

力学丛书·典藏版 — 25

线性与非线性波

[美] G.B.惠瑟姆 著

LX



科学出版社

力学丛书·典藏版 25

线性与非线性波

〔美〕G. B. 惠瑟姆 著

庄峰青 岳曾元 译

科学出版社

1986

内 容 简 介

本书系统地论述了物理、力学中的各种波动现象，特别是波在固体和流体中的传播问题。本书试图以尽可能统一的方法，揭示各种波动的一般特点。本书不但包括了线性理论的主要结果，还用相当篇幅介绍了非线性理论和一些当前活跃的研究课题。

本书可供力学、物理以及天文方面的大学生、研究生、教师和科研工作者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

线性与非线性波 / (美) 惠瑟姆 (Whitham, G. B.) 著; 庄峰青, 岳曾元译. —北京: 科学出版社, 2016.1

(力学名著译丛)

书名原文: Linear and nonlinear waves

ISBN 978-7-03-046970-0

I. ①线… II. ①惠… ②庄… ③岳… III. ①波—研究 ②非线性波—研究 IV. ① 0347.4 ② 0534

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 006511 号

责任编辑: 杨 岭 李成香 / 责任校对: 邹慧卿
责任印制: 张 伟 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1986 年 10 月第 一 版 开本: 850 × 1168 1/32

2016 年 3 月第二次印刷 印张: 19 1/4

字数: 503,000

定价: 158.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

译 者 序

波动理论的重要性是不言而喻的，自然界各种形态的物质运动都含有波动现象。从日常熟悉的水波、声波，直到银河系以及许多河外星系中的密度波和星系激波，这个丰富多采、气象万千的波动世界，涉及力学、物理学、化学、生物学、地质学、气象学和天文学等几乎一切学科领域，而数学，既是定量研究波动现象的工具，又从波动现象的研究中获得新的动力和生机。

本书是当前系统介绍波动理论的一本名著。作者本人曾对波动理论作过大量出色的工作。本书不但包括线性理论的主要结果，又用相当篇幅介绍了非线性理论和一些当前活跃的研究课题。书中对于若干基本概念阐述得深入浅出，易于读者理解。

本书第一章至第八章由庄峰青同志翻译，第九章至第十六章由岳曾元同志翻译。第十七章由张彬同志翻译。黄敦先生负责校阅全书译稿。

1984年10月

序 言

本书是根据加利福尼亚理工学院开设多年的一门课程的教材扩充而成。本教材当初是打算作为应用数学专业一、二年级研究生学习之用；它似乎对学习工科和物理的学生也同样有用。

书中叙述力求自成体系，但是所选题目的主旨以及采用的叙述方法都假定读者已经具有线性波传播的一些基本知识。本书旨在论述所有主要的发展成熟的思想，但同时从一开始就强调非线性理论，并介绍这一领域中一些非常活跃的研究课题。第一章详细地概述了本书所包括的内容。在从数学上阐明论题的同时也大量讨论其应用。在大部分情况下我们并不要求读者对于应用所涉及到的领域很了解；有关的一些物理概念和基本方程的推导在书中力求讲得深入。读本书所需要的具体数学预备知识就是熟悉变换技巧，积分的渐近展开方法，标准边值问题的求解以及平常统称为“数学方法”的一些有关题目。

书中所叙述的内容部分取自海军研究办公室在最近几年所支持的研究工作。我很感谢那里的人们，特别对 Leila Bram 和 Stuart Brodsky 表示感谢。

我特别感谢 Vivian Davies 和 Deborah Massey 把底稿用打字机誊清并愉快地容忍稿子中那么多的改写和更动。

G. B. 惠瑟姆

1973年12月于

加利福尼亚州 帕萨迪纳

目 录

第一章 引言和概论	1
1.1 两类主要的波动	2
1.2 双曲波	4
1.3 色散波	9
1.4 非线性色散	12

第一部分 双 曲 波

第二章 波和一阶方程	17
2.1 连续解	17
2.2 运动学波	24
2.3 激波	28
2.4 激波结构	30
2.5 弱激波	35
2.6 间断条件	35
2.7 关于守恒定律和弱解的注释	37
2.8 激波的装配: $Q(\rho)$ 是二次式的情形	40
单峰.....	45
N 波.....	47
周期波.....	48
激波的汇合.....	50
2.9 激波的装配: 一般的 $Q(\rho)$	51
2.10 关于线化理论的注释	53
2.11 其他边界条件; 发信号问题	55
2.12 更一般的拟线性方程	59

阻尼波	60
运动源产生的波	61
2.13 非线性一阶方程	62
第三章 特殊问题	65
3.1 交通流	65
交通灯问题	68
高阶效应; 扩散和反应时间	69
高阶波	72
激波结构	73
关于汽车跟踪理论的注释	74
3.2 洪水波	77
高阶效应	80
稳定性; 起伏波	81
单斜洪水波	83
3.3 冰川	87
3.4 化学交换过程; 色层法; 江河中的沉淀	89
第四章 Burgers 方程	92
4.1 Cole-Hopf 变换	93
4.2 $\nu \rightarrow 0$ 时的性态	94
4.3 激波结构	97
4.4 单峰	98
4.5 N 波	103
4.6 周期波	105
4.7 激波的汇合	106
第五章 双曲型方程组	109
5.1 特征线和分类	109
特殊情况 $A_{ij} = \delta_{ij}$	112
5.2 分类的例子	113
5.3 Riemann 不变量	119
5.4 利用特征线的逐步积分	120

