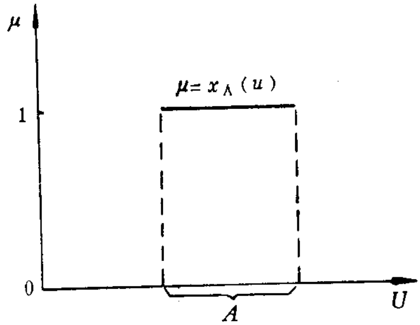

图 1-3 特征函数图

为了以后讨论叙述方便，我们也称A的特征函数x_A为A的隶属函数。x_A在u处的值$x_A(u)$称为u对A的隶属（程）度。当u属于A时，u的隶属度$x_A(u)=1$（或100%），表示u绝对隶属于A；当u不属于A时，u的隶属度$x_A(u)=0$，表示u绝对不隶属于A。

引入隶属函数的优点在于可以把集合转化为函数，使集合的包含、并、交、补、差运算转化为隶属函数的相应运算，这样的运算要简单得多，还会给下一节模糊集合的引入带来方便。

不难看出，隶属函数具有下列运算性质：

（1）$A\subseteq B \Longleftrightarrow x_A(u)\leqslant x_B(u)$

即集B包含集A应等价于集B的每一个元素的隶属度均大于或等于集A的对应元素的隶属度。

（2）$x_{A\cup B}(u)=\max(x_A(u),x_B(u))$

即$A\cup B$的隶属函数，等于对A、B两集合的隶属函数所取的最大值，其图形如图1-4(a)所示。

（3）$x_{A\cap B}(u)=\min(x_A(u),x_B(u))$

即$A\cap B$的隶属函数，等于对A、B两集合的隶属函数所取的最小值，其图形如图1-4(b)所示。