

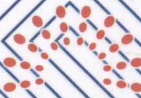
21世纪高等院校信息与通信工程规划教材  
21st Century University Planned Textbooks of Information and Communication Engineering

# 数字电路 与系统设计

黄丽亚 杨恒新 朱莉娟 张苏 编著

Digital Circuits  
and System Designs

 人民邮电出版社  
POSTS & TELECOM PRESS

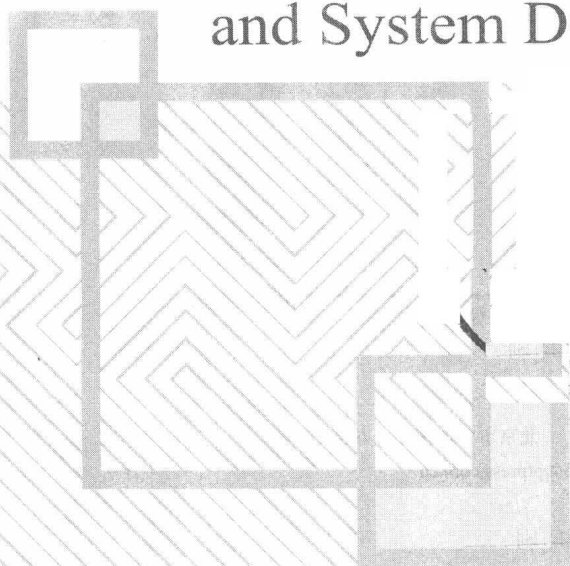
 高校系列

21世纪高等院校信息与通信工程规划教材  
21st Century University Planned Textbooks of Information and Communication Engineering

# 数字电路 与系统设计

黄丽亚 杨恒新 朱莉娟 张苏 编著

Digital Circuits  
and System Designs



人民邮电出版社  
北京



## 图书在版编目 (CIP) 数据

数字电路与系统设计 / 黄丽亚等编著. — 北京 :  
人民邮电出版社, 2015. 2  
21世纪高等院校信息与通信工程规划教材  
ISBN 978-7-115-37738-8

I. ①数… II. ①黄… III. ①数字电路—系统设计—  
高等学校—教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第010590号

## 内 容 提 要

全书按照先组合电路后时序电路、先功能固定器件后功能可编程器件、先电路模块后系统的思路进行编写,共分8章。其内容包括数制与码制、逻辑代数理论及电路实现、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、可编程逻辑器件、数字系统设计基础、数模转换和模数转换。考虑到硬件描述语言 VHDL、Verilog 易于自学,因此不单独设章。将 HDL 语法规则作为附录。在各章的最后一节都介绍了如何用 VHDL 描述组合电路、时序电路等,并贯穿于整个教材,达到强化文本方式和描述硬件电路的目的。集成门电路的分类及其逻辑电平也在附录中做了简要说明。

本书可作为高等院校电子信息类、电气类、自动化类和计算机类等各专业“数字电路与逻辑设计”或“数字电子技术”课程的教材和教学参考书,也可作为相关工程技术人员的参考书。

- 
- ◆ 编 著 黄丽亚 杨恒新 朱莉娟 张 苏  
责任编辑 武恩玉  
责任印制 沈 蓉 彭志环
  - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号  
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn  
网址 <http://www.ptpress.com.cn>  
大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷
  - ◆ 开本: 787×1092 1/16  
印张: 23.25 2015年2月第1版  
字数: 570千字 2015年2月河北第1次印刷
- 

定价: 54.00 元

读者服务热线: (010)81055256 印装质量热线: (010)81055316  
反盗版热线: (010)81055315

数字电路是电子、通信、计算机、自动化、航天等专业的重要专业基础课。在当今信息数字化时代，随着 CMOS 工艺的发展，数字电子技术中 TTL 的主导地位被撼动。在工程实践中，数字电路的文本描述已逐渐取代图形描述。FPGA/CPLD 器件的大量应用，也改变了数字系统的设计理念、设计方法，使数字电子技术开创了新局面，不仅规模大，而且将硬件与软件相结合，使器件的功能更加完善，使用更灵活。因而，数字电路的教学内容也需要不断更新和改进，以适应人才培养的需要。

本书参照教育部“数字电路与逻辑设计课程教学基本要求（讨论稿）”，在东南大学出版社出版的《数字电路与系统设计》的基础上，总结多年本科“数字电路”课程教学改革经验编写而成。压缩了函数化简内容，精简了 MSI、SSI 电路介绍，加强了有限状态机设计、数字系统的分析与设计、HDL 语言及典型电路描述等内容。本教材的特色如下。

