

“编”玩边学

Scratch

趣味编程进阶

—— 妙趣横生的数学和算法

◎ 谢声涛 编著



清华大学出版社



“编”玩边学

Scratch

趣味编程进阶

—— 妙趣横生的数学和算法

© 谢声涛 编著

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书将 Scratch 作为一门程序设计语言看待,通过大量数学和算法方面的编程案例,为广大中小學生提供了一本编程进阶的参考教材。

本书根据案例类型分为 12 章,共有 100 个妙趣横生的编程案例,涵盖数字黑洞、数学游戏、古算趣题、逻辑推理、玩扑克学算法、分形图等数学内容。本书最大的特点是案例丰富多彩,让人脑洞大开,是广大中小學生在受过 Scratch 编程入门教育之后进一步提高编程能力的编程宝典。通过阅读本书,将使读者更加热爱编程,更加热爱数学和算法,为广大中小學生打开一片新的数学编程天地。

本书不是零起点教材,适合已经过 Scratch 入门教育的广大中小學生、编程爱好者和参加中小学信息学竞赛的学生作为参考读物,也适合少儿编程培训机构作为课程设计的参考读物。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

“编”玩边学:Scratch 趣味编程进阶:妙趣横生的数学和算法/谢声涛编著. —北京:清华大学出版社,2018(2018.6)

ISBN 978-7-302-49560-4

I. ①编… II. ①谢… III. ①程序设计—青少年读物 IV. ①TP311.1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 027555 号

责任编辑:王剑乔

封面设计:刘 键

责任校对:袁 芳

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印装者:北京博海升彩色印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:10.75

字 数:246 千字

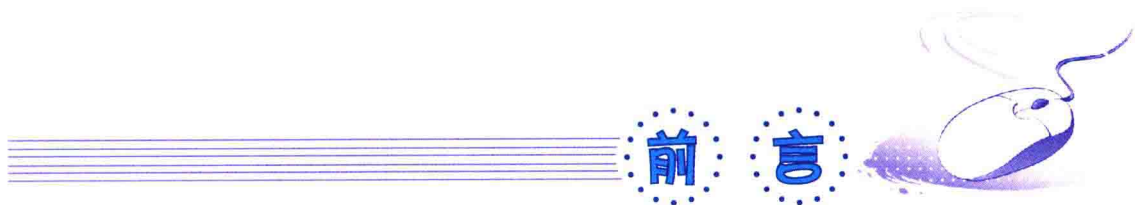
版 次:2018 年 4 月第 1 版

印 次:2018 年 6 月第 2 次印刷

印 数:2501~4500

定 价:52.00 元

产品编号:077404-01



Scratch 是由 MIT 媒体实验室为青少年开发的图形化编程工具,用于创作交互式故事、动画、游戏和其他程序,凭借其良好的界面交互设计,几乎所有年龄的人都能使用 Scratch。作为一种新型的程序设计语言,Scratch 具有高级编程语言的许多特性,如对象、事件、线程、同步、子程序、函数、数组、关系运算和逻辑运算等。Scratch 采用高度模块化封装设计,屏蔽了各种低级的编译错误,使人得以专注于编程逻辑本身,在中小学计算机编程教育领域越来越受欢迎,甚至在一些大学,也开设 Scratch 课程作为编程教育的入门课程。

本书精心挑选和设计的 100 个妙趣横生的编程案例,涵盖了数字黑洞、分形图、曲线方程、圆周率、趣味自然数、古算趣题、逻辑推理、数学游戏、玩扑克学算法等方面的内容,为广大中小學生提供了一本编程进阶的参考教材。

我国的诗词文化源远流长,古代数学家文理兼修,为考生出的“应用题”也是那么富有诗意。比如,这道“诗”题——

远望巍巍塔七层,红灯点点倍加增;
共灯三百八十一,请问尖头几盏灯?

