

目 录

第一章	机构的结构分析	1
第二章	机械中的摩擦和效率	12
第三章	平面连杆机构的分析和设计	24
第四章	凸轮机构的分析和设计	56
第五章	齿轮的啮合原理和几何设计	65
第六章	轮系及其设计	86
第七章	其它常用机构	96
第八章	回转构件的平衡	98
第九章	机械系统的运动和速度调节	101
附:	机械原理实验指示书	106

第一章 机构的结构分析

一、基本内容

机构的结构分析是机械原理课程的重要内容之一。它包括：一些名词和概念、机构的运动简图、运动链的自由度、机构的组成原理和高副低化。根据教学大纲的要求，本课程只讨论平面机构。

(一) 名词和概念

1. 机器和机构

机械原理是“机构和机器原理”的简称。而“机械”一词，则是机构和机器的总称。搞清“机构”和“机器”这两个名词的区别与联系，是从事机械工程专业工作的人员应该具备的常识。

机器的三个特征在教材中已有论述。现代机器有时还具有第四个特征，即具有自动调节和自动控制功能乃至人工智能功能，例如：数控机床、仿生机械和各种类型的机器人等。

机构只具有机器的前两个特征。从机构学的角度来看，“各个运动实体之间具有确定的相对运动”这一特征是最关键的。各个运动实体（构件）之间没有相对运动或者相对运动不确定者，均不能称之为机构。

2. 零件和构件

零件是加工制造的单元；而构件则是作为一个整体参与运动的单元。一个构件可以包括一个或若干个零件。

机械原理以构件作为研究对象，并将构件视为刚体（不计变形），且往往不考虑构件本身的材料、形状和大小。

3. 运动副

两个构件直接接触而形成的一种可动联接称为运动副。此定义包含有三层意思：

(1) 两个构件——所谓“副”是“成对”的意思，只有两个构件才能构成一个运动副。一个构件不能构成运动副；两个以上的构件则构成多个运动副（例如复合铰链）。

(2) 直接接触——两个构件只有直接接触才能成“副”。由于直接接触，使构件的某些独立运动受到限制，两构件之间的相对运动自由度便随之减少。对独立运动所加的限制称为约束。一旦脱离接触，约束即不复存在，则它们所构成的运动副亦自行消失。这一点对于高副尤为重要。

(3) 能产生一定形式的相对运动——直接接触的两构件之间要能产生一定形式的相对运动，形成可动的联接，才能叫做“运动副”。若两构件之间形成的是不能产生相对运动的“死”联接，则二者合成为一个构件，它们之间将不再存在运动副。这一点在处理含有局部自由度的运动链的自由度数计算时很重要。

搞清上述三层意思，有助于深刻理解运动副的定义。在计算运动链自由度数时可能出现

的错误中,有相当一部分与对上述三层意思理解不透有关。

在平面机构中,运动副分为高副和低副(转动副、移动副)两类。它们所约束掉的自由度的数目和内容是不同的。

4. 运动链

若干构件以运动副的方式联接而成的链状系统称为运动链。首尾相接构成一个封闭形的称为闭式运动链;首尾不相接的称为开式运动链(如机器人的机械臂)。本课程只讨论闭式运动链。

5. 机架、原动件和从动件

运动链中某一固定的(或相对固定的)构件称为机架。

运动链中作独立运动的构件称为原动件(或主动件)。在机构运动简图中,通常要用箭头标明原动件的运动方向。

运动链中除了机架和原动件以外的所有构件均称为从动件。

机架、原动件、从动件和运动副为组成一个机构的四大要素。

(二) 平面机构的运动简图

机构运动简图是一种用简单的线条和符号来表示的工程图形语言,它应能表明机构的种类、各构件相互传动的路线、运动副的种类和数目以及构件的数目等。通过阅读教材 §1-3 和做好<实验一>,学生应对绘制和阅读机构运动简图的基本方法有较全面的了解,并在以后各章的学习中逐渐熟练掌握这一工程语言。

在绘制和使用机构运动简图时,应注意以下几点:

(1) 熟记常用运动副的符号和表示方法。机构运动简图与机械工程图纸(装配图)不同,不要把机械制图的一些画法照搬到机构运动简图中来。

(2) 在机构运动简图中,主要标出各运动副的位置及与运动有关的尺寸。将构件上的转动副之间用直线连接,即表示该构件,一般不考虑构件本身的形状和大小。例如:一个定轴转动的构件,可以用图 I-1(a)或(b)来表示,必要时也可以将它向所需要的地方扩大,如图 I-1(c)所示(参看教材中图 3-8、3-9)。这三种表示方法本质上是一样的,构件 1 上任何一点的运动规律均遵循刚体绕定轴转动的规律。搞清这一点,对于学习第三章中“运动分析”这部分内容是有帮助的。

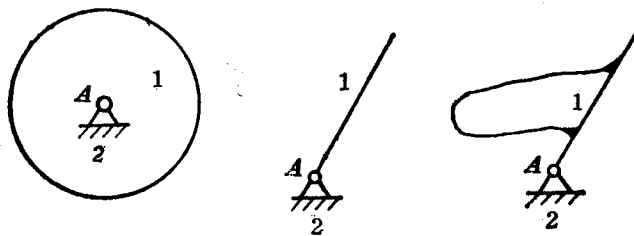


图 I-1

(3) 比例尺

在机构运动简图中,以及在后面的章节中用图解法对机构进行力分析和运动分析时,正确地选取和应用比例尺是非常重要的。本课程中所用的比例尺与机械制图中的“比例”不尽相同,初学者容易搞混,需要特别注意。

要在图上用一定长度的线段来代表一个实际的物理量(长度、速度、加速度和力), 则此线段的长度(图示长度)与实际物理量之间存在下述关系:

$$\mu = \frac{\text{实际物理量}}{\text{图示长度}}$$

我们用符号 μ_l 、 μ_v 、 μ_a 和 μ_F 来分别表示长度、速度、加速度和力的比例尺, 其单位分别为 $\frac{\text{m}}{\text{mm}}$ 、 $\frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$ 、 $\frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$ 和 $\frac{\text{N}}{\text{mm}}$ 。图上一定长度的线段只是实际物理量的代表线段, 二者之间并不相等。因此, 当将一个实际物理量变成它的代表线段画到图上去时, 必须除以相应的比例尺, 即

$$\text{图示长度} = \frac{\text{实际物理量}}{\mu}$$

而根据图示长度求出它所代表的实际物理量时, 必须乘以相应的比例尺, 即

$$\text{实际物理量} = \text{图示长度} \times \mu$$

初学者必须熟练掌握上述比例尺的应用, 以免在以后章节的学习中出现不应有的错误。

(三) 平面机构的自由度

机构是具有确定的相对运动的运动链。并非任何一个运动链都能具有确定的相对运动, 因而我们不能简单地把一个运动链称为机构。

一个运动链具有确定的相对运动的条件是:

$$\text{原动件的数目} = \text{运动链的自由度数 } F$$

在满足上述条件的同时, 还应有一个机架, 才能把运动链称为机构。

为了判定一个运动链能否成为机构, 首先要计算出它的自由度数, 并看它是否与原动件数目相等。一个运动链中的原动件数目往往是已知的, 而其自由度数 F 则按下列公式计算:

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

此公式有一定的适用范围:

- 1) 只适用于平面运动链;
- 2) 不适用于全部由移动副组成的运动链*;
- 3) 不适用于带传动和链传动等含有挠性件的运动链。

正确地运用上述公式计算出一个运动链的自由度数 F , 是本章的重点内容, 必须熟练掌握。当运动链中含有复合铰链、局部自由度和虚约束时, 如何准确地识别它们并予以适当处理, 则又是自由度数计算中的难点。

(1) 复合铰链

每两个构件构成一个运动副。当两个以上的构件在机构运动简图上集于一点构成转动副时, 则会组成一个以上的转动副。如图 I-2 中的 m 个构件在 A 点组成转动副, 可以认为是以一个构件(如构件 1)为基础, 其余构件分别与它组成转动副, 故 m 个构件在 A 点组成 $(m-1)$ 个转动副。

* 对于只含有移动副的平面运动链, 可用公式 $F = 2n - P_L$ 来计算其自由度数。

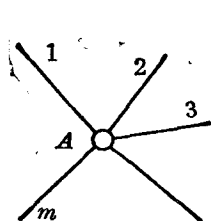
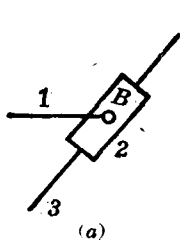
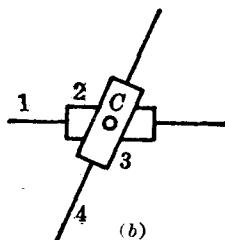


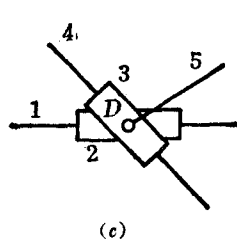
图 I-2



(a)



(b)



(c)

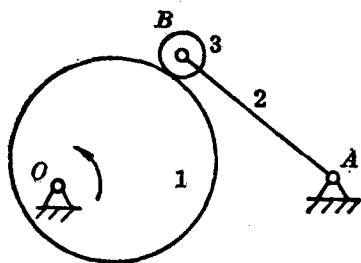
图 I-3

所谓复合铰链，显然是指“重合在一起的多个转动副”而言，它与移动副无关。例如：图 I-3(a)中的 B 处为构件 1 和 2 构成一个转动副，而构件 2 和 3 构成移动副，不能称为复合铰链；图 I-3(b)中的 C 处为一个转动副和两个移动副，也不能视为复合铰链。图 I-3(c)中的 D 处是复合铰链，它是由构件 2、3 和 5 构成的二个转动副，而构件 1 和 2、3 和 4 所构成的移动副应单独计算，与复合铰链无关。

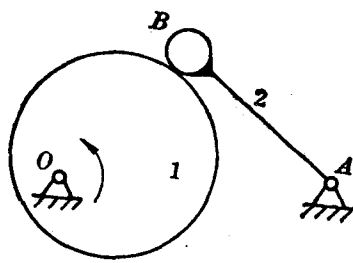
(2) 局部自由度

运动链中某一构件的自由运动不影响其它构件的运动，则该构件的运动自由度称为局部自由度。常见于凸轮机构的滚子从动件及类似的将滑动摩擦变为滚动摩擦的情况中。如图 I-4(a)中的构件 2 和 3 在 B 处构成一个转动副，滚子 3 绕 B 点的转动即为一个局部自由度。在计算整个运动链的自由度数之前，应先将其中含有的局部自由度除去。其处理方法是把滚子 3 和从动件 2 固结成一个刚体，这时二者合成为一个构件；它们之间原来在 B 处所构成的转动副即自行消失。于是，机构运动简图变成图 I-4(b) 所示的样子，其中： $n=2, P_L=2, P_H=1$ ，则

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 2-2\times 2-1=1$$



(a)



(b)

图 I-4

(3) 虚约束

在运动链中不产生实际约束效果的重复约束称为虚约束。由于虚约束在实际机构中应用较为广泛，其具体的表现形式各不相同，因而与复合铰链和局部自由度相比，虚约束的鉴别要复杂一些。特别是初学者往往对于实际机构缺乏感性认识，对机构运动简图尚不太熟悉，因而会感到困难一些。在教材中，对于在平面机构中使用虚约束的几种情况已有较详细的论述，我们在这里把它们归纳在表 I-1 中，以便于读者学习。此外，读者还应在实际生产和生活中注意观察和分析一些使用虚约束的实例，这对于牢固地掌握这部分内容是很有帮助的。

存在虚约束的运动链，必须满足一定的几何条件；而当必要的几何条件不能满足时，虚约束将变成实际约束。这一点也可以作为鉴别运动链中是否存在虚约束的一个依据。

在从运动链中鉴别出虚约束之后，应先将构成虚约束的构件及与该构件有关的运动副撤

表 I-1 虚约束的几种情况

具 体 情 况	虚约束的几何条件	计算自由度时的处理	附 注
两构件之间形成多个转动副, 如图1-20(d)	各转动副必须共轴线	两个构件之间只按形成一个运动副计算	
两构件之间形成多个移动副, 如图1-20(b)	各移动副的导引方向必须平行		
定径凸轮或定宽凸轮等两构件之间形成两个高副(图1-21)	要求凸轮轮廓两侧的径向尺寸或两侧宽度为定值		
构件上某一动点描出圆弧轨迹, 即该动点对某一固定点的距离保持不变, 如图1-22(a)中的E点对F点	可用一个附加杆件把该动点与固定点铰接起来, 亦即该杆件的长度必须等于圆弧的半径	撤去附加构件及其运动副	最常见于平行四边形机构中
构件上某一动点描出直线轨迹 (相当于该动点对无穷远点的距离保持不变, 如例1-2的图1-27所示)	可用一个在固定直线导路上移动的附加滑块把该动点铰接起来, 其几何条件是导路的导引方向必须与该动点的直线轨迹相平行		
机构中两构件上某两动点间的距离始终保持不变(图1-24, 图1-25)	为使该两动点间的距离始终保持不变, 除了要求该两动点要有相同的轨迹外, 还要求它们的运动规律也相同, 这时可用一个附加杆件把这两动点铰接起来	撤去附加杆件及其转动副	常见于平行四边形机构和两个全等机构中
机构中两构件上某两动点始终保持重合[图1-26(a)所示]	为使该两动点始终保持重合, 除了要求它们具有相同的运动轨迹之外, 还要求它们的运动规律也相同, 这时可用一个转动副把它们铰接起来	撤去附加的转动副; 或撤去整个附加的运动链[指图1-26(a)所示齿轮5和它的三个运动副]	常见于多个行星齿轮的周转轮系中