- 进一步强化自顶向下的数字系统设计理念。在整个设计过程中尽量运用概念（即抽象）去描述和分析设计对象，而不过早地考虑实现该设计的具体电路、元器件和工艺，以抓住主要矛盾，避免纠缠在具体细节上。本书详细介绍了如何设计一个思路清晰、可靠性高、维护性好的数字系统，并增设多个设计案例进行说明。
- 按工作特点不同，将 ROM 和 RAM 分开介绍。以 PROM 为重点，将 ROM 与其他 PLD 器件（PAL、PLA、GAL、CPLD 和 FPGA）有机地串接在一起；以 SRAM 为重点，将 RAM 与触发器有机地融合在一起。
- 每章设有浅显易懂的 VHDL 编程实例，让读者在潜移默化中理解 VHDL 语言的精髓。为便于查阅 VHDL 语法规则，同时考虑 Verilog 也广泛使用，以附录形式提纲挈领地讲解了这两种硬件描述语言的基本知识。
- 为让读者更好地适应主流 CAD 开发工具，顺利地阅读国外文献，本书的门电路符号均采用 IEEE Std 91a-1991 中的特定外形图形符号。为便于教学，中规模器件使用了示意性的简化符号；在门电路中缩减了逐渐退出的 TTL 门电路，重点介绍 CMOS 门电路。

本书由黄丽亚、杨恒新、朱莉娟和张苏共同编写。其中第 3 章、第 4 章、第 5 章由黄丽亚编写，第 8 章和第 5 章中的 5.7 小节由杨恒新编写，第 1 章、第 2 章和附录 C 由朱莉娟编写，第 6 章、第 7 章、附录 A 和附录 B 由张苏编写。全书由黄丽亚、杨恒新统稿、定稿，

张盼盼进行汇总和格式整理。作者向多年从事数字电路课程教学、为本书积累了大量资料和编写思路的张顺兴老师表示衷心的感谢。此外，南京邮电大学电子科学与工程学院电子电路教学中心的老师为本书的编写提供了宝贵的意见，编者在此一并表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正。

编者

2014年10月

## 教学建议

章次	学习要点	教学要求	参考课时
1	<p>(1) 数制、码制的基本概念</p> <p>(2) 常用数制及其转换</p> <p>(3) 常用二进制码及 BCD 码</p>	<p>了解数制、码制的基本概念；掌握常用数制（二进制、八进制、十进制、十六进制）及转换方法；了解常用二进制码（自然二进制码、循环码、奇偶校验码）及 BCD 码（8421BCD、5421BCD、余 3BCD）</p>	3
2	<p>(1) 逻辑代数的基本概念、基本运算、基本公式和规则</p> <p>(2) 逻辑函数的描述方式</p> <p>(3) MOSFET 的开关特性</p> <p>(4) CMOS 门电路</p> <p>(5) 逻辑函数简化的基本方法</p>	<p>掌握逻辑代数的基本概念、基本公式、基本规则；掌握逻辑函数的描述方式（真值表、表达式、电路图、卡诺图）及其相互转换方法；了解逻辑函数最简与或式的公式化简法，掌握逻辑函数（4 变量及以下）最简与或式的卡诺图化简法。</p> <p>掌握 MOS 场效应管的开关特性和有关参数；掌握 CMOS 反相器的功能和主要外部电气特性；了解 CMOS 与非门、或非门、OD 门、三态门的工作原理</p>	11
3	<p>(1) SSI 组合电路的分析与设计</p> <p>(2) MSI 组合电路（编码器、译码器、数据选择器、数据比较器、加法器）及其应用</p> <p>(3) 组合电路的竞争冒险及消除方法</p>	<p>掌握 SSI 组合电路的分析方法与双轨输入条件下的设计方法；了解 MSI 组合电路编码器、译码器、数据选择器、数据比较器、加法器的功能；掌握用 MSI 组合电路数据选择器、数据比较器、加法器实现组合逻辑设计的方法；了解组合电路中的竞争冒险现象；掌握增加多余项消除逻辑冒险的方法；了解取样法消除冒险的方法</p>	10
4	<p>(1) 基本 SR 触发器</p> <p>(2) 钟控触发器</p> <p>(3) 常用触发器（边沿 DFF、边沿 JKFF）</p>	<p>掌握基本 SR 触发器的结构、工作原理；掌握描述触发器逻辑功能的各类方法；了解钟控触发器、边沿 DFF、边沿 JKFF 的工作原理；掌握触发器的逻辑功能及其应用；了解 RAM 的工作原理，掌握 RAM 的使用方法</p>	5
5	<p>(1) 寄存器和移存器</p> <p>(2) 计数器</p> <p>(3) 序列码发生器</p> <p>(4) 顺序脉冲发生器</p> <p>(5) 一般时序电路的分析</p> <p>(6) 有限状态机建模及设计方法</p>	<p>掌握时序电路的基本概念；掌握寄存器和移存器电路结构的特点；了解典型 MSI 移存器 74194 的功能；了解二进制同步、异步计数器的一般结构和典型 MSI 二进制、十进制计数器的功能；掌握任意进制同步计数器分析和设计方法（异步清零法和反馈置零法、置最大数法、置最小数法）；了解计数器的级联方法；掌握序列码发生器（已知码型和已知序列长度两种情况）的设计方法；了解顺序脉冲发生器的构成方法；了解一般时序电路的分析方法；掌握有限状态机建模及根据状态机模型设计电路</p>	17