像这样的古算诗题,直到今天读起来依然朗朗上口,理解起来又浅显易懂。本书也收集了一些妙趣横生的古算诗题,与读者一起分享和感受这份数学的诗意。

在浩瀚的宇宙中有能吞噬一切的神秘黑洞,连光也无法逃脱。而在数学上也有类似奇特的现象,人们称之为“数字黑洞”,它们会按照自身的规则“吞噬”掉一切数字。本书将带读者领略这些妙趣横生的数字黑洞,比如西西弗斯黑洞,它会将一切数字转换为 123,并无限重复下去;而被称为“冰雹猜想”的数字黑洞,它会把任意自然数最终变换为 1,而且它的变换过程有时简直“惊心动魄”。

宇宙间万物极其复杂,而其构成却是简单的细胞、原子、分子等极其微小的事物。在数学中,一条线段、一个三角形、一个四边形或是一个六边形等看似简单无比的几何图形,按一定规则重复之后,却能产生令人称奇的复杂图案。本书将带领读者创造出美丽的雪花、勾股树、二叉树以及谢尔宾斯基三角形等神奇的分形图。

算法是程序的灵魂,但学起来却不容易。我们都知道学习编程最重要的是动手实践,



但是在学习算法原理时，明明感觉自己懂了，而当编程实现时却又无从下手或是不得要领。本书将带领读者不用编程就能学习排序算法，通过扑克游戏领悟排序算法原理，反复练习就能掌握它们，之后再编程自然倍感简单，小学生也能轻松掌握。

此外，本书还将带领读者感受数学之美，只要一个简洁的曲线参数方程，就能一笔画出妙趣横生的曲线图案，比如笛卡儿心形线、玫瑰曲线、蝴蝶曲线、外摆线等；还将带领读者触摸“数学皇冠上的明珠”，编程验证被称为世界近代三大数学难题之一的“哥德巴赫猜想”……

一言以蔽之，本书通过 100 个妙趣横生的编程案例，激发学生的求知欲望，引导学生向数学和算法领域前进。

本书不是零起点教材，适合受过 Scratch 入门教育的中小学生和编程爱好者使用。如果读者之前学过使用 Scratch 编写小游戏，已经掌握了 Scratch 软件的基本操作，那么本书将非常适合读者进一步提升编程能力。

好了，让我们一起开始妙趣横生的 Scratch 编程之旅吧！

谢声涛

2018 年 1 月

使用·说明



阅读本书的前提

本书是介绍数学和算法内容的 Scratch 2.0 进阶教材,读者应初步掌握 Scratch 软件的基本操作,特别是 Scratch 中最为基础的控制、运算和数据模块的使用。另外,本书部分章节需要具备三角函数、参数方程和递归等知识才能更好地阅读和理解。

Scratch 软件版本

本书中的程序是基于 Scratch 2.0 编写,所用版本为 v456.0.4。早于这个版本号的软件的简体中文语言界面存在一些翻译欠妥的问题,建议读者把 Scratch 更新到 v456.0.4 版本。

Windows 版本下载地址:

[https://scratch.mit.edu/scratchr2/static/sa/Scratch 456.0.4.exe](https://scratch.mit.edu/scratchr2/static/sa/Scratch%20456.0.4.exe)

Mac OS 版本下载地址:

[https://scratch.mit.edu/scratchr2/static/sa/Scratch 456.0.4.dmg](https://scratch.mit.edu/scratchr2/static/sa/Scratch%20456.0.4.dmg)

获取范例程序

本书所有范例程序均调试通过,并按照各章节归入不同目录存放,以供读者参考。

要获取这些范例程序文件,可以直接访问短网址: <http://dwz.cn/6rPLcs>,然后按照页面提示获取本书的范例程序;也可以扫描下方二维码直接获取。

读者也可以加入本书的官方 QQ 群 126170677 获取范例程序,并可与本书编著者及网友进行在线交流。



目 录



第 1 章 数字黑洞

1

1.1 西西弗斯黑洞	1
1.2 冰雹猜想	3
1.3 圣经数	5
1.4 卡普雷卡尔黑洞	6
1.5 数字黑洞 1 和 4	9

第 2 章 趣味自然数

11

2.1 水仙花数	11
2.2 完全数	13
2.3 亲密数	14
2.4 回文数	15
2.5 勾股数	16
2.6 四方定理	18
2.7 尼科彻斯定理	19