除, 然后再计算自由度 F 。例如: 图 I-5(a) 所示的机构中, 由于满足 $EF \parallel AB \parallel CD$ 的几何条件, BC 杆上各点的轨迹均为半径相等的圆弧, 因而存在虚约束。这时既可以认为杆 EF 及转动副 E, F 为虚约束, 也可以认为杆 CD 及转动副 C, D 为虚约束, 如图 I-5(b) 或 (c) 所示, 其自由度均为

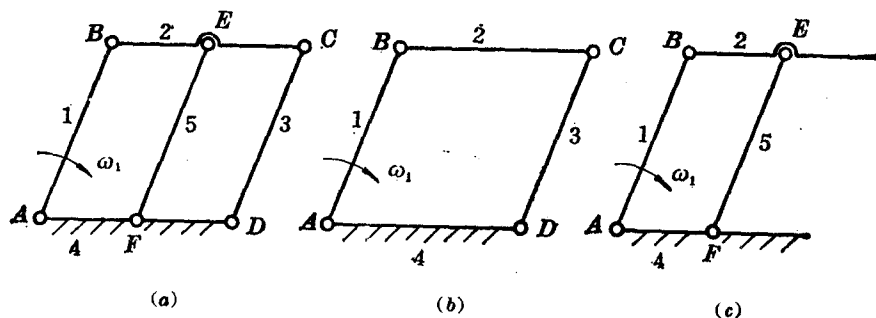


图 I-5

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

由于杆 AB 为原动件, 不能将它视为虚约束。又如: 图 I-6(a) 所示的椭圆仪机构中存在虚约束(其证明见教材中的例 1-2), 在计算自由度时, 既可以认为滑块 3 及 C 处的转动副和移动副为虚约束[图 I-6(b)], 也可以认为滑块 4 及 D 处的转动副和移动副为虚约束[图 I-6(c)]。其自由度均为

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$$

由于杆 1 为原动件, 故不能视之为虚约束。

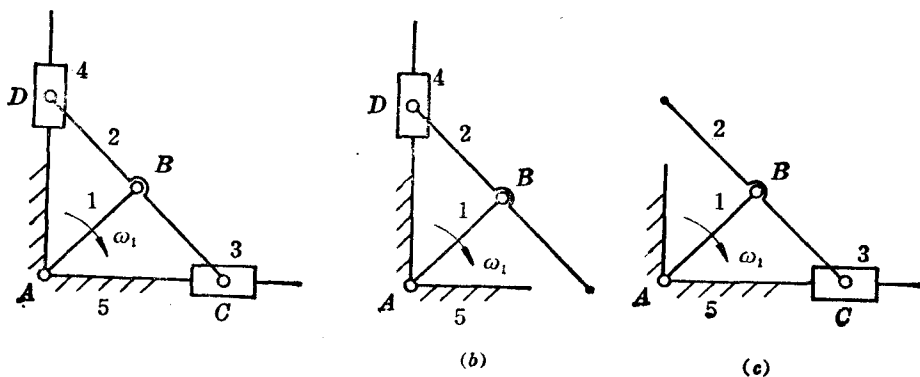


图 I-6

(四) 平面机构的组成原理

任何一个平面机构, 都可以看作是在基本机构上依次添加若干个杆组而组成的。即

$$\text{平面机构} = \text{基本机构} + \text{杆组}$$

这就是平面机构的组成原理。

1. 基本机构

由机架(固定件)和一个原动件所组成的最简单的机构称为基本机构。一个基本机构的自由度数为 $F = 1$ 。它有如图 I-7 所示的两种形式。

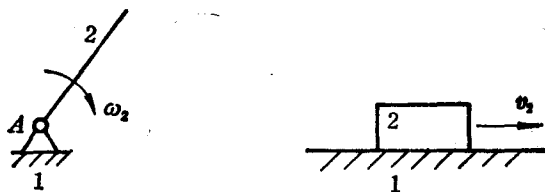


图 I-7

显然, 一个平面机构中的基本机构的数目等于原动件的数目, 也等于该机构的自由度。

2. 杆组

自由度数为零的不可再分解的运动链称为杆组。这里, 我们所讨论的是只含有低副的运动链, 当运动链中含有高副时, 应先将高副低化。于是, 杆组的条件是:

$$F = 3n - 2P_L = 0$$

由两个构件和三个低副($n = 2, P_L = 3$)所组成的杆组称为 II 级组, 这是最简单的杆组, 它有五种型式(见教材图 I-29)。II 级组内两个构件之间形成的一个运动副称为内端副; 另外两

个与杆组外其它构件形成的运动副称为外端副。II级组是最常见的杆组,应该熟练掌握,这是本课程的基本要求之一。

$n=4, P_L=6$ 的杆组可能是 III 级组或 IV 级组。我们只要求对 III 级组有一般了解(能够识别),IV 级以上杆组不要求。

3. 多构件机构的组成分析

多构件机构的位置确定、轨迹描绘、运动分析以及受力分析等问题均比较复杂且各有特点,其难易程度并不取决于组成该机构的构件数量,而取决于该机构的级数。

机构的级数取决于组成该机构的杆组的级数,且以其中级数最高的杆组的级数作为该机构的级数。

对一个平面机构进行分析,确定其中所含杆组的数目和级别,从而确定它是几级机构,这对于研究多构件机构(尤其是级数较高的机构)是非常重要的。由于 III 级以上的机构比较复杂,超出了教学大纲的范围,所以我们只要求掌握 II 级机构(包括多构件的 II 级机构)的分析方法。

由于一个多构件机构是在基本机构的基础上依次添加上若干杆组所组成的,因此,为确定该机构的级数,就要反过来逐个拆除各个杆组,并根据所拆出的杆组的最高级数来确定该机构的级数。