续表

章次	学习要点	教学要求	参考课时
6	(1) PLD 的基本结构、基本原理、描述方法和分类 (2) PROM、PLA、PAL、GAL (3) 掌握应用可编程逻辑器件实现组合逻辑电路和时序逻辑电路的基本方法	掌握 PLD 的基本结构和基本原理; 了解 PLD 的描述方法和分类; 了解 PROM、PLA、PAL、GAL 的基本结构和基本原理; 掌握应用可编程逻辑器件实现组合逻辑电路和时序逻辑电路的基本方法; 掌握 ROM 存储容量扩展方法	7
7	(1) 数字系统概述 (2) 寄存器传输语言 (3) ASM 图 (4) 数字系统设计实例	了解数字系统设计的过程; 了解寄存器传输语言描述数字系统的方法; 掌握使用 ASM 图设计数字系统的方法	8
8	(1) D/A 和 A/D 转换 (2) 典型 D/A 和 A/D 转换电路	掌握 D/A 和 A/D 转换电路的主要技术指标; 掌握 D/A 和 A/D 转换的一般原理和过程; 了解典型 D/A 和 A/D 转换电路的工作原理及其应用	3

# 目 录

第 1 章 数制与码制	1	2.6 逻辑函数的化简	32
1.1 数字信号与数字电路概述	1	2.6.1 公式法化简	32
1.1.1 数字信号	1	2.6.2 卡诺图法化简	34
1.1.2 数字电路与系统	2	2.7 VHDL 描述逻辑门电路	42
1.2 数制	3	习题	43
1.2.1 数制的基本知识	3	第 3 章 组合逻辑电路	45
1.2.2 常用数制	4	3.1 SSI 构成的组合电路的 分析和设计	45
1.2.3 数制转换	5	3.1.1 组合逻辑电路的分析	46
1.3 码制	8	3.1.2 组合逻辑电路的设计	48
1.3.1 二进制码	8	3.2 常用中规模集成组合逻辑电路 (MSI)	50
1.3.2 二十进制 (BCD) 码	10	3.2.1 编码器	50
1.4 算术运算与逻辑运算	12	3.2.2 译码器	55
1.4.1 算术运算	12	3.2.3 数据选择器	65
1.4.2 逻辑运算	12	3.2.4 数据比较器	70
1.5 HDL	13	3.2.5 全加器	73
习题	13	3.2.6 基于 MSI 的组合电路的设计	75
第 2 章 逻辑代数理论及电路实现	15	3.3 竞争和冒险	78
2.1 逻辑代数中的运算	15	3.3.1 竞争和冒险的概念	78
2.1.1 基本逻辑及运算	15	3.3.2 冒险的判别方法	80
2.1.2 复合逻辑运算	17	3.3.3 冒险的消除方法	82
2.2 逻辑运算的电路实现	18	3.4 VHDL 描述组合逻辑电路	85
2.2.1 场效应管的开关特性	19	习题	87
2.2.2 CMOS 反相器	21	第 4 章 触发器	90
2.2.3 其他类型的 CMOS 门 电路	24	4.1 概述	90
2.3 逻辑运算的公式	27	4.2 基本 SRFF	91
2.3.1 基本公式	27	4.3 钟控电位触发器	95
2.3.2 常用公式	28	4.3.1 钟控 SR 触发器	95
2.4 逻辑运算的基本规则	29	4.3.2 钟控 D 触发器	97
2.4.1 代入规则	29	4.4 边沿触发器	98
2.4.2 反演规则	29	4.4.1 DFF	98
2.4.3 对偶规则	30		
2.5 逻辑函数的标准形式	30		