第 3 章 趣味素数

21

3.1 厄拉多塞筛法	21
3.2 哥德巴赫猜想	23
3.3 梅森素数	25
3.4 孪生素数	26
3.5 回文素数	27
3.6 可逆素数	28



第4章 最大公约数

29

4.1 辗转相除法	29
4.2 更相减损法	30
4.3 辗转相减法	32
4.4 Stein 算法	33

第5章 圆周率

35

5.1 割圆术之周长法	35
5.2 割圆术之面积法	37
5.3 莱布尼茨级数	39
5.4 尼拉坎特哈级数	40
5.5 BBP 公式	41
5.6 蒙特卡罗方法	43

第6章 曲线之美

45

6.1 笛卡儿心形曲线	45
6.2 桃心形曲线	47
6.3 玫瑰曲线	48
6.4 蝴蝶曲线	50
6.5 外摆线	52
6.6 自定义外摆线	54

第7章 神奇分形图

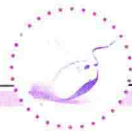
56

7.1 谢尔宾斯基三角形	56
7.2 谢尔宾斯基地毯	58
7.3 六角形雪花	60
7.4 二叉树	62
7.5 勾股树	64

第8章 古算趣题

68

8.1 浮屠增级	69
8.2 书生分卷	70
8.3 以碗知僧	71
8.4 牧童分杏	72



8.5	诵课倍增	73
8.6	李白沽酒	74
8.7	蜗牛爬树	75
8.8	百僧分馍	76
8.9	孔明统兵	78
8.10	千钱百鸡	79
8.11	酒有几瓶	80
8.12	日行几里	82
8.13	利滚利债	83
8.14	鸡鸭若干	84
8.15	客有几人	85
8.16	二果问价	86
8.17	隔沟算羊	87
8.18	红灯几盏	88

第9章 逻辑推理

90

9.1	肖像在哪里	90
9.2	认出五大洲	92
9.3	赛跑排名	93
9.4	如何分票	95
9.5	谁是杀手	96
9.6	谁是小偷	97
9.7	新郎和新娘	98
9.8	谁是雷锋	100
9.9	诚实族和说谎族	101
9.10	谁在说谎	103
9.11	黑与白	105
9.12	区分旅客国籍	106
9.13	她们在做什么	109

第10章 数学游戏

113

10.1	吉普赛读心术	113
10.2	算术板球游戏	115
10.3	骰子赛车	117
10.4	十点半	119
10.5	抢十八	121



10.6	常胜将军	123
10.7	汉诺塔	124
10.8	兰顿蚂蚁	125

第 11 章 竞赛趣题

128

11.1	雯雯摘苹果	129
11.2	国王发金币	130
11.3	三色球问题	131
11.4	小鱼有危险吗	132
11.5	狐狸找兔子	133
11.6	龟兔赛跑	134
11.7	守望者的逃离	135
11.8	找零钱	136
11.9	饮料换购	137
11.10	复制机器人	138
11.11	猴子选大王	139
11.12	微生物增殖	140
11.13	石头剪刀布	141
11.14	古堡算式	143
11.15	拦截导弹	145

第 12 章 玩扑克学算法

147

12.1	冒泡排序	147
12.2	选择排序	150
12.3	插入排序	152
12.4	希尔排序	154
12.5	快速排序	156
12.6	顺序查找	158
12.7	二分查找	159

参考文献

162



在浩瀚的宇宙中,存在着一种质量极其巨大而体积却十分微小的天体,它有着无比强大的引力,能够吞噬任何经过它附近的物质,连光也无法逃脱。在天文学中,把这种不可思议的天体叫作“黑洞”。