拆除杆组的原则是:每拆除一个杆组之后,剩下的构件和运动副仍应组成完整的机构。拆除杆组的方法是:从离原动件最远的构件开始(注意:这里所说的构件离原动件的远近,是就运动传递的角度而言的,而不是指其实际的距离。),先试拆 II 级组,如果拆除不了(即拆除后余下的部分不能组成完整的机构),再试拆 III 级组或 IV 级组。同一个机构,当其原动件更换后,拆除杆组的顺序自然会改变,拆出的杆组的级数也有可能改变,因而该机构的级数可能会随之改变(见教材图 1-33 和图 1-34)。

4. 高副低化

在分析机构的组成和进行运动分析时,需要将机构中含有的高副转换成低副,即所谓高副低化。高副低化只是为了分析问题方便而采用的一种研究方法,在应用这一方法时要注意以下三点:

- (1) 它只适用于分析机构的组成(拆杆组)和对机构进行运动分析时;
- (2) 在对机构进行力分析时,不能将高副低化;
- (3) 一般来说,它只是一种瞬时替代。将高副低化以后的机构,只能在所研究的那一瞬时替代原来的高副机构;在另一瞬时,由于高副接触点处的曲率半径可能有变化,因而与之对应的低副机构也将随之发生变化。亦即同一个高副机构,一般来说,在不同的瞬时应以不同尺寸的低副机构来替代它。

高副低化的基本方法是将高副替换成一个 $F=1$ 的运动链,其最简单的结构是: $n=1,$

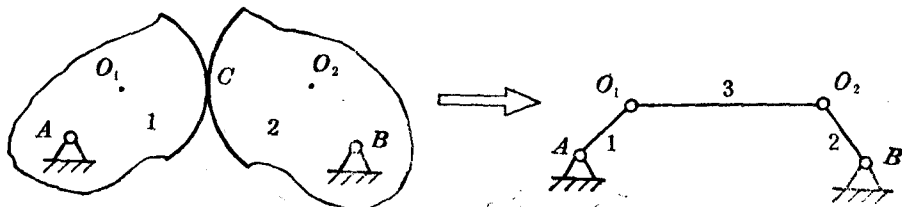


图 1-8

$P_L=2$ 。具体方法是先分别找出构成高副的两个构件在高副接触点 C 处的曲率中心 O_1 和 O_2 ，在 O_1 和 O_2 处各画一个转动副(铰链)，再用一个附加构件 3 将这两个转动副连接起来，如图 I-8 所示。

本课程中，需要将高副加以低化的有凸轮机构和齿轮机构两种，其中以凸轮机构中用得较多。顺便说明一下，平底从动件凸轮机构中的高副可以用两种形式的低副予以替代，但其本质是一样的，如图 I-9 所示。

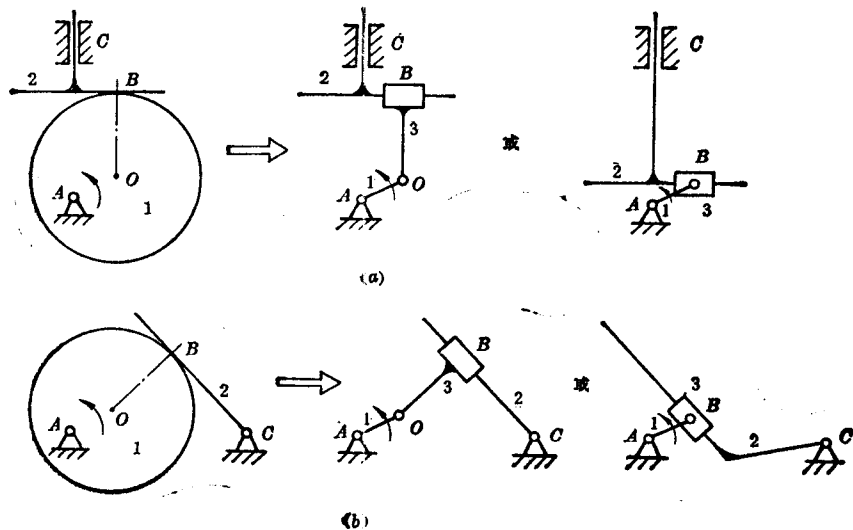


图 I-9

二、复习思考题

- (1) 何谓“机器”和“机构”、“零件”和“构件”？试分别举例说明之。
- (2) 运动副的定义是什么？
- (3) 何谓“高副”和“低副”？转动副、移动副和高副各约束掉哪几个自由度？
- (4) 何谓“运动链”？它与“机构”有何区别？一个运动链若能成为机构应满足什么条件？
- (5) 当运动链中的原动件数目小于或大于其自由度数时，各将产生什么结果？
- (6) 如何计算平面机构的自由度数？计算自由度数时应注意哪些问题？
- (7) 熟练掌握绘制和阅读平面机构运动简图的方法及其比例尺的应用。
- (8) 何谓“基本机构”？何谓“杆组”？
- (9) II 级杆组是由几个构件和运动副组成的？它有哪几种型式？
- (10) 怎样对一个机构进行结构分析并确定它是几级机构？拆除杆组的原则和方法是什么？
- (11) 将平面机构中的高副替换成低副时应注意哪些问题？其具体方法是怎样的？
- (12) 在图 I-10 所示的八杆机构中，当分别取构件 2、4 或 8 为原动件时，各为几级机构？
- (13) 在图 I-11 所示的六杆机构中，当分别取构件 2、5 或 6 为原动件时，各为几级机构？

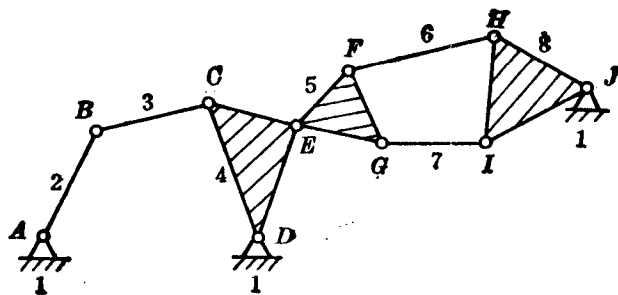


图 I-10

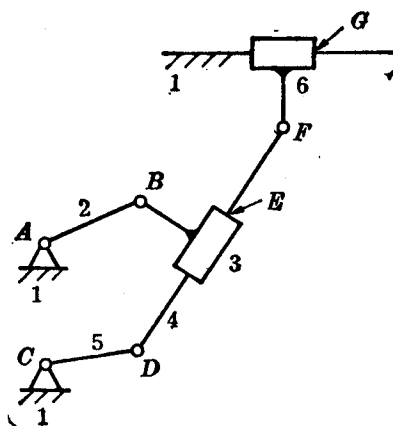
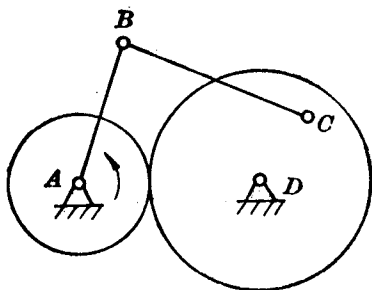