4.4.2 JKFF .....	101	6.3.2 PAL 的结构与应用 .....	198
4.4.3 TFF 和 T'FF .....	103	6.4 通用阵列逻辑 (GAL) .....	200
4.5 集成触发器的参数 .....	104	6.4.1 GAL 的结构 .....	200
4.6 触发器应用举例 .....	106	6.4.2 GAL 的应用 .....	204
4.7 VHDL 描述触发器 .....	110	6.5 复杂可编程逻辑器件	
习题 .....	111	(CPLD) .....	209
<b>第 5 章 时序逻辑电路</b> .....	<b>116</b>	6.5.1 CPLD 的产生 .....	209
5.1 概述 .....	116	6.5.2 CPLD 的结构 .....	210
5.2 寄存器 .....	117	6.6 现场可编程门阵列 (FPGA) .....	211
5.2.1 移位寄存器工作原理 .....	117	6.6.1 FPGA 的产生背景 .....	211
5.2.2 MSI 移位寄存器 .....	119	6.6.2 FPGA 的结构 .....	211
5.3 计数器 .....	124	6.7 HDPLD 应用举例 .....	220
5.3.1 同步计数器的分析 .....	125	习题 .....	232
5.3.2 同步计数器的设计 .....	130	<b>第 7 章 数字系统设计基础</b> .....	<b>233</b>
5.3.3 MSI 同步计数器 .....	132	7.1 概述 .....	233
5.3.4 异步计数器的分析和		7.1.1 数字系统的基本模型 .....	233
设计 .....	139	7.1.2 同步数字系统时序约定 .....	236
5.3.5 移存型计数器 .....	143	7.1.3 数字系统的设计方法 .....	239
5.4 序列信号发生器 .....	146	7.1.4 数字系统的设计步骤 .....	240
5.5 顺序脉冲发生器 .....	152	7.2 数字系统的描述工具 .....	241
5.6 一般时序逻辑电路的分析 .....	154	7.2.1 寄存器传输语言 .....	241
5.7 一般同步时序电路的设计 .....	157	7.2.2 方框图 .....	246
5.8 VHDL 描述时序逻辑电路 .....	172	7.2.3 算法流程图 .....	248
习题 .....	173	7.2.4 算法状态机图 .....	249
<b>第 6 章 可编程逻辑器件</b> .....	<b>181</b>	7.3 控制器设计 .....	258
6.1 PLD 概述 .....	182	7.4 数字系统设计及 VHDL 实现 .....	273
6.1.1 PLD 的表示方法 .....	182	7.4.1 二进制乘法器设计 .....	273
6.1.2 可编程功能的实现 .....	183	7.4.2 交通灯管理系统设计 .....	282
6.1.3 PLD 的制造工艺 .....	183	7.4.3 A/D 转换系统设计 .....	290
6.1.4 PLD 的分类 .....	186	习题 .....	298
6.1.5 PLD 的开发流程 .....	189	<b>第 8 章 数模转换和模数转换</b> .....	<b>304</b>
6.2 可编程只读存储器 (PROM) .....	190	8.1 数模转换 (D/A) .....	304
6.2.1 PROM 的结构和功能 .....	191	8.1.1 数模转换原理 .....	305
6.2.2 ROM 的应用 .....	192	8.1.2 常见的 DAC 结构 .....	306
6.3 可编程逻辑阵列 (PLA) 和		8.1.3 DAC 的主要参数和意义 .....	307
可编程阵列逻辑 (PAL) .....	197	8.1.4 集成 DAC 及其应用举例 .....	309
6.3.1 PLA 的结构与应用 .....	197	8.2 模数转换 (A/D) .....	311

8.2.1 模数转换的一般过程·····	311	附录 A VHDL 简介·····	322
8.2.2 常见的 ADC 结构·····	312	附录 B Verilog 简介·····	338
8.2.3 ADC 的主要参数和意义·····	318	附录 C 集成门电路及逻辑电平·····	360
8.2.4 集成 ADC 及其应用举例·····	319	参考文献·····	362
习题·····	321		

**内容提要** 本章首先介绍数字电路的一些基本概念及数字电路中常用的数制与码制；然后介绍二进制数的算术运算及数字逻辑中的基本逻辑运算；最后介绍硬件描述语言。

随着数字电路与系统的开发和应用，现在众多的电子系统，如电子计算机、通信系统、自动控制系统、影视音响系统等，均使用了数字电路。相对于模拟电路而言，数字电路具有不可比拟的突出优势。数字电路中使用了二进制，通常采用“0”和“1”构成的代码来描述各种有关对象。而硬件描述语言则是对数字电路和系统进行性能描述和模拟的语言。