5.5	间断的导数	123
5.6	波前附近的展开	126
5.7	江河流动的一个例子	129
	浅水波	131
	洪水波	131
	潮汐涌浪	131
5.8	激波	133
5.9	具有两个以上独立变量的方程组	135
5.10	二阶方程组	137
第六章	气体动力学	139
6.1	运动方程组	139
6.2	分子运动论观点	143
6.3	忽略粘性、热传导和松弛效应的方程组	145
6.4	热力学关系式	147
	理想气体	148
	比热	148
	具有定比热的理想气体	149
	分子运动论	150
6.5	运动方程组的其他形式	151
6.6	声学	153
	等温平衡	156
	对流平衡	156
6.7	非线性平面波	157
6.8	简单波	159
6.9	作为运动学波的简单波	163
6.10	激波	165
	激波条件的有用形式	167
	激波性质	169
	弱激波	170
	强激波	171

6.11	简单波中的弱激波	172
6.12	初值问题; 波的相互作用	176
6.13	激波管问题	179
6.14	激波反射	181
6.15	激波结构	182
6.16	相似解	185
	点爆炸	186
	相似方程组	189
	Guderley 内向爆炸问题	191
	其他相似解	193
6.17	定常超音速流	194
	特征方程组	196
	简单波	198
	斜激波关系式	199
	斜激波反射	201
第七章	波动方程	202
7.1	波动方程的出现	202
	声学	202
	线化超音速流	203
	弹性力学	204
	电磁波	206
7.2	平面波	206
7.3	球面波	207
7.4	柱面波	211
	原点附近的性态	213
	波前附近和远距离处的性态	213
	柱面波的尾巴	215
7.5	绕旋转体的超音速流	215
	阻力	217
	Mach 锥附近及远距离处的性态	218

7.6	二维和三维初值问题	219
	解的直接验证	222
	波前	223
	二维问题	224
7.7	几何光学	226
	φ 及其一阶导数的间断	228
	波前展开和远距离处性态	229
	高频	230
	S 和 Φ_0 的确定	231
	焦散曲线	236
7.8	非均匀介质	237
	分层介质	238
	海洋波导	239
	阴影区	241
	能量传播	241
7.9	各向异性波	242
	二维或轴对称问题	245
	运动介质中的源	247
	磁气体动力学	247
第八章	激波动力学	251
8.1	沿非均匀管道的激波传播	253
	小摄动情况	255
	有限面积变化; 特征律	258
8.2	通过分层流体层的激波传播	262
8.3	几何激波动力学	265
8.4	二维问题	269
8.5	激波上的波传播	272
8.6	激波-激波	276
8.7	平面激波的绕射	278
	绕尖角的膨胀	280

	楔形体的绕射	285
	圆柱的绕射	286
	锥或球的绕射	290
8.8	激波稳定性	294
	收缩柱面激波的稳定性	294
8.9	运动介质中的激波传播	296
第九章	弱激波的传播	298
9.1	非线性化方法	298
	激波的确切	306
9.2	方法合理性的证实	307
	小参数展开	309
	在大距离处的展开	312
	波前展开	312
	N 波展开	314
9.3	声震	315
	激波	318
	细长锥的绕流	319
	有限物体大距离处的行为	319
	理论的推广	321
第十章	波系	323
10.1	线性化问题的精确解	326
	$c_1 > a > 0, c_2 < 0$ 的情形	326
	$c_1 > 0, c_2 < a < 0$ 的情形	331
	$c_1 > a > c_2 > 0$ 的情形	332
10.2	简化方法	334
10.3	高阶系统, 非线性效应和激波	336
10.4	激波结构	338
10.5	实例	339
	洪水波	339
	磁气体动力学	339

气体中的松弛效应	340
----------	-----

第二部分 色散波

第十一章 线性色散波	343
11.1 色散关系	343
实例	346
方程与色散关系之间的对应	346
色散波的定义	348
11.2 用 Fourier 积分求通解	349
11.3 渐近性态	351
11.4 群速度; 波数和振幅的传播	354
11.5 群速度的运动学推导	359
推广	361
11.6 能量传播	364
11.7 变分方法	370
非均匀介质	376
非线性波列	376
11.8 渐近展开的直接应用	377
非均匀介质	380
第十二章 波图案	383
12.1 水波的色散关系	383
重力波	383
毛细波	384
重力和表面张力的联合效应	385
带有色散的浅水波	385
磁流体动力学效应	386
12.2 瞬时点源波的色散	386
12.3 定常流上的波	387
12.4 船舶波	388