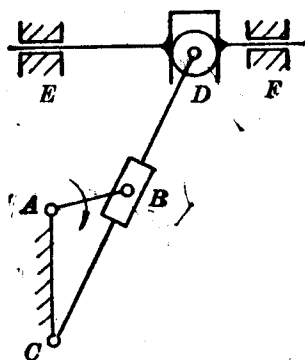
图 I-11

三、典型例题

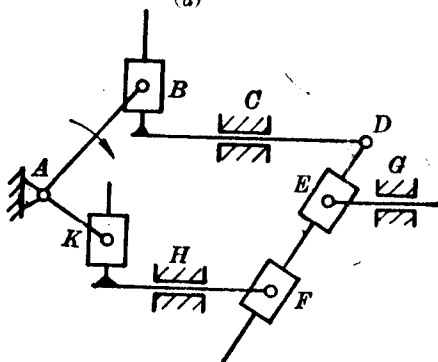
例 I-1 试计算图示各平面运动链的自由度数，并判定它们能否成为机构（标有箭头的构件为原动件）。



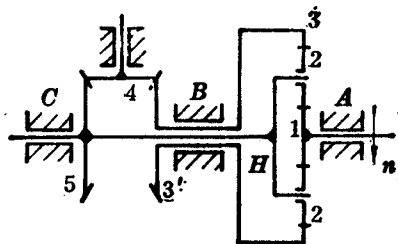
(a)



(b)



(c)



(d)

例 I-1

解 (a) A处为复合铰链(注意: 轮1与机架构成的转动副易被忽略)。

$$n=4, P_L=5, P_H=1$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

此运动链有一个原动件, 故能成为机构。

(b) D 处滚子为局部自由度; E (或 F)处为虚约束; D 处有一个高副为虚约束(注意: 此点易被忽略)。

$$n = 4, P_L = 5, P_H = 1$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

此运动链有一个原动件, 故能成为机构。

(c) A 处为复合铰链。

$$n = 10, P_L = 14$$

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 10 - 2 \times 14 = 2$$

此运动链有二个自由度, 但只有一个原动件, 运动链的运动不能确定, 故不能成为机构。欲使之成为机构, 需再增加一个原动件(如杆 AK)。

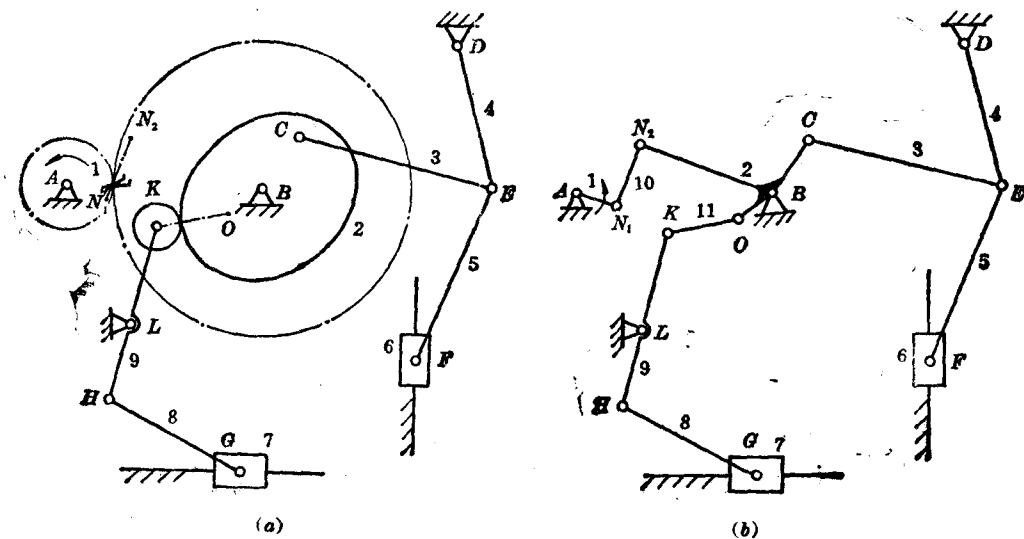
(d) 此轮系有两个行星轮 2 , 其中有一个为“对运动不起作用的对称部分”, 则此行星轮及与其有关的一个转动副和两个高副为虚约束。另外, 轮 5 (系杆 H)与机架在 B 和 C 处均构成转动副, 可将 B 处的转动副视为虚约束; 也可将 C 处的转动副视为虚约束, 则 B 处为复合铰链。

$$n = 5, P_L = 5, P_H = 4$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 5 - 2 \times 5 - 4 = 1$$

此轮系有一个原动件, 故能成为机构。

例 I-2 试将图(a)所示机构中的高副低化, 并分别计算高副低化前后的机构自由度数。



例 I-2

解 此机构中小齿轮 1 为原动件, 大齿轮与凸轮固结为一个刚体, 应视为一个构件 2 (因而不能将 B 处误视为复合铰链!)。 K 处滚子为局部自由度。 E 处为复合铰链。

$$n = 9, P_L = 12, P_H = 2$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 9 - 2 \times 12 - 2 = 1$$

