十二五 科学出版社普通高等教育规划教材

普通高等教育“十二五”规划教材

新时期大学数学信息化精品教材丛书

● 丛书主编　龙爱芳　张军好

微积分

张军好　龙爱芳　余启港　主编

CALCULUS

A(0.1)

科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

新时期大学数学信息化精品教材丛书

丛书主编　龙爱芳　张军好

微　积　分

张军好　龙爱芳　余启港　主　编

科　学　出　版　社

北　京

内 容 简 介

本书是按新时期大学数学教学大纲要求编写，内容丰富，理论严谨，思路清晰，例题典型，方法性强，注重分析解题思路与规律，并与现实问题紧密结合，对培养和提高学生的学习兴趣及分析问题和解决问题的能力将起到较大作用. 全书共分 9 章，内容涵盖了函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程与差分方程.

本书可以作为高等院校经济类、管理类、生物化材类等专业学生的微积分或高等数学教材，也可作为其他专业的学生、自学者及考研学生的阅读参考书.

图书在版编目(CIP)数据

微积分/张军好，龙爱芳，余启港主编. —北京：科学出版社，2015.5

(新时期大学数学信息化精品教材丛书)

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-044247-5

Ⅰ. ①微… Ⅱ. ①张… ②龙… ③余… Ⅲ. ①微积分—高等学校—教材 Ⅳ. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 090607 号

责任编辑：吉正霞/责任校对：肖 婷

责任印制：高 嵘/封面设计：蓝 正

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本：B5(720×1000)

2015 年 8 月第 一 版 印张：23

2015 年 8 月第一次印刷 字数：446 000

定价：45.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《微积分》编委会

主　编　张军好　龙爱芳　余启港

副主编　胡军浩　孙仁斌　俞诗秋　夏永波　杨占英
安　智　蔡明建　胡国香　宁　娣　万　杭

编　委　（按姓氏笔划排序）
万　杭　宁　娣　龙爱芳　安　智　孙仁斌
李学锋　杨占英　余启港　张军好　胡军浩
胡国香　夏永波　俞诗秋　蔡明建

前言

本书为"新时期大学数学信息化精品教材丛书"之《微积分》. 它是在遵循新时期大学数学教学大纲,并参考教育部高等学校大学数学课程教学的基本要求的基础上编写而成.

在本书的编写过程中,我们参考国内外同类优秀教材,并与新时期大学数学教学大纲相结合的前提下遵循以下编写原则:

(1) 教材编写内容方法的深广度与经管类,生物化材类等各专业微积分课程的教学基本要求相当,并与教育部最新颁布的研究生入学考试数学二、三的考试大纲相结合. 注重适当的渗透现代数学的思想与方法,以适应新时期对经济类、管理类、生物化材类人才培养的要求,同时也满足新时期研究生入学考试对经管类、生物化材类数学的要求.

(2) 在保证教学要求的基础上注重理论的阐述深入浅出,同时也注重了内容的完善性、理论的严谨性、例题方法的典型性相结合. 使得教师更容易组织教学内容,学生也较容易接受. 从而使学生在知识、能力与素质等方面有较大的综合提高.

(3) 在大多数章节中都结合经济学、管理学等方面的数学知识,使得教材与经济学与管理学紧密结合,从而使学生清楚地认识到高等数学在经济学与管理学等方面有着重要的应用. 进而提高学生学习高数的主观积极性,培养学习数学的兴趣,提高利用数学知识分析问题、解决问题的能力.

(4) 在每章后介绍历史上对数学(特别是近代数学)有杰出贡献的九位伟大的数学家,从他们的身上了解到近代数学发展的基本过程,又能领略到数学家坚韧不拔地追求真理的人格魅力和科学精神,从而使现代大学生在前辈数学大师们的追求真理精神的感召下,增强自己为理想奋斗的动力,促进他们成才.