## 1.1 数字信号与数字电路概述

数字电路同模拟电路一样，也经历了由分立器件电路到集成电路的发展，且集成度已达到超大规模集成电路的水平。数字电路与系统的体积小，工作可靠性高，应用极其广泛。

### 1.1.1 数字信号

数字电路中处理的信号是数字信号。在现代技术的信号处理中，数字信号发挥的作用越来越大，几乎复杂的信号处理都离不开数字信号。

信号数据可用于表示任何信息，如符号、文字、语音、图像等。从表现形式上可归结为两类：模拟信号和数字信号。模拟信号与数字信号的区别可根据幅度取值是否离散来确定。

模拟信号指幅度的取值是连续的（幅值可由无限个数值表示）。模拟信号常常是物理现象中被测量对变化的响应。例如，声音、光、温度、位移、压强，这些物理量可以使用传感器测量。时间上离散的模拟信号是一种抽样信号，它是对模拟信号每隔时间  $T$  抽样一次所得到的信号。虽然其波形在时间上是不连续的，但其幅度取值是连续的，所以仍是模拟信号。当然，在电学上所提的模拟信号往往是指幅度和相位都连续的电信号，此信号可以被模拟电路进行各种运算，如放大、相加和相乘等。图 1.1.1 就是模拟信号的例子，正弦波信号是典型的模拟信号。

数字信号指人们抽象出来的时间上不连续的信号，其幅度的取值是离散的，且幅值被限制在有限个数值之内。十字路口的交通信号灯、数字式电子仪表、自动生产线上产品数量的统计等都是数字信号。图 1.1.2 就是数字信号的例子，矩形波信号是典型的数字信号。由图

1.1.2 可以看出,数字信号的特点是突变和不连续。数字电路中的波形都是这类不连续的波形,通常这类波形又称为脉冲。

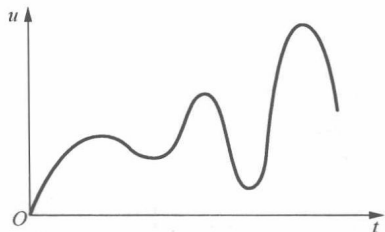


图 1.1.1 模拟信号

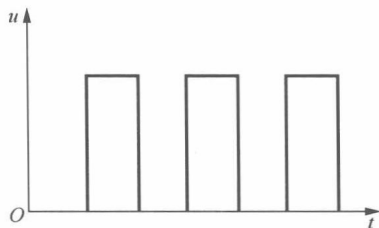


图 1.1.2 数字信号

### 1.1.2 数字电路与系统

传递与处理数字信号电子电路称为数字电路或数字系统。由于它具有逻辑运算和逻辑处理功能,所以又称数字逻辑电路。数字电路与模拟电路相比主要有下列优点。

① 数字电路是以二值数字逻辑为基础的,只有“0”和“1”两个基本数字,易于用电路来实现。例如,可用二极管、三极管的导通与截止这两个对立的状态来表示数字信号的逻辑“0”和逻辑“1”。

② 由数字电路组成的数字系统工作可靠,精度较高,抗干扰能力强。它可以通过整形很方便地去除叠加于传输信号上的噪声与干扰,还可利用差错控制技术对传输信号进行查错和纠错。

③ 数字电路不仅能完成数值运算,而且能进行逻辑判断和运算,这在控制系统中是不可缺少的。

④ 数字信息便于长期保存。例如,可将数字信息存入磁盘、光盘等长期保存。

⑤ 数字集成电路产品系列多、通用性强、成本低。

由于具有一系列优点,数字电路在电子设备或电子系统中得到了越来越广泛的应用,计算机、计算器、电视机、音响系统、视频记录设备、光碟、长途电信及卫星系统等,无一不采用了数字系统。

按照电路有无集成元器件来分,数字电路可分为分立元件数字电路和集成数字电路。现代的数字电路大多是由半导体工艺制成的若干数字集成器件构造而成。按集成电路的集成度进行分类,数字电路可分为小规模集成数字电路(SSI, Small Scale Integrated Circuits)、中规模集成数字电路(MSI, Medium Scale Integrated Circuits)、大规模集成数字电路(LSI, Large Scale Integrated Circuits)和超大规模集成数字电路(VLSI, Very Large Scale Integrated Circuits)。