此机构中含有齿轮和凸轮两个高副, 将高副低化以后的机构运动简图如图(b)所示。低化

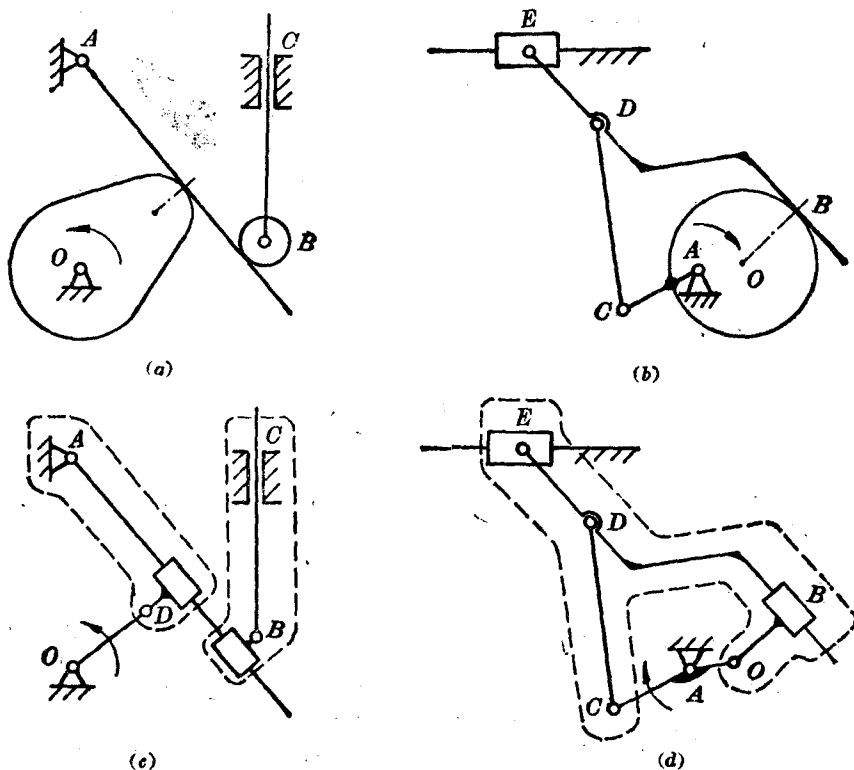
以后增加了两个附加构件(10 和 11)。值得注意的是, 构件 10、11 和 3 均分别与构件 2 构成转动副(N_2 , O 和 C), 因而 BN_2 、 BO 和 BC 为同一个构件, 不能将它们视为三个构件。 E 处仍为复合铰链。

$$n = 11, P_L = 16$$

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 11 - 2 \times 16 = 1$$

可见, 将高副低化前后, 机构的自由度不变。

例 I-3 计算图(a)、(b)所示机构的自由度, 并确定该机构的级别。



例 I-3

解 (1) 图(a)所示的机构中, B 处滚子为局部自由度。

$$n = 3, P_L = 3, P_H = 2$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$

欲确定此机构的级别, 需先将所含的高副低化, 如图(c)所示。因杆 OD 为原动件, 故先从距杆 OD 最远的 C 点开始试拆杆组。结果, 可以拆出两个 II 级组, 最后剩下一个基本机构。故此机构为 II 级机构。

(2) 图(b)所示的机构中:

$$n = 4, P_L = 5, P_H = 1$$

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

将机构中的高副低化以后, 从 E 点开始试拆杆组, 因无法拆出 II 级组, 只能拆出一个 III 级组, 剩下一个基本机构, 如图(d)所示。故此机构为 III 级机构。

第二章 机械中的摩擦和效率

一、基本内容

本章主要讨论了计及摩擦时机机构的受力分析及其效率的计算方法,以及机构的自锁问题。从机构学的角度来看,摩擦只存在于机构的各个运动副之中。因此,本章以运动副为研究对象,分别讨论了移动副(平面、斜面、楔形面)、螺旋副、转动副以及高副中存在摩擦时的受力分析方法及机构自锁条件的判定。

在《理论力学》中讨论“考虑摩擦时的力分析”时,通常是将正反力 N 和摩擦力 F 作为两个力来考虑,建立力平衡方程式求解。这一方法在《机械原理》中虽然也时有应用(如教材中的图2-6和例2-1),但更常用的方法是将正反力和摩擦力合成为一个力——全反力 R ,并应用力多边形法来求解。这是一种工程上常用的较为简便的方法。初学者对于这种分析方法上的改变往往不能尽快适应,是造成失误的一个重要原因。

(一) 基本概念

1. 摩擦力

在没有润滑的情况下,构成运动副的两构件,在接触面上所产生的最大干摩擦力的大小按库仑定律计算,即

$$F = fN$$

而摩擦力的方向总是向着阻碍相对运动(或相对运动趋势)的方向。因而,摩擦系数、正反力和相对运动(或相对运动趋势)是决定摩擦力大小和方向的三个要素。由于机构中的构件比较多,因此在谈到摩擦力时,一定要标明是哪个构件对哪个构件的摩擦力,例如: F_{12} 表示构件1对构件2的摩擦力,它作用在构件2上。除了特别指明者外,本课程中的摩擦力均指达到最大值(fN)时的摩擦力。

2. 摩擦角和摩擦圆

这是为了分析问题方便而引入的两个重要概念。在移动副中,摩擦角的大小为 $\varphi = \operatorname{tg}^{-1} f$;在转动副中,摩擦圆的半径为 $\rho \approx rf$;在某些高副中,若两构件在接触点作相对移动,亦按移动副处理,即存在一个摩擦角 φ 。 φ 和 ρ 的数值都不大,如:当 $f = 0.15$ 时, $\varphi \approx 8.5^\circ$,而 ρ 仅为轴颈半径的15%。定性地了解这一点,可减少力分析中可能出现的一些失误。

3. 全反力

正反力 N 与摩擦力 F 的合力称为全反力 R ,即

$$R = N + F$$

谈到全反力时,也一定要标明是哪个构件对哪个构件的全反力,例如: R_{12} 表示构件1对构件2的全反力(显然,其中已包括了正反力和摩擦力)。

在移动副中,只要发生相对移动, R 与 N 之间的夹角就达到 φ 值, R 相对于 N (法线方

向)的偏转方向取决于两构件的相对运动方向。构件2对构件1的全反力 R_{21} 的方向,与构件1对构件2的相对速度 v_{12} 的方向之间的夹角,总为 $(90^\circ + \varphi)$ 。

在转动副中,只要发生相对转动,全反力就总是切于摩擦圆,它对铰链中心所形成的力矩即为摩擦阻力矩,其方向与相对角速度的方向相反,总是阻碍两构件之间的相对转动。例如:全反力 R_{21} 切于摩擦圆后,对铰链中心所形成的力矩($M_f = R_{21}\rho$)的方向,总应与相对角速度 ω_{12} 的方向相反。

准确地判定两构件之间的相对运动方向(v_{yx} 或 ω_{yx}),并据此正确地画出全反力 R_{xy} 的实际作用线,是解题的关键所在,也是本章的一个重点和难点内容。

4. 机械效率

输入功率的有效利用率称为机械效率。其表达式为

$$\eta = 1 - \frac{N_f}{N_p}$$

若计及摩擦时的主动力(或主动力矩)和工作阻力(或工作阻力矩)分别为 P (或 M_p)和 Q (或 M_q);不计摩擦时(理想机械)的主动力(或主动力矩)和工作阻力(或工作阻力矩)分别为 P_0 (或 M_{p_0})和 Q_0 (或 M_{q_0}),则机械效率也可由下述公式计算:

$$\eta = \frac{P_0}{P} = \frac{M_{p_0}}{M_p}$$

或

$$\eta = \frac{Q}{Q_0} = \frac{M_q}{M_{q_0}}$$

根据不同的已知量,选用其中某一个公式计算效率是比较方便的。在使用这些公式时,必须注意它们的物理意义以及效率总是小于1这一客观规律。

5. 自锁

若机构中的主动力 P 无论增加到多么大(甚至无穷大)都不会使构件产生运动,这种现象称为自锁。自锁现象的实质,是由于在一定条件下,主动力 P 在运动方向上的有效分力不足以克服 P 力在法线方向上的分力(正压力)所产生的最大摩擦力,因而不能使机构运动,更不能克服工作阻力 Q (即使很小的 Q 力)作功。