图案的进一步细节	390
12.5 薄片上的毛细波	394
12.6 旋转流体中的波	397
12.7 分层流体中的波动	399
12.8 晶体光学	403
单轴晶体	406
双轴晶体	408
第十三章 水波	410
13.1 水波方程	410
13.2 变分表述	413
线性理论	415
13.3 线性化表述	415
13.4 常深度线性水波	415
13.5 初值问题	416
13.6 波前附近的性态	419
13.7 在两种流体界面上的波动	422
13.8 表面张力	424
13.9 定常流上的波动	425
一维重力波	427
带有表面张力的一维波	429
船舶波	430
非线性理论	432
13.10 浅水理论;长波	432
水坝破裂问题	435
涌浪条件	436
进一步的守恒方程	437
13.11 Korteweg-deVries 方程和 Boussinesq 方程	438
13.12 孤波和椭圆余弦波	444
13.13 Stokes 波	449
任意深度	451

13.14	间断和锐峰	453
13.15	涌浪结构的一种模型	459
第十四章	非线性色散与变分法	463
14.1	非线性 Klein-Gordon 方程	464
14.2	调制理论初探	467
14.3	调制理论的变分方法	469
14.4	变分方法合理性的论证	471
14.5	变分原理的最佳应用	476
	Hamilton 变换	477
14.6	关于扰动方案的评述	479
14.7	推广到多变量情形	480
14.8	寝渐不变量	484
14.9	多位相波列	486
14.10	阻尼效应	487
第十五章	群速度, 不稳定性与高阶色散	489
15.1	近线性情形	489
15.2	方程的特征形式	491
	多个因变量的情形	494
15.3	方程类型和稳定性	495
15.4	非线性群速度, 群分裂, 激波	496
15.5	高阶色散效应	500
15.6	Fourier 分析与非线性相互作用	504
第十六章	非线性理论的应用	510
	非线性光学	510
16.1	基本概念	510
	均匀波列	511
	平均 Lagrange 函数	512
16.2	一维调制	515
16.3	光束的自聚焦	516
	方程的类型	518

聚焦	519
细光束	519
16.4 高阶色散效应	522
细光束	525
16.5 二次谐波的产生	526
水波	529
16.6 关于 Stokes 波的平均变分原理	529
16.7 调制方程	532
16.8 守恒方程	533
质量守恒	533
能量和动量	534
16.9 诱导平均流	536
16.10 深水	537
16.11 Stokes 波的稳定性	537
16.12 海滨上的 Stokes 波	539
16.13 在水流上面的 Stokes 波	540
Korteweg-deVries 方程	540
16.14 变分表述	541
16.15 特征方程	544
小振幅情形	546
16.16 一系列孤波	547
第十七章 精确解；相互作用的孤波	551
17.1 典型方程	551
Korteweg-deVries 方程	553
17.2 相互作用的孤波	553
17.3 逆散射理论	559
另一种方法	563
17.4 只有离散谱的特殊情形	565
17.5 由任意初始扰动产生的孤波	567
17.6 Miura 变换和守恒方程	571

三次 Schrödinger 方程	573
17.7 方程的重要性	573
17.8 均匀波列与孤波	574
17.9 逆散射	575
Sine-Gordon 方程	577
17.10 周期波列与孤波	578
17.11 孤波的相互作用	579
17.12 Bäcklund 变换	580
17.13 关于 Sine-Gordon 方程的逆散射	583
Toda 列	583
17.14 关于指数列的 Toda 解	585
Born-Infeld 方程	587
17.15 相互作用波	588
参考文献	592

第一章 引言和概论

波动是最广泛的科学论题之一，它的独特之处在于人们可以在任何技术水平上研究它。水波的特性以及光和声的传播特征，是日常经验中所熟悉的。像声震¹⁾或交通中的运动瓶颈这样的现代问题，当然是人们普遍感兴趣的。所有这些问题可以通过描述的方法来了解，而不需要任何技术知识。另一方面，专家们也在精深地研究这些问题，并且几乎任何一个科学技术领域都涉及到某些波动问题。

为了从理论上了解这些现象，以及解决出现的问题，数学的概念及其技巧已经有了相当丰富的发展。在任一特殊应用中的一些细节也许不同，并且某些课题会具有一些它们自己独特的侧重，但是一种相当一般的全面观点已经发展起来了。本书叙述基础数学理论，重点放在那些能说明波的特性的主要的论点和统一的思想。典型的解题技巧，大部分已经给出，但当这些技巧不能继续提供有关波的本质的知识，而只成为“数学方法”的练习时，尽管它们可能既困难又令人感兴趣，我们也不再叙述下去。这一点特别适用于线性波问题。线性理论的重要而基本的性质是理解波动现象的基础，因此必须包括。然而有人可能因此以特定问题的解和技巧为内容写几卷书，但这不是本书的目的。虽然本书包括关于线性波的基本材料，但是仍然假定读者具有线性理论的知识，因此重点放在从概念上讲比较困难的非线性理论上。非线性波的研究是从一百多年前 Stokes (1848) 和 Riemann (1858) 的首创性工作开始的，以后前进的步伐越来越快，最近几年已有相当大的发展。本书的目的是统一地论述这部分材料。

1) sonic boom, 亦译作声爆。——译者