数字电路根据逻辑功能的不同特点,又可以分成两大类,一类叫组合逻辑电路(简称组合电路),另一类叫时序逻辑电路(简称时序电路)。组合逻辑电路在逻辑功能上的特点是任意时刻的输出仅仅取决于该时刻的输入,与电路原来的状态无关。而时序逻辑电路在逻辑功能上的特点是任意时刻的输出不仅取决于当时的输入信号,而且还取决于电路原来的状态,或者说,还与以前的输入有关。

## 1.2 数制

数制是计数体制（即计数的方法）的简称，有累加计数制和进位计数制两种。累加计数制是原始的计数方法，计多大的数就要使用与所计数目个数相等的各不相同的计数符号，很不方便。比较方便的计数方法是进位计数制，本章所述数制即指进位计数制。常用的进位计数制有十进制计数制（十进制）以及二进制、八进制、十六进制。

### 1.2.1 数制的基本知识

在介绍各种数制之前，首先介绍数制的基础知识。

#### 1. 基本数码

基本数码是指计数制中使用的基本数字符号，简称数码。例如，十进制中的 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 便是数码。

#### 2. 基数 ( $R$ )

计数制中所使用的数码的个数称为基数，亦称底数。基数常用  $R$  表示，在十进制中  $R=10$ 。在基数为  $R$  的数制中，每一个数位上可以使用的数码包括 0 在内共有  $R$  个，最大数码是  $R-1$ ，而没有  $R$ ，因此计数时当某位数计到  $R$  时，则在该位记作 0，并向高位进一，即逢  $R$  进一，故基数为  $R$  的计数制称为  $R$  进制计数制。

#### 3. 数位 ( $i$ )

在由一串数码构成的数中，数码所在的位置称数位。数位的排序用  $i$  表示， $i$  的计算以小数为界，向左依次为第 0 位、第 1 位……向右依次为第 -1 位、第 -2 位……例如，在十进制数 123.45 中，3 是第 0 位数，2 是第 1 位数，4 是第 -1 位数等。

#### 4. 位权 (Weight)

位权亦称权值。在进位计数制的由一串数码构成的数中，各个数位上的数码所表示的数值的大小不但和该数码本身的大小有关，而且还和该数码所处的数位有关。例如，在十进制数 44 中，十位数 4 表示  $4 \times 10^1$ ，个位数 4 表示  $4 \times 10^0$ 。可见，不同的数位赋予该位上的数码以不同的表示数的大小的权力。我们把数位上的数码在表示数时所乘的倍数称为该数位的位权。

在  $R$  进制数中，第  $i$  位数位的权值用  $W_i$  表示， $W_i = R^i$ 。其中， $R$  是基数， $i$  是数位的位数。例如，十进制数的第 0 位（个位）、第 1 位、第 -1 位的位权分别为  $10^0$ 、 $10^1$ 、 $10^{-1}$ 。

在由一串数码表示的数中，相邻两个数位中左边数位的位权是右边的  $R$  倍。

#### 5. 数的表示方式

在进位计数制中，数的表示方式有位置记数法、按权展开式、和式 3 种。

以十进制数 123.45 为例, 分别可以表示为

$$\begin{aligned}
 (N)_{10} &= 123.45 \cdots \cdots \cdots \text{位置计数法} \\
 &= 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} \cdots \cdots \text{按权展开式} \\
 &= \sum_{i=-2}^2 D_i \times 10^i \cdots \cdots \text{和式}
 \end{aligned}$$

其中,  $(N)_{10}$  的脚标 10 表示  $N$  为十进制数。二进制、八进制、十进制、十六进制数分别用脚标 2、8、10、16 或  $B$ 、 $O$ 、 $D$ 、 $H$  表示。位置记数法是用一串数码来表示数, 也称并列记数法; 按权展开式是用多项式来表示一个数, 又称多项式表示法, 多项式中的各个乘积项由各个数位上的数码加权 (即乘上权值) 构成; 和式则是把按权展开式表示为  $\Sigma$  的形式,  $D_i$  表示第  $i$  位数位上的十进制数码,  $10^i$  为第  $i$  位的权值。