机构在主动力 P 的作用下是否自锁,只取决于一定的几何条件(即自锁条件),而与其它条件无关。移动副的自锁条件是,主动力 P 的作用线在摩擦角之内($\beta < \varphi$);转动副的自锁条件是,主动力 P 的作用线穿过摩擦圆($e < \rho$)。

一个构件在外力作用下不能运动,并不一定就是自锁。不能运动的原因,可能是由于主动力不够大,也可能是由于其它因素而使运动受阻,这时只需适当加大主动力或排除阻碍运动的因素,就能使构件运动,因而不能称之为自锁。一个自锁机构只是对满足自锁条件的主动动力在一定的运动方向上自锁,而对于其它外力,或在其它运动方向(例如反方向)上则不一定自锁。所以,我们在谈到自锁时,一定要指明机构是对哪个力、在哪个方向上自锁。

6. 当量摩擦系数和当量摩擦角

对于楔形面摩擦的问题,为了计算方便,引入了当量摩擦系数 f_v 和当量摩擦角 φ_v 的概念。当楔形面的楔形角为 2θ 时(见教材图2-11), $f_v = \frac{f}{\sin \theta}$,与之相对应的当量摩擦角 $\varphi_v = \text{tg}^{-1} f_v$ 。由于 $\theta < 90^\circ$,故有: $f_v > f$, $\varphi_v > \varphi$ 。引入这个概念后,我们就可以把楔形面的摩擦问题当作平面摩擦问题来处理(只需将 f 换成 f_v ,将 φ 换成 φ_v),从而使计算过程简化。

应该注意的是, $f_v = \frac{f}{\sin \theta}$ 这个数学关系是在楔形角为 2θ 的情况下推导出来的, 当楔形角

为其它值时, 不能一概套用, 而应将 θ 角用相应的值加以代换。当量摩擦系数的概念也适用于其它形状的接触表面, 但 f_v 与 f 之间的数学关系将需另行推导(如教材中的题 2-3)。

(二) 重点内容

1. 一般解题方法

平面机构考虑摩擦时的受力分析问题, 属于《理论力学》静力学中平面汇交力系的范畴, 其解题方法与《理论力学》中的方法本质上是一致的, 分为几何法(力多边形法)和解析法两类。在《机械原理》中, 根据不同类型的题目和解题要求, 其解题方法一般可分为三种:

(1) 在按比例画出的机构简图上准确地画出各个外力, 特别是全反力的偏转角度或切于摩擦圆的位置(摩擦圆的大小亦应严格按比例画出), 然后按照选定的力比例尺 μ_P , 从已知力开始画出各构件的力多边形, 用图解法直接求出待求力。这种方法简单明快, 除了折算力比例尺外, 不需进行计算, 能迅速求出结果。但限于作图的准确程度, 精度不高、误差较大; 而且没有(也不需要)建立主动力和工作阻力之间的数学关系式, 故不宜用来判定自锁条件。

(2) 在机构简图上画出各个外力和全反力, 并根据受力图画出力多边形(不一定按比例), 然后准确地求出各力之间的夹角, 利用平面三角的公式(如正弦定理等)按每个构件分别建立相应的主动力和工作阻力之间的数学关系式, 最后代入已知数据求解。这种方法能得出足够精确的结果, 且可利用所建立的数学关系式进行分析讨论、判定自锁条件和计算机械效率; 但有一定的计算工作量, 在求各力之间的夹角时可能会遇到一定困难, 且容易出错(应注意反复校核)。

(3) 在机构简图上画出各个外力、正反力和摩擦力(或全反力), 根据受力图建立各个构件的力(或力矩)平衡方程式, 然后联立求解。这是一种通用的解析解法, 可用于各类题目, 但解题过程比较复杂。当要求得出精确结果, 而各力之间的夹角又难以确定, 不能应用第(2)种方法时, 可选用此法求解。

本课程中, 要求学生熟练掌握第(1)、(2)两种解法; 第(3)种方法在学习《理论力学》时应已掌握, 故不作为本课程的重点要求。

2. 斜面移动副和螺旋副的摩擦

斜面移动副摩擦问题的分析方法是本章的重点内容之一, 它是讨论多滑块机构(斜块机构)和螺旋副摩擦问题的基础。

在图 II-1 所示的斜面移动副中, 若将滑块 1 沿斜面等速上升视为正行程[图(a)], 则滑块 1 沿斜面等速下降即为反行程[图(b)]。当接触面间的摩擦角为 φ 时, 其主动力和工作阻力之间的关系式为:

$$\text{正行程} \quad P = Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

$$\text{反行程} \quad P' = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$$

上述关系式的推导过程在教材中已有详述, 必须熟练掌握。这里我们将在分析这类问题时应注意的几个问题归纳如下:

(1) 正、反行程中主动力和工作阻力的关系式, 虽然结构相似, 但是本质不同。在正行程中, P 为主动力、 Q 为工作阻力; 在反行程中, Q 为主动力、 P' 为工作阻力。它们分别属于两个

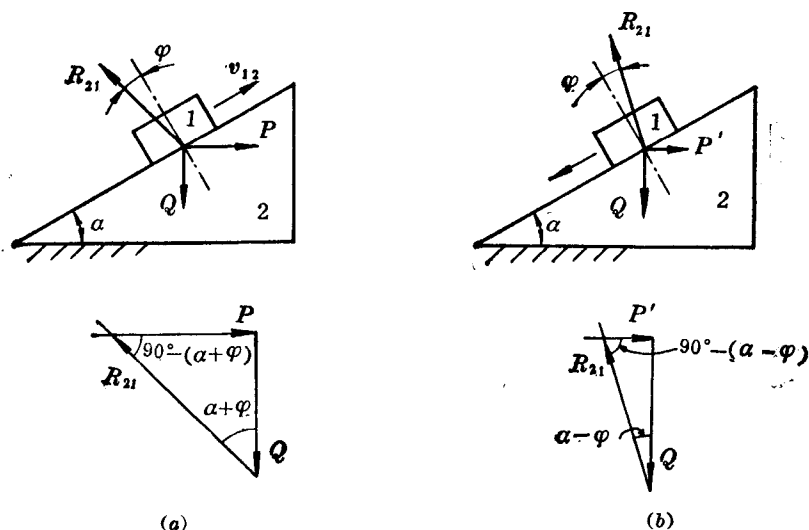


图 II-1

不同的平衡力系,切勿因所用符号相同或相似而搞混淆。

(2) 上述关系式是在图 II-1 所示的受力情况下推导出来的,不能随意“推广”。例如当 P (或 P') 力不是水平方向时,其关系式将完全不同(请与教材图 2-8 的关系式对照)。