(5) 本书参考众多同行优秀教材及近年来考研题型与方法,并结合作者多年的教学实践与心得,对课后练习精心挑选,同时每章还配备总练习题,检验学生的学习效果,并使学生进一步消化知识、夯实基础、提高能力.

本书章节的编排共分 9 章,内容涵盖了函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程与差分方程. 习题安排遵循循序渐进的原则,既注重基本概念、基本

理论和方法，又注重经济学和其他方面应用性习题的配置.使习题与教材内容有机结合，以至于教师布置作业更方便有重点，学生检验学习效果更直接，从而达到教师容易教，学生容易学的目的.

本书由张军好、龙爱芳、余启港任主编，由胡军浩、孙仁斌、俞诗秋、夏永波、安智、蔡明建、胡国香、宁娣、万杭、杨占英、李学锋任副主编.全书由张军好统筹定稿.数学与统计学学院的段汕教授、胡军浩教授和欧阳露莎副教授认真审阅了全书，并提出了宝贵意见.

本书在编写过程中参考了众多国内外教材，本书的出版得到了科学出版社的领导和同志们的大力支持，同时也得到了中南民族大学教务处、数学与统计学学院的支持与帮助，在此一并致谢!

尽管我们的想法很多，大家也都竭尽全力，但限于我们的学识与经验，书中难免有不妥之处，恳请读者批评指正，以使本书在教学实践中不断完善.我们会为教材的建设、发展，不断前行.

编　者

2015 年 6 月

目　　录

第 1 章　函数、极限与连续

初等数学研究的主要是不变的量(常量),而高等数学研究的是变动的量(变量).函数时变量之间依赖关系的反映,是高等数学中最重要的基本概念之一,也是高等数学研究的主要对象.极限方法是研究变量的一种基本方法.本章将介绍函数、极限和函数连续性等基本概念以及它们的一些性质,并介绍一些经济学中常用函数.

1.1 初等函数

1.1.1 邻域

邻域是高等数学经常用到的概念.

设 $a \in \mathbf{R}$,以 a 为中心的任何开区间称为 a 的邻域,记为 $U(a)$.

设 $\delta \in \mathbf{R}, \delta > 0$,以 a 为中心,δ 为半径的开区间 $(a-\delta, a+\delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域,记为 $U(a,\delta)$,即

$$U(a,\delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}.$$

有时需要把邻域的中心去掉.点 a 的 δ 邻域去掉中心后,称为点 a 的 δ 空心邻域,记为 $\overset{0}{U}(a,\delta)$,即

$$\overset{0}{U}(a,\delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}.$$

把区间 $(a-\delta, a)$ 称为点 a 的左 δ 空心邻域,记为 $\overset{0}{U}_-(a,\delta)$,即

$$\overset{0}{U}_-(a,\delta) = \{x \mid a-\delta < x < a\}.$$

把区间 $(a, a+\delta)$ 称为点 a 的右 δ 空心邻域,记为 $\overset{0}{U}_+(a,\delta)$,即

$$\overset{0}{U}_+(a,\delta) = \{x \mid a < x < a+\delta\}.$$

1.1.2 函数的概念

定义 1　设 x, y 是两个变量,D 是给定的数集,如果对每一个 $x \in D$,按一定的对应法则,有唯一确定的数值 y 与之对应,称 y 是 x 的函数.记为 $y = f(x)$.x 称为

自变量，y 称为因变量，数集 D 称为这个函数的定义域，记为 D_f. 变量 y 的变化范围称为函数 $f(x)$ 的值域，记为 R_f 或 $f(D)$. 即

$$f(D) = R_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}.$$

需要指出的是，记号 f 和 $f(x)$ 的含义是不同的：前者表示自变量 x 和因变量 y 的对应法则，而后者表示 x 对应的函数值. 通常函数是指对应法则 f，但习惯上用 $y = f(x)$ 表示函数. 函数的自变量又称为"元"，只有一个自变量的函数称为一元函数.