对于任意一个  $R$  进制数  $(N)_R$ , 可以用三种方式表示为

$$\begin{aligned}
 (N)_R &= a_{m-1}a_{m-2} \cdots a_1a_0.a_{-1}a_{-2} \cdots a_{-n} \cdots \cdots \text{位置计数法} \\
 &= a_{m-1} \times R^{m-1} + a_{m-2} \times R^{m-2} + \cdots + a_1 \times R^1 + a_0 \times R^0 + \\
 &\quad a_{-1} \times R^{-1} + a_{-2} \times R^{-2} \cdots a_{-n} \times R^{-n} \cdots \cdots \text{按权展开式} \\
 &= \sum_{i=-n}^{m-1} a_i \times R^i \cdots \cdots \text{和式}
 \end{aligned}$$

式中,  $a_{m-1}, a_{m-2}, \cdots, a_{-n}$  分别为第  $m-1, m-2, \cdots, -n$  位上的数码;  $R$  为基数;  $m$  和  $n$  分别为整数部分和小数部分的位数;  $i$  为数位的序号。

## 1.2.2 常用数制

人们通常采用的数制有十进制、二进制、八进制和十六进制。下面将分别介绍二进制、八进制和十六进制。

### 1. 二进制 (Binary)

数码: 0、1;

基数:  $R = 2$ ;

第  $i$  位的权值:  $W_i = 2^i$ 。

表示方式示例:

$$\begin{aligned}
 (101.01)_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\
 &= \sum_{i=-2}^2 B_i \times 2^i
 \end{aligned}$$

### 2. 八进制 (Octal)

数码: 0、1、2、3、4、5、6、7;

基数:  $R = 8$ ;

第  $i$  位的权值:  $W_i = 8^i$ 。

表示方式示例:

$$\begin{aligned}(25.6)_8 &= 2 \times 8^1 + 5 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} \\ &= \sum_{i=-1}^1 O_i \times 8^i\end{aligned}$$

### 3. 十六进制 (Hexadecimal)

数码: 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F;

基数:  $R = 16$ ;

第  $i$  位的权值:  $W_i = 16^i$ 。

其中, 数码 A、B、C、D、E、F 依次与十进制数 10、11、12、13、14、15 等值, 但 A、B、C、D、E、F 在十六进制中是 1 位数。

表示方式示例:

$$\begin{aligned}(12D.23)_{16} &= 1 \times 16^2 + 2 \times 16^1 + 13 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1} + 3 \times 16^{-2} \\ &= \sum_{i=-2}^2 H_i \times 16^i\end{aligned}$$

需要说明的是, 在数字技术中用得最多的是二进制数。这是因为二进制中只有两个数码, 很容易用高低电平来表示; 如果采用十进制, 则需要用 10 个不同的状态来表示十进制中 10 个不同的数码, 很不容易。此外, 二进制数的运算也比较简单, 因此机器数都用二进制数表示。但是用二进制表示的数往往很长, 不便于书写和记忆, 相对而言, 八进制、十六进制数的书写和记忆比较方便, 而且和二进制数之间的转换也很方便, 因此, 又常用八进制和十六进制数作为二进制数的缩写形式用于书写、输入和显示。

#### 1.2.3 数制转换

下面将介绍各种数制间的转换方法。

##### 1. 二 (八、十六) 进制数 $\rightarrow$ 十进制数

将二进制、八进制、十六进制数转换成十进制数, 只要把原数写成按权展开式再相加即可。

**例 1.2.1** 分别将  $(101.01)_2$ 、 $(74.5)_8$ 、 $(3C.A)_{16}$  转换成十进制数。

**解:**  $(101.01)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (5.25)_{10}$

$(74.5)_8 = 7 \times 8^1 + 4 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} = (60.625)_{10}$

$(3C.A)_{16} = 3 \times 16^1 + 12 \times 16^0 + 10 \times 16^{-1} = (60.625)_{10}$

##### 2. 十进制数 $\rightarrow$ 二进制数

十进制数转换成二进制数只需将整数部分和小数部分分别转换成二进制数, 再将转换结果连接在一起即可。

整数的转换用“除2取余法”：将十进制数除以基数2，得商和余数，取下余数作为目标数制数的最低位数码；将所得的商再除以基数又得商和余数，取下余数作为目标数制数的次低位数码……如此连续进行，直至商为0，余数小于目标数制的基数2为止，末次相除所得的余数为目标数制数的最高位数码。

小数的转换用“乘2取整法”：将被转换的十进制小数乘以目标数制的基数2，取下所得乘积中的整数作为目标数小数的最高位；再将乘积中的小数部分乘以基数2，取下乘积中的整数作为目标数小数的次高位……如此反复进行，直到乘积的小数部分为0或达到所需精度为止。各次相乘所得的整数即可构成目标数的小数，第一次相乘所得的整数为小数的最高位，末次相乘所得的整数为小数的最低位。