(3) 求力三角形各力之间的夹角时,容易发生错误,应该反复校核,并检查分别独立求出的三个角之和是否为 180° 。至于判定两个力之间夹角的方法则不必拘泥一格,读者可根据自己的习惯,选取较方便的方法。

(4) 将正、反行程的受力图加以比较,可以看出二者的全反力 R_{21} 相对于法线的偏转角度大小相同(均为 φ),但方向不同(因相对速度方向相反)。假如我们把全反力与法线的夹角看作一个代数量,并令正行程时全反力的偏转角度为 $(+\varphi)$,反行程时全反力的偏转角度为 $(-\varphi)$ 。则只需将正行程时主动力与工作阻力之间的关系式中所有的角度 φ 均改为 $(-\varphi)$,即可得到反行程时工作阻力与主动力之间的关系式,从而使反行程时的受力分析过程大为简化。这种方法可以广泛应用在斜面移动副中,但应注意这样得出的正、反行程时力的关系式中,主动力和工作阻力在等号两边的位置是不同的。

螺旋副虽属于空间运动副,但通常是把它展成平面来加以研究,它与斜面移动副是等价

表 II-1 螺旋副摩擦的公式

螺纹牙型	矩 形	三 角 形	备 注
拧紧力矩	$M = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$	$M = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi_v)$	M 为主动力矩
最小防松力矩	$M' = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\alpha - \varphi)$	$M' = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\alpha - \varphi_v)$	M' 为工作阻力矩
自锁螺旋的拧松力矩	$M'' = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\varphi - \alpha)$	$M'' = Q \frac{d}{2} \operatorname{tg}(\varphi_v - \alpha)$	M'' 为主动力矩
自锁条件	$\alpha < \varphi$	$\alpha < \varphi_v$	

注:表中 α 为螺旋升角, d 为螺旋的平均直径。

的。矩形螺旋相当于平表面的斜面移动副；三角形螺旋相当于楔形表面的斜面移动副，当螺旋顶角为 2β 时，其当量摩擦系数 $f_v = \frac{f}{\cos \beta}$ 。因而，螺旋副的摩擦问题可以套用斜面移动副摩擦的有关公式。由于螺旋副应用非常广泛，且这部分内容是《机械零件》中“螺纹联接”一章的基础，所以我们把有关公式列于表 II-1 以备参考。

3. 转动副(轴颈)的摩擦

利用摩擦圆来分析转动副(轴颈)的摩擦问题时，首先应判别构件的相对转动方向(ω_{12})和全反力(R_{21})的大致指向，从而确定全反力应切于摩擦圆的哪一边，然后才能根据力平衡条件求解。

判定构件的相对转动方向时，应注意：构件的转动方向总是与主动力矩的方向相同，而与工作阻力矩的方向相反。

全反力 R_{21} 的指向有时不易直接判定，这时可借助于不计摩擦时的全反力 R_{21}^0 (即正反力)的指向，而 R_{21}^0 的指向是可以按不计摩擦时的静力平衡条件求出来的。

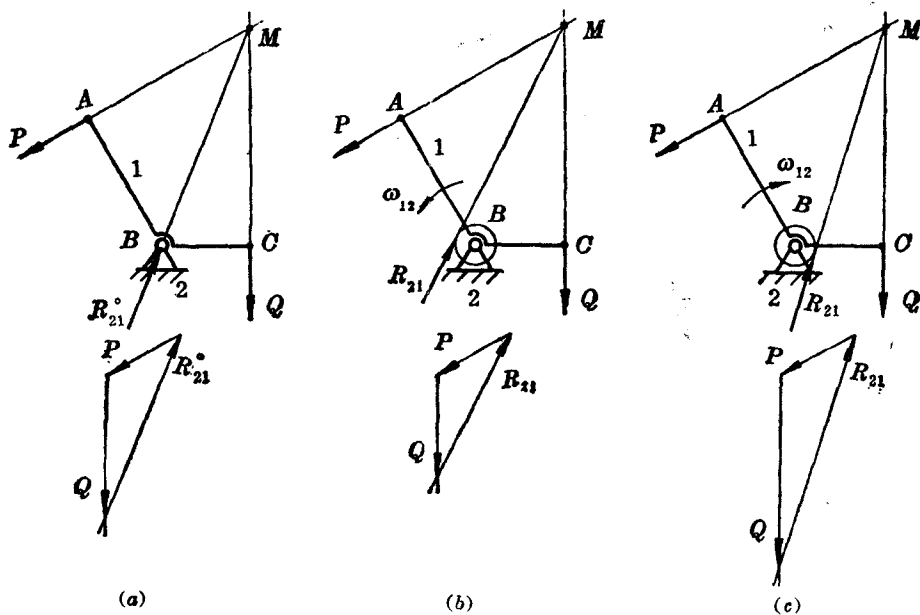


图 II-2

在图 II-2 所示的杠杆机构中，构件 1 和机架 2 在 B 点构成转动副，构件 1 上的 A 和 C 两点分别作用有力 P 和 Q 。当不计摩擦时(图 a)，在转动副 B 处，机架 2 对构件 1 的全反力 R_{21}^0 通过铰链中心，根据力平衡条件， R_{21}^0 应与力 P 和 Q 构成汇交力系，汇交点为 M ，则连线 MB 即为 R_{21}^0 的作用线。取一定的力比例尺 μ_P ，即可作出构件 1 的力三角形，从而求得 R_{21}^0 的方向是沿着 MB 线指向右上方。无论 P 为主动力还是工作阻力，情况都是一样。

当计及摩擦时，全反力 R_{21} 将不再通过铰链 B 的几何中心，而是切于半径为 $\rho \approx rf$ 的摩擦圆。至于切于哪一边，则取决于构件 1 相对于机架 2 的转动方向 ω_{12} ，而 ω_{12} 的方向又取决于哪个力是主动力。

当 P 为主动力时(图 b)， ω_{12} 为逆时针方向。这时全反力 R_{21} 仍应与力 P 和 Q 汇交于一点，满足 $P + Q + R_{21} = 0$ 的平衡条件。因而先求出力 P 和 Q 的交点 M ，再由 M 点向摩擦圆