在数学中,也有着一种神秘而有趣的“数字黑洞”现象。所谓数字黑洞,就是无论如何设定初始数值,在某种黑洞规则下,经过反复迭代后,最终都会得到固定的一个数值,或者陷入一组数值的循环之中,就像宇宙中的黑洞吞噬它周围的任何物质一样。

数字黑洞是一种神秘而富有趣味的现象,它的发现具有一定的偶然性,它的计算过程非常简单,而它的证明却异常困难,有的至今仍然无法得到证明。这也恰恰是数学的魅力所在。数字黑洞是一种富有吸引力的数学文化,能够提高青少年学习数学的兴趣,对全面认识数学大有益处。

本章将带领读者探索神秘而有趣的数字黑洞,内容如下:

- ◇ 西西弗斯黑洞
- ◇ 冰雹猜想
- ◇ 圣经数
- ◇ 卡普雷卡尔黑洞
- ◇ 数字黑洞 1 和 4

1.1 西西弗斯黑洞



问题描述

西西弗斯黑洞是一种运算简单的数字黑洞,也被称为“123 数字黑洞”。简单地说,就是对任一数字串按某种规则重复进行,所得结果都是“123”,而一旦转变成“123”之后,再按规则无论进行多少次,每次转换的结果都会无休止地重复着“123”。这和一个希腊神话故事很相似。

传说科林斯国王西西弗斯因为触犯了众神而受到处罚,诸神命令他将一块巨石推上一座陡峭高山的山顶。但无论他怎么努力,每当这块巨石快要到达山顶时就又滚下山去,让他前功尽弃。于是他只得重新再推,永无休止。因此,人们借用这个故事,形象地将“123 数字黑洞”称为“西西弗斯黑洞”。



西西弗斯黑洞(123 数字黑洞)的规则如下：

任意取一个自然数,求出它所含偶数的个数、奇数的个数和这个数的位数,将这 3 个数按照“偶-奇-总”的顺序排列得到一个新数。对这个新数重复前面的做法,最终结果必然得到 123。

例如,1234567890,该自然数中包含 5 个偶数,5 个奇数,该数是 10 位数。

将统计出的这 3 个数按照“偶-奇-总”的顺序排列得到一个新数:5510。

接着将新数 5510 按以上规则重复进行,可得到新数:134。

又将新数 134 按以上规则重复进行,最终得到数字:123。



编程思路

根据 123 数字黑洞的规则,采用递归结构设计验证这个数字黑洞的程序。该程序由入口程序和“数字黑洞 123”模块组成。

(1) 入口程序:负责接收用户输入的任意一串数字,并将其放入数字黑洞中。

(2) “数字黑洞 123”模块:按照这个数字黑洞的规则对输入的一串数字进行变换运算,直到得到 123 为止。



程序清单

程序清单见图 1-1。



图 1-1 “西西弗斯黑洞”程序清单



单击绿旗运行程序,输入如下圆周率 π 值的前 100 位数字:

314159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640
6286208998628034825342117067

然后在“日志”列表中看到变化过程为: 5149100,347,123。由此可见,像 100 位 π 值这样长的数字掉入 123 数字黑洞中也不能摆脱被“吞噬”的命运。



输入一些任意长度的数字试一试,观察这个数字黑洞能否将它们“吞噬”。

1.2 冰雹猜想



问题描述

在 20 世纪 70 年代中期,出现了一种风靡于美国各所名牌大学校园的数学游戏,无论是学生还是教师、研究员和教授们都纷纷对它着了迷。这个游戏的规则非常简单:任意写出一个自然数 n ,如果是奇数,则把它变成 $3n+1$;如果是偶数,则把它变成 $n/2$ 。如此反复运算,最终必然得到 1,确切地说是落入“4-2-1”的循环之中。