例 1.2.2 将 $(60.625)_{10}$ 转换成二进制数。

解：(1) 对整数60进行“除2取余”

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 60} \\
 \underline{2 \quad 30} \quad \dots\dots\dots \text{余} 0 \dots\dots \text{最低位} \\
 2 \overline{) 15} \quad \quad \quad 0 \\
 \underline{2 \quad 7} \quad \quad \quad 1 \\
 2 \overline{) 3} \quad \quad \quad 1 \\
 \underline{2 \quad 1} \quad \quad \quad 1 \\
 2 \overline{) 1} \quad \quad \quad 1 \\
 \underline{\quad 0} \quad \quad \quad \dots\dots\dots \text{余} 1 \dots\dots \text{最高位}
 \end{array}$$

所以， $(60)_{10} = (111100)_2$ 。

(2) 对小数0.625进行“乘2取整”

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad \quad 0.625 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 \text{最高位} \quad (1).250 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad (0).500 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 \text{最低位} \quad (1).000
 \end{array}$$

所以， $(0.625)_{10} = (0.101)_2$ 。

(3) 整数和小数部分的转换结果连接在一起

$$(60.625)_{10} = (111100.101)_2$$

采用乘基数取整法将十进制小数转换成二进制、八进制、十六进制小数时，可能出现多次相乘后乘积的小数部分仍不为0的情况。这时应按照所需的精度来确定位数。

一个 $R$ 进制 $n$ 位小数的精度为 $R^{-n}$ ，如 $(0.95)_{10}$ 的精度为 $10^{-2}$ 。

例 1.2.3  $(0.39)_{10} = (?)_2$ ，要求精度达到1%。

解：设转换后的二进制数小数点后面有 $n$ 位小数，则其精度为 $2^{-n}$ ，由题意可知

$$2^{-n} \leq 1\%$$

解得 $n \geq 7$ ，取 $n = 7$ 。



$$\begin{array}{r}
 \text{最高位} \quad 0.39 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (0).78 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (1).56 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (1).12 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (0).24 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (0).48 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 (0).96 \\
 \times \quad 2 \\
 \hline
 \text{最低位} \quad (1).92
 \end{array}$$

所以,  $(0.39)_{10}=(0.0110001)_2$ 。

### 3. 二进制数和十六进制数之间的相互转换

十六进制数的进位基数是  $16=2^4$ , 因此二进制数和十六进制数之间的转换非常简单。将二进制数转换成十六进制数时, 整数部分从低位起每 4 位分成一组, 最高位一组不足 4 位时以零补足, 小数部分从高位起每 4 位分成一组, 最低位一组不足 4 位时也以零补足, 然后, 依次以 1 位 16 进制数替换 4 位二进制数即可。

**例 1.2.4** 将二进制数 101101.01001 转换成十六进制数。

**解:**  $(101101.01001)_2=(0010 \ 1101.0100 \ 1000)_2=(2D.48)_{16}$

将十六进制数转换成二进制数时, 其过程正好相反, 即用 4 位二进制数替换 1 位 16 进制数。

**例 1.2.5** 将十六进制数  $(23A.D)_{16}$  转换成二进制数。

**解:**  $(23A.D)_{16}=(0010 \ 0011 \ 1010.1101)_2=(1000111010.1101)_2$

### 4. 二进制数和八进制数之间的相互转换

八进制数的进位基数是  $8=2^3$ , 将二进制数转换成八进制数时, 整数部分从低位起每 3 位分成一组, 最高位一组不足 3 位时以零补足, 小数部分从高位起每 3 位分成一组, 最低位一组不足 3 位时也以零补足, 然后, 依次以 1 位 8 进制数替换 3 位二进制数即可。

**例 1.2.6** 将二进制数 10101.00111 转换成八进制数。

**解:**  $(10101.00111)_2=(010 \ 101.001 \ 110)_2=(25.16)_8$

将八进制数转换成二进制数时, 用 3 位二进制数依次替换 1 位 8 进制数即可。

**例 1.2.7** 将八进制数  $(27.3)_8$  转换成二进制数。

**解:**  $(27.3)_8=(010 \ 111.011)_2=(10111.011)_2$

### 5. 十进制数转换成十六进制数、八进制数

十进制数转换成十六进制数和八进制数时, 通常采用的方法是首先把十进制数转换成二进制数, 然后再把得到的二进制数转换成十六进制数或八进制数。所用到的转换方法上面均已介绍过。