从定义可以看出，函数的值域由函数的对应法则和定义域确定，因此确定一个函数有两个要素：定义域和对应法则. 如果两个函数的定义域相同，对应法则也相同，那么这两个函数是相同的，否则就是不同.

函数的对应法则是多样的，但一般表示一个函数主要采用解析法(公式法)、表格法和图像法，这在中学都介绍过了. 在高等数学中还经常用到分段函数，即用几个式子表示一个函数. 下面举几个分段函数的例子.

例 1 函数

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域是 $D_f = (-\infty, +\infty)$，值域 $R_f = [0, +\infty)$. 如图 1-1 所示，这个函数称为绝对值函数.

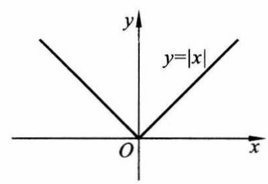

图 1-1

例 2 函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域是 $D_f = (-\infty, +\infty)$，值域 $R_f = \{-1, 0, 1\}$. 如图 1-2 所示，这个函数称为符号函数.

例 3 函数

$$y = [x] = \{\text{不超过 } x \text{ 的最大整数}\}$$

的定义域是 $D_f = (-\infty, +\infty)$，值域 $R_f = \mathbf{Z}$. 这个函数称为取整函数. 它的图形为阶梯曲线，如图 1-3 所示.

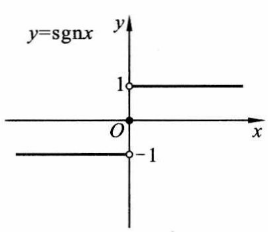

图 1-2

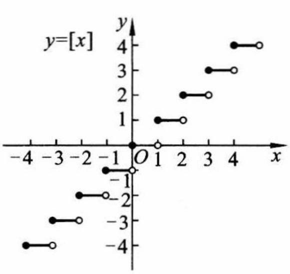

图 1-3

1.1.3　函数的性质

1. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I \subset D$，如果对于区间 I 中任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，成立不等式 $f(x_1) < f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 为单调增加的（图 1-4），如果对于区间 I 中任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时，成立不等式 $f(x_1) > f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在区间 I 为单调减少的（图 1-5），单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**.

函数的单调性是局部的性质. 例如，函数 $f(x) = \sin x$ 在 $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ 上是单调增加的，在 $\left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$ 上是单调减少的，如图 1-6 所示.

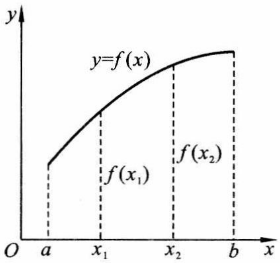

图 1-4

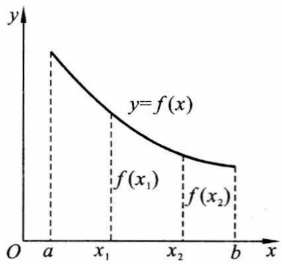

图 1-5

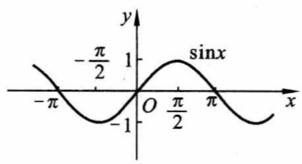

图 1-6

2. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任意 $x \in D$，有 $f(-x) = -f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数. 如果对于任意 $x \in D$，有 $f(-x) = f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数.

例如 $f(x) = |x|$ 为偶函数，$f(x) = \operatorname{sgn} x$ 为奇函数.

奇函数图形关于原点对称，偶函数图形关于 y 轴对称.

3. 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在正数 p，使得对任意的 $x \in D$，有 $x + p \in D$，且有 $f(x+p) = f(x)$ 恒成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，p 称为 $f(x)$ 的一个周期. 通常我们称的周期是指最小正周期，但不是每个周期函数都有最小正周期.

例如，函数 $f(x) = \sin x$ 以 2π 为周期；$f(x) = \tan x$ 以 π 为周期；函数 $f(x) \equiv C$ 以任意正数为周期，没有最小正周期.

4. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I \subset D$，如果存在正数 M，使得对于任意 $x \in I$，