这个有趣的数学游戏逐渐引起了全世界数学爱好者的兴趣,人们争先恐后地去研究它的规律,并试图证明它。人们发现运算过程中的数字起伏变化,忽大忽小,有时还很剧烈。这就像积雨云中的小雨点,会被猛烈上升的气流带上零度以下的高空,凝固成小冰珠。随着含水汽的上升气流增大,小冰珠逐渐变大,最终变成大冰雹从天而降,砸到地面上。因此人们形象地把这个数学游戏称为“冰雹猜想”。

世界各国研究“冰雹猜想”的人很多,并给它起了许多名字,如西拉古斯猜想、考拉兹猜想、角谷猜想、哈塞猜想、奇偶归一猜想、 $3x+1$ 问题……

然而,这个有趣而诱人的数字冰雹,一点点地把研究者的热情冷却,很多人选择了退出;而仍然坚持研究或者后来加入的人,至今也无法证明这个猜想。

今天借助于计算机编程技术,我们可以很方便地验证“冰雹猜想”。接下来,让我们编写程序,感受数字掉入“冰雹猜想”这个数字黑洞后的神奇变化吧。



编程思路

数字黑洞“冰雹猜想”的规则如下:

对任意一个自然数 n ,如果它是奇数,则对它乘 3 再加 1;如果它是偶数,则对它除以 2。如此反复运算,最终都能够得到 1。即

奇数: $n=3 \times n+1$

偶数: $n=n \div 2$

根据“冰雹猜想”数字黑洞的规则,采用递归结构设计验证这个数字黑洞的程序。该程序由入口程序和“冰雹猜想”模块组成。

- (1) 入口程序：接收用户输入的一个自然数，并将其放入数字黑洞中。
- (2) “冰雹猜想”模块：按照这个数字黑洞的规则进行变换运算，直到最后得到1为止。

程序清单

根据以上编程思路编写验证这个数字黑洞的程序，程序清单见图 1-2。



图 1-2 “冰雹猜想”程序清单

单击绿旗运行程序，输入一个自然数“27”，然后在“日志”列表中查看整个“冰雹”的变化过程：

27,82,41,124,62,31,94,47,142,71,214,107,322,161,484,242,121,364,182,91,274,137,412,206,103,310,155,466,233,700,350,175,526,263,790,395,1186,593,1780,890,445,1336,668,334,167,502,251,754,377,1132,566,283,850,425,1276,638,319,958,479,1438,719,2158,1079,3238,1619,4858,2429,7288,3644,1822,911,2734,1367,4102,2051,6154,3077,9232,4616,2308,1154,577,1732,866,433,1300,650,325,976,488,244,122,61,184,92,46,23,70,35,106,53,160,80,40,20,10,5,16,8,4,2,1。

小知识

自然数 27 是英国剑桥大学教授 John Conway 找到的一个自然数，它貌似普通，但起伏变化异常剧烈，经过 77 次变换后达到峰值，之后经过 34 次变换跌落地面变为 1。整个变换过程需要 111 步，其峰值为 9232，约为原有数字 27 的 342 倍，然而最终也无法逃脱这个数字黑洞。

试一试

任意输入一些自然数，看看它们在这个“冰雹猜想”的数字黑洞中是否像 27 这样变化剧烈。



1.3 圣经数

问题描述

“数字黑洞 153”又叫作“圣经数”，这个奇妙的数字黑洞是一个叫科恩(P. Kohn)的以色列人发现的。科恩是一位基督徒，有一次，他在读圣经《新约全书》的“约翰福音”第21章时，读到“耶稣对他们说：‘把刚才打的鱼拿几条来。’西门·彼得就去把网拉到岸上。那网网满了大鱼，共 153 条；鱼虽这样多，网却没有破”。

数感极好的科恩无意中发现 153 是 3 的倍数，并且它的各位数字的立方和仍然是 153。无比兴奋之余，他又用另外一些 3 的倍数来做同样的计算，最后的得数也都是 153。于是，科恩就把他发现的这个数 153 称为“圣经数”。

后来，英国《新科学家》周刊上负责常设专栏的一位学者奥皮亚奈对此做出了证明；《美国数学月刊》对有关问题也进行了深入的探讨。

圣经数(数字黑洞 153)的规则如下：

任意取一个是 3 的倍数的自然数。求出这个数各个数位上数字的立方和，得到一个新数；然后再求出这个新数各个数位上数字的立方和，又得到一个新数。如此重复运算下去，最后一定掉入数字黑洞 153 之中。

例如，69 是 3 的倍数，按照数字黑洞 153 的规则，它的变换过程如下：

$$6^3 + 9^3 = 945, 9^3 + 4^3 + 5^3 = 918, 9^3 + 1^3 + 8^3 = 1242, 1^3 + 2^3 + 4^3 + 2^3 = 81, 8^3 + 1^3 = 513, 5^3 + 1^3 + 3^3 = 153, \dots$$

编程思路

根据数字黑洞 153 的规则，使用递归结构设计验证这个数字黑洞的程序。该程序由入口程序和“数字黑洞 153”模块组成。

(1) 入口程序：接收用户输入的整数，如果该整数是 3 的倍数就将其放入数字黑洞中处理，否则就提示用户重新输入一个 3 的倍数。

(2) “数字黑洞 153”模块：按照数字黑洞 153 的规则对输入的整数进行变换运算，直至得到 153 为止。

程序清单

该程序清单见图 1-3。

单击绿旗运行程序，输入一个 3 的倍数“999”，然后在“日志”列表中查看这个数在数字黑洞中的变化过程：

999, 2187, 864, 792, 1080, 513, 153。



图 1-3 “数字黑洞 153”程序清单

试一试

输入其他 3 的倍数,看看数字黑洞 153 是否也会将它们吞噬。

1.4 卡普雷卡尔黑洞

问题描述

在人教版小学《数学(五年级上册)》中就介绍了“数字黑洞 6174”,它是印度数学家卡普雷卡尔于 1949 年发现的,又称为“卡普雷卡尔黑洞”。这个数字黑洞在运算过程中需要对各数位重新排列和求取差值,所以也被称为“重排求差黑洞”。

卡普雷卡尔黑洞(数字黑洞 6174)的规则如下:

取任意一个不完全相同的 4 位数,将组成该数的 4 个数字由大到小排列组成一个大的数,又由小到大排列组成一个小的数,再用大数减去小数得到一个差值,之后对差值重复前面的变换步骤,最终会掉入数字黑洞 6174 之中。

例如,整数 8848。对其各位数重排后得到大数 8884 和小数 4888,用大数减去小数得到差值为 3996。之后对整数 3996 按上述规则继续变换的过程为: $9963 - 3699 = 6264$, $6642 - 2466 = 4176$, $7641 - 1467 = 6174$ 。经过四次变换,整数 8848 就掉进数字黑洞 6174 之中。



编程思路

根据卡普雷卡尔黑洞的规则,设计验证这个数字黑洞的程序。该程序可分解为以下几个部分。

- (1) 入口程序,见图 1-4。用于接收用户输入的 4 位整数,并将该数放入数字黑洞。
- (2) 模块 1:“数字黑洞 6174”模块,见图 1-5。该模块用于按照数字黑洞 6174 的规则对输入的整数进行运算,直到最后得到 6174。
- (3) 模块 2:“分解数字”模块,见图 1-6。该模块用于将用户输入的 4 位整数的各位数字分解后存放到一个“数组”列表中。
- (4) 模块 3:“取大数”模块,见图 1-7。该模块用于取得重排后的最大数。
- (5) 模块 4:“取小数”模块,见图 1-8。该模块用于取得重排后的最小数。
- (6) 模块 5:“选择排序”模块,见图 1-9。该模块使用选择排序算法对“数组”列表中的数字按照从大到小的顺序排列。

程序清单

程序清单见图 1-4~图 1-9。



图 1-4 入口程序



图 1-5 “数字黑洞 6174”模块



图 1-6 “分解数字”模块



图 1-7 “取大